DIANCICHANGLILUN

电磁场理论与微波技术基础

YUWEIBOJISHUJICHU

周希朗　编著

下册（微波技术基础）

东南大学出版社



电磁场理论与微波技术基础丛书

- 电磁场理论与微波技术基础 上册（电磁场理论基础）
- 电磁场理论与微波技术基础 下册（微波技术基础）
- 电磁场理论与微波技术基础解题指导

责任编辑　李　玉
文字编辑　胡中正
责任印刷　张文礼
封面设计　瀚清堂

ISBN 7-81089-447-1

9 787810 894470 >

ISBN 7-81089-447-1
TN·18　总定价：48.00元

电磁场理论与微波技术基础

下　册

（微波技术基础）

周希朗　编著

东南大学出版社

·南京·

内 容 提 要

本书讲述"电磁场与微波技术"方向有关的基本规律、基本分析与计算方法以及基本工作原理。本书力求内容精练，物理概念清晰，文字易懂，便于自学。

全书分上、下两册出版。下册共分七章：绪论、传输线理论、金属波导和集成传输系统、微波谐振腔、微波网络基础、微波无源元件以及线天线和面天线基础。

本书可供工科信息工程、电子科学与技术等专业的本科生、专科生以及高职学生用作教材，也可供有关专业的学生和科技人员用作参考书。

图书在版编目(CIP)数据

电磁场理论与微波技术基础/周希朗. —南京：东南大学出版社，2004.8

ISBN 7-81089-447-1

Ⅰ.电... Ⅱ.周... Ⅲ.①电磁场—理论②微波技术 Ⅳ.①O441.4②TN015

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 025431 号

电磁场理论与微波技术基础

作　　者　周希朗
责任编辑　李　玉　　　责任印制　张文礼
文字编辑　胡中正　　　版式设计　李　玉

出版发行　东南大学出版社
地　　址　南京四牌楼 2 号
邮　　编　210096
经　　销　江苏省新华书店
印　　刷　扬中市印刷有限公司
开　　本　787mm×1092mm　1/16
总 印 张　29.75
总 字 数　760 千字
版　　次　2005 年 2 月第 1 版　　2005 年 2 月第 1 次印刷
总 定 价　48.00 元(上、下册)
印　　数　1—4000 册

(凡因印装质量问题，可直接向发行部调换。电话：025-83795801)

前　　言

《电磁场理论与微波技术基础》是信息工程以及电子科学与技术等专业一门重要的专业基础课程，在一些新兴学科中也是一门重要的专业课程。本书参照本校《电磁场与微波技术》、《电磁场与波》以及《微波技术与天线》的教学大纲编写而成。

《电磁场与微波技术基础》分上、下两册出版，其中上册包含"电磁场理论基础"的内容；下册包含"微波技术基础"的内容。本册的主要内容为：第1章绪论，简述微波的特点、应用以及天线的功能与分类；第2章传输线理论，介绍微波传输线的基本传输特性及其计算方法；第3章规则传输系统(Ⅱ)——金属波导和集成传输系统，主要讲述圆形金属波导以及常见集成传输系统的基本分析方法和传输特性；第4章微波谐振腔，讲述矩形、圆形、同轴以及微带谐振腔的工作原理和分析方法；第5章微波网络基础，主要介绍微波传输系统和元件等效为网络的基本理论以及各种网络参量的基本特性；第6章微波无源元件，介绍常用微波互易元件的基本特性以及微波铁氧体器件的基本工作原理；第7章天线(Ⅱ)——线天线和面天线基础，介绍一些常用线天线和面天线的基本特性、基本理论与基本设计方法。

本书的读者须具有线性代数、复变函数以及数理方程与特殊函数等有关的数学基础。

在本书的编写过程中，上海交通大学电子工程系及电磁场与微波技术教研室的有关领导和同事们给予多方面的鼓励与支持，东南大学出版社的李玉老师为本书的出版提供无私的帮助并付出辛勤劳动，对上述在本书的出版工作中曾给予鼓励、支持和帮助的同志们，编者一并表示衷心的感谢。此外，在编写本书的过程中，编者参考了国内外有关的教材或参考书，编者同样向有关教材和参考书的编著者们致以崇高的敬意。

由于编者学识水平有限和时间仓促，书中难免存在疏漏与差错，敬请读者不吝赐教。

编　者

2004.8

目　　录

第1章 绪论

1.1 微波波段的划分及其特点

1.1.1 微波波段的划分

微波同普通的无线电波（超长波、长波、中波、短波、超短波）、可见光和不可见光、X射线、γ射线一样，本质上都是随时间和空间的变化呈波动状态的电磁波。微波是电磁波谱中介于普通无线电波与红外线之间的波段，属于无线电波中波长最短（即频率最高）的波段。通常指频率为300 MHz（波长为1 m）至3 000 GHz（波长为0.1 mm）范围内的电磁波，并将其划分为分米波、厘米波、毫米波和亚毫米波四个分波段。在通信和雷达工程中，常将这四个分波段划分得更细，且使用拉丁字母来代表各个细分波段的记号，如用“C”代表5 cm波段，用“X”代表3 cm波段等。表1.1给出了微波在电磁波谱中的位置，表1.2则提供了常用波段的划分情况。

表1.1 电磁波谱

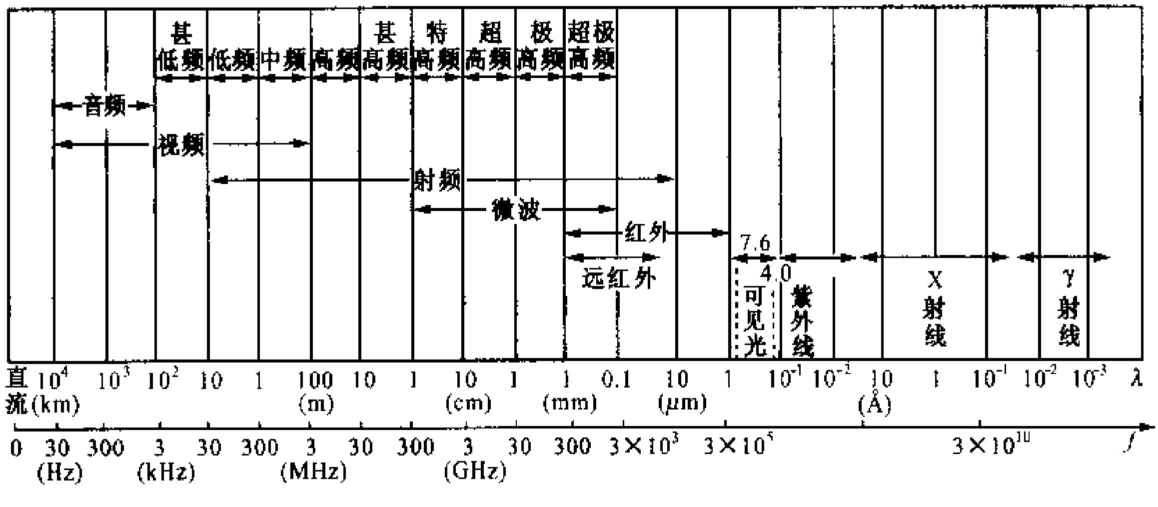


表1.2 常用波段的划分

波段符号	频率(GHz)	波段符号	频率(GHz)
UHF	0.3~1.12	Ka	26.5~40.0
L	1.12~1.7	Q	33.0~50.0
LS	1.7~2.6	U	40.0~60.0
S	2.6~3.95	M	50.0~75.0
C	3.95~5.85	E	60.0~90.0

续表 1.2

波段符号	频率(GHz)	波段符号	频率(GHz)
XC	5.85～8.2	F	90.0～140.0
X	8.2～12.4	G	140.0～220.0
Ku	12.4～18.0	R	220.0～325.0
K	18.0～26.5		

微波的主要特点是其波长可同普通电路或元件的尺寸相比拟,即为分米、厘米、毫米量级,其他波段的波都不具有这个特点。普通无线电波的波长大于或远大于电路或元件的尺寸,电路或元件内部的波的传播过程可忽略不计,故可用路的方法进行研究。而光波、X射线、γ射线的波长则远小于电路或元件的尺寸,甚至可与分子或原子的尺寸相比拟,因此难以用电磁或普通电子学的方法去研究它们。这就是人们对微波产生极大兴趣,并将其从普通无线电波波段划分出来进行单独研究的原因。

1.1.2 微波的特点

1) 似光性

由于微波的波长很短,其波长范围与地球上的一般物体的尺寸相比处于同一数量级或更小,因此当微波照射到物体(如飞机、舰船、导弹、建筑物等)上时,将产生强烈的反射。这一点同光波很相似,即微波能像光一样传播,且遵循波动的基本规律,如多普勒效应、惠更斯原理等。

2) 三种效应

(1) 渡越时间效应

所谓渡越时间,是指真空管里的电子从阴极渡越到阳极或晶体管里的载流子渡越基区的时间,这个时间十分短暂,一般为 10^{-9} s,与频率为几兆赫[兹]的振荡周期相比可忽略不计。在微波波段,用于低频的真空管或晶体管根本无法在微波频率上工作。因此,微波波段要采用原理和结构上全新的器件,在这些器件中则有效地利用了电子的渡越时间效应。

(2) 辐射效应

当一根导线的长度与加在其上的高频电流的波长相比拟时,它将显著地向空间辐射能量,如同一根天线一样。这种辐射效应也称为天线效应。

(3) 趋肤效应

众所周知,交流电有趋肤效应,电流流动趋向于导体表面的薄层。趋肤效应在较低频段并不显著,但在微波波段却影响很大,趋肤深度几乎趋于零(如在 5 GHz 时,铜的趋肤深度约为 0.001 mm),导线呈现的电阻很大。这就是采用金属波导且将其内壁表面镀银或镀金的原因。

3) 雨、雪、云、雾对微波都有不同程度的吸收和反射

利用这个特点,可用厘米波或毫米波雷达来观测雨、雪、云、雾的存在和流动,从而预报邻近地区的天气变化情况。

4) 微波可穿透电离层

我们知道,地球被一层厚厚的大气所包围,由于受太阳的辐射,距离地球表面约 60 ～

400 km 范围内的高空大气被电离，形成一个电离层。一般情况下，频率较低的无线电波不能穿透电离层，它们将被电离层反射回来。由于微波的频率很高，它能穿透电离层而不被电离层所反射。于是人们利用这个特点，使卫星通信成为现实。

5）水、含水或含脂肪的材料对微波也有吸收作用

利用某些物质吸收微波所产生的热效应可对其进行加热，因各种物质对微波的吸收能力不同，故微波对各种物质的加热具有选择性。

6）微波的信息容量大

在微波波段中包含有一万个长、中、短和超短波波段。这表明在一个不太宽的相对频带中，可传送较多的信息量，因而微波容纳的信息量很大。基于这一特点，模拟特别是数字微波通信得到了巨大的发展。

1.2 微波的应用

微波技术是在第二次世界大战期间由于军用雷达的需要而发展起来的，目前已应用于广播电视、雷达、通信、导航、电子对抗、空间技术、原子能研究、可控热核反应、遥测遥感、射电天文、化学、生物学、医学、工业、农业以至日常生活等各个领域。下面仅简单介绍几个主要应用。

1）广播电视

目前，广播电视所采用的频率大都在微波波段以下。但由于电台、电视台增多，无线电波段日益拥挤，电台、电视台之间的相互干扰变得严重。解决这一问题的惟一办法是向微波波段发展。正如前所述，微波的频带要比长、中、短波与超短波的频带之和还要宽 10 000 倍，因此利用和开发微波波段很有前景。一些发达国家已在利用频率为 12 GHz 的微波作为卫星电视广播的频率，美国正在计划发展 Ku 波段多波束技术的卫星直播电视，使用户直接收到 128 个频道的电视节目。可以预见，利用更高频率（如 Q、E 波段）的微波作为卫星广播电视的工作频率的时代已为期不远。

2）通信

我们知道，要想增加通信波道的带宽，就必须采用较高的载频。根据目前的技术水平，一条通信线路（即一套发射机、接收机和传输系统）一般只有不超过百分之几的相对带宽。这样，为了把许多路电话、电报同时在一条线路上传送，就必须使信道的中心频率比所要传递信息的总带宽高几十乃至上百倍。因此，为了有足够的信息容量，现代通信系统几乎都工作在微波波段。微波通信方式主要有中继通信、卫星通信、移动通信、有线传输通信和散射通信等，而前两种通信方式则是应用微波通信的最好实例。由于微波既不能像长波那样沿地球弯曲表面传播到很远，也不能像短波那样借助电离层折射返回地面，而是在视距内沿直线传播并能穿过电离层到达外层空间。因地球表面弯曲，故从架设于一定高度的天线发射出的微波信号不能沿地球表面传播到很远的地方。所以，在相距很远的发射台和接收台之间需设立若干中继站（接力站），站与站之间的距离不超过视距（约 40 ～ 60 km），各站安装微波收发设备和定向天线，沿途各电台连续收信、放大、发信，使微波信号像接力棒一样一站一站地传递到目的地。目前中继通信一般采用厘米波，但在一些发达国家已利用毫米波来进行中继通信，这样可进一步解决通信波道拥挤的问题。

如上所述，微波天线架设得越高，通信距离就越远。显然，若将中继站或发射台及其天线放到人造地球卫星上，那么这样的中继站或发射站的作用距离就可大大增加。这就是目前在国际、国内通信和电视转播或广播中占有重要地位的卫星中继通信或卫星电视广播。目前广泛使用的是赤道上空距地球表面约 36 000 km 的同步轨道上的中继卫星，从地球站发送信号至卫星，然后经卫星转发至接收目的地。这种通信方式具有覆盖面积大（三颗这样的卫星就可覆盖全球大部分面积（除南、北极外）），传输距离远，可进行多址和移动通信业务等优点。因此，将卫星中继通信与地面上移动通信网相结合，又为全球个人通信网（PCN）的实现提供了可能。

还应指出，近些年来光纤通信已获得突飞猛进的发展，光纤强度调制——直接检波（IM-DD）系统已大量应用于实际通信线路，从而向微波通信提出了有力的挑战。然而，光纤通信难以取代微波通信，它们只能相辅相成，以各自的优点在其适应场合得到发展。值得注意的是，利用微波和光之间的相互关系，将微波和光纤结合起来，可实现新一代的通信系统。这种通信系统的出现将会对目前的通信系统产生更深刻的影响。

3）雷达

雷达的工作频率一般在 3～100 GHz 范围内。频率越高，设备和天线越轻巧，因而越适合于移动装置。早期的雷达，只被用来侦察敌情，搜索敌机或战舰。随着空间技术发展的需要，现代的雷达不仅能够确定快速飞行体的坐标，而且能够跟踪卫星、侦察洲际导弹与宇宙火箭等。目前对工作频率高、小型化雷达的研究十分活跃，这些小型雷达可以装在人造卫星或宇宙飞船上，其优点是侦察面积大、鉴别能力高、提供侦察结果快等。

4）微波加热

尽管第二次世界大战结束后就有人提出利用微波对材料进行加热的设想，但直到 20 世纪 70 年代初才打开微波加热的局面。首先从加工食品方面取得成功，而后微波炉的出现又大大推动了微波加热的应用范围。与普通加热相比，微波加热具有加热均匀、速度快、透热深度大、热效率高以及可进行选择性加热和容易实现自动控制等优点。微波加热正日益广泛地应用于食品、化学、木材加工、橡胶、塑料、造纸、制药、印刷等工业中。在农业方面，可用微波烘干谷物、灭虫、处理蚕卵、除草等。

5）微波生物医学

微波在生物医学方面的应用已呈现出具有广泛的应用潜力。利用微波可诊断一些疾病，据文献报道，可用微波诊断肺水肿、肺气肿；可用网络分析仪测定心脏血容量的变化；可用微波系统监视病员的呼吸；可用微波热像法诊断肿瘤以及用微波核磁共振、顺磁共振诊断肿瘤或其他疾病等。微波在医学上更重要的应用是治疗一些疾病，目前微波理疗已相当普及地用于治疗肌肉劳损、各种炎症、痔疮等疾病。微波针灸是我国独创的一种治疗方法，其良好的疗效引起了国内外医学界的重视。近年来，人们已利用微波治疗肿瘤，由于肿瘤与正常组织的损耗角正切不同，因此肿瘤与正常组织得到微波场的选择性加热，当控制肿瘤部位的温度处于 43～47 ℃范围内时，癌细胞即被杀伤，从而起到治疗作用。此外，将微波治疗同放射与化疗相结合可进一步提高肿瘤的治愈率。但应指出，大功率的微波辐射对人体是有害的，应采取适当的措施来加以防护。

6）微波遥感

近些年来，微波遥感已在国内外各部门得到越来越广泛的应用，应用较多的是农林、地

理和地质等方面。如农作物的估产、病虫害的监视、土地利用、土壤与水利资源的调查、矿藏的探测以及海洋污染的监测等。因此，微波遥感已成为人类探测地球资源的一种新的手段。

1.3 天线的功能、分类及其应用实例

凡通过辐射和接收电磁波来完成其功能的无线电设备如通信、广播、雷达和导航等，都备有天线。在这些设备中，天线作为电磁波的“出口”与“入口”，能够朝所需要的方向辐射电磁波或只接收来自某些方向的电磁波。以如图1.1所示的无线电通信系统为例，经过发射机所产生的已调制的高频电流能量（或导波能量）经馈线传输到发射天线，通过天线将其转换为同频率的电磁波，并向某些方向辐射出去。电磁波到达接收天线后被天线所接收，将电磁波能量又转换回调制的高频电流，并经馈线输送至接收机的输入端。因此，天线是任何无线电技术设备中用以辐射或接收电磁波的必不可少的重要组成部分之一。天线的选择与设计是否合理，往往对整个无线电系统执行其功能的质量有很大的影响。

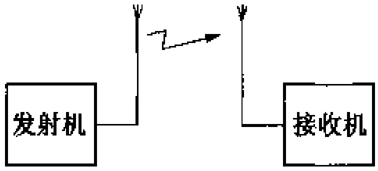


图1.1 无线电通信系统示意图

随着无线电技术特别是现代移动通信技术的飞速发展，对天线提出了许多更高、更新的要求，天线的功能也不断有新的突破。除了完成高频能量转换外，天线系统还能对传递的信息进行一定的加工和处理，例如单脉冲天线、自适应天线、多波束天线以及智能天线等。

天线的种类繁多，按用途的不同，可将天线分为通信天线、广播电视天线、雷达天线等；按工作波长的不同，可将天线分为长波天线、中波天线、短波天线、超短波天线、微波天线以及毫米波天线等；按极化特性的不同，可将天线分为线极化天线、圆极化天线、椭圆极化天线以及双、多极化天线等；按频带宽窄的不同，可将天线分为窄带天线、宽带天线以及非频变天线等；按工作原理不同，可将天线分为线天线和面天线。当然，天线还有一些其他的分类方法。

研究天线的问题，就是研究天线所产生的空间电磁场分布以及由其分布所决定的天线的特性。求解天线问题的实质，就是求解满足特定边界条件的麦克斯韦方程组的解。严格求解天线问题是非常复杂和困难的，因此，对具体天线问题往往将条件理想化，采取近似处理的方法来获得所需的结果。目前，随着计算机仿真软件的不断涌现，人们往往依靠电磁仿真软件进行辅助分析、设计，从而可以更准确地处理天线问题。

作为微波技术与天线的一个应用实例，图1.2示出了一个实际卫星通信系统。在此系统中，卫星上的部分采用多波束天线同时与地球上的几个地面站进行通信。卫星天线从地面站1接收工作频率$f_1=6\,\mathrm{GHz}$的信号，此信号被放大并下变频至工作频率$f_2=4\,\mathrm{GHz}$的信号，然后再通过卫星天线发送至地面站2，从而实现地面站1和地面站2之间的通信。信号频率的变换（即变频）是通过微波固态器件——混频器来实现，混频器将图中端口M_1处的中心频率为f_1的信号转换成端口M_2处的中心频率$f_2=f_1-f_L$的信号，其中f_L为卫星系统中本振的工作频率（此处$f_L=2\,\mathrm{GHz}$）。在此系统中，上行链路和下行链路的信号采用不同的工作频率，这样可避免上、下行链路间的相互干扰。与卫星天线相连的环行器可使卫星的收发共用一副天线（即同时用作发射机和接收机的天线），此环行器将端口C_1进入的信

号全部传输到端口 C_2 的接收机，并同时将端口 C_3 的信号全部传输到与卫星天线相连的端口 C_1。尽管图中示出的系统中一个天线波束被用来作为接收而另一个波束被用来发射，事实上，这两个波束可同时被用来接收和发射。

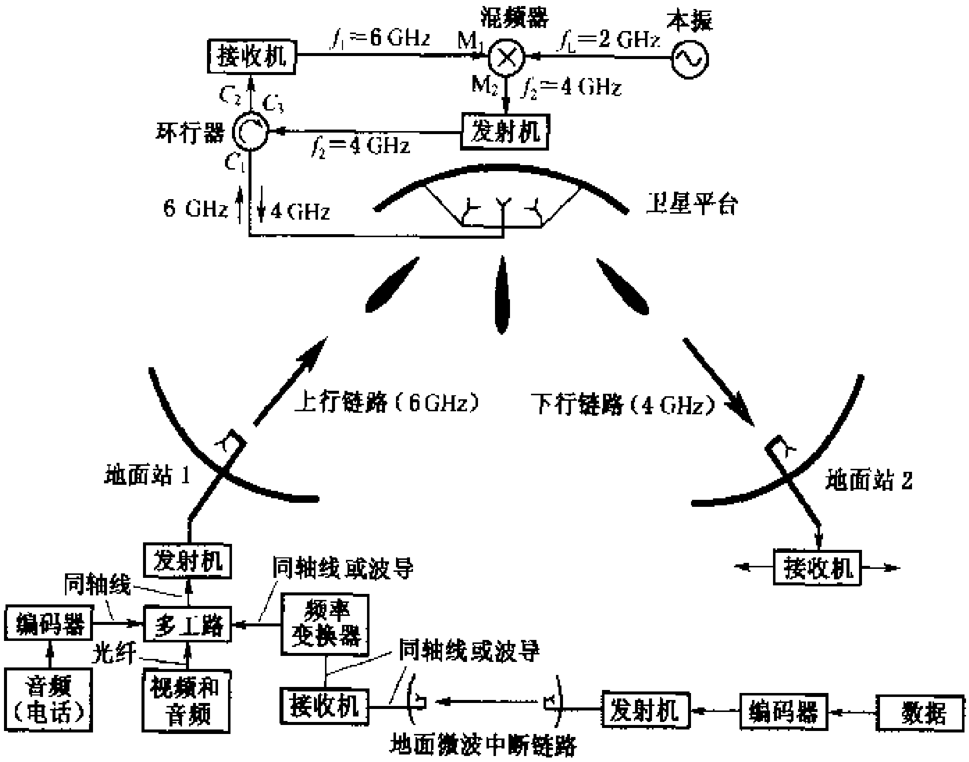


图 1.2　卫星通信系统

在地面站 1 中，各种传输系统（包括同轴线、金属波导或光纤等）同多个终端相连，在这些传输系统上携带的信息包括电话线上的音频信号、电视机等中的视频信号和音频信号以及计算机网络中的数据等，其众多的终端之一或全部的信息可被连接到地面上的微波中继链路中。

第2章 传输线理论

本章讨论的传输线，是指工作在高频段，由两个导体组成的传输系统，如平行双导体传输线和同轴线等。传输线理论是研究微波传输系统和微波电路的理论基础。

传输线既可用场的方法分析，也可用路的方法分析。由于场的方法涉及包含三个空间变量和一个时间变量的麦克斯韦方程组的求解，而路的方法仅涉及一个空间变量和一个时间变量的问题的求解，因此后一种方法要方便得多。下面介绍采用路的方法对传输线进行分析。

本章首先以平行双导体传输线为例，采用路的分析方法，导出用电压、电流表示的传输线的基本方程以及在假定电压、电流时谐变化的情况下求其稳态解；然后讨论传输线的传输特性和工作状态以及介绍利用圆图进行阻抗计算和阻抗匹配的方法；最后讨论传输线上的瞬态现象。

2.1 传输线的分布参数及其等效电路

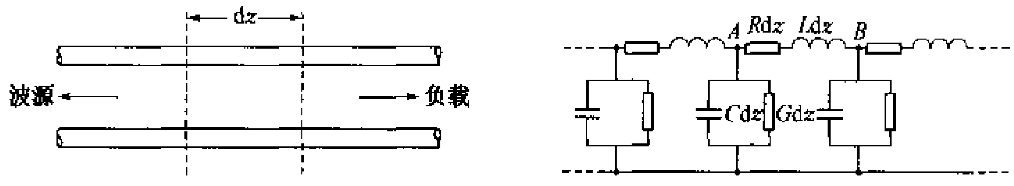
通常，传输线可划分为“长线”和“短线”。所谓“长线”是指传输线的几何长度可与线上传输的电磁波的波长相比拟或更长，一般认为几何长度为波长的1/10以上为“长线”；反之，若传输线的几何长度与电磁波的波长相比短得多，则称为“短线”。如50 Hz的市电输电线的几何长度为10 km时，对波长为6 000 km的市电而言，可视为“短线”；而1 m长的传输线，对频率为3 GHz(波长为10 cm)的电磁波而言，则为“长线”。

“短线”对应于低频传输线，它在低频电路中只起连接导线的作用。因频率较低，分布参数所引起的效应可忽略不计，因此可认为沿线的电压(或电流)只与时间有关，其幅度和相位均与空间距离无关。“长线”对应于微波传输系统，此时，传输线上的电压、电流不仅是时间的函数，同时也是距离的函数。以平行双导体传输线(简称平行双导线)为例，当高频信号通过该传输线时将产生如下的分布参数效应：因电流流过导线时引起导线发热，故导线本身具有分布电阻效应；因导线流过电流时其周围存在高频磁场，故导线上存在分布电感效应；因导线间有电压，导线间便有电场，故导线间存在分布电容效应；若导线周围介质非理想绝缘，存在漏电流，则导线间有并联电导存在，这就是分布电导效应。所以，当平行双导线的工作频率很高时，其分布参数不容再忽略不计，这时传输线不能只当作连接线看待，它将形成分布参数电路，必须采用分布参数电路理论进行分析。

若传输线的分布参数沿线均匀分布，不随位置变化，则称这种传输线为均匀传输线。反之，若传输线的分布参数沿线非均匀分布，则称这种传输线为非均匀传输线。下面只讨论均匀传输线。

由于均匀传输线的参数沿线均匀分布，因此可任取一个线元dz进行讨论，如图2.1(a)

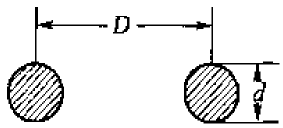
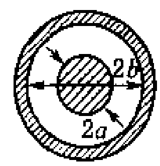
所示。将平行双导线的线元 dz 用集中参数电路表示，并将它等效成一个 Γ 型网络，即得到如图 2.1(b)所示的等效电路。其中 R、L、G 和 C 分别为传输线单位长度的电阻、电感、电导和电容，它们的数值与传输线的形状、尺寸、导线的材料以及传输线周围填充的媒质有关。表 2.1 中列出了平行双导线和同轴线的分布参数。其中，ϵ_1、σ_1、μ 分别为平行双导线周围或同轴线内、外导体之间填充媒质的介电常数、电导率和导磁率，σ_2 为导体的电导率。



(a) 实际传输线　　(b) 等效电路

图 2.1　均匀平行双导线的等效电路

表 2.1　平行双导线和同轴线的分布参数

传输线 / 分布参数	双导线 	同轴线 
L(H/m)	$\frac{\mu}{\pi}\ln\frac{D+\sqrt{D^2-d^2}}{d}$	$\frac{\mu}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$
C(F/m)	$\frac{\pi\epsilon_1}{\ln\frac{D+\sqrt{D^2-d^2}}{d}}$	$\frac{2\pi\epsilon_1}{\ln\frac{b}{a}}$
R(Ω/m)	$\frac{2}{\pi d}\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma_2}}$	$\sqrt{\frac{f\mu}{4\pi\sigma_2}}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$
G(S/m)	$\frac{\pi\sigma_1}{\ln\frac{D+\sqrt{D^2-d^2}}{d}}$	$\frac{2\pi\sigma_1}{\ln\frac{b}{a}}$

2.2　传输线方程及其解

2.2.1　传输线方程

传输线方程是表征均匀传输线上电压、电流本身以及它们之间相互关系的方程。该方程最初是在研究电报线上电压、电流的变化规律时导出的，因此习惯上又称为“电报方程”。

图 2.2 示出了一平行双导线传输系统。其中传输线的始端接微波信号源(简称信源或波源)，终端接负载，选取传输线的轴向坐标为 z，坐标原点处于终端处，来自波源的波沿负 z 方向传输。设传输线上距终端为 z 处的瞬时电压、瞬时电流分别为 $u(z,t)$、$i(z,t)$；在 $z+dz$ 处的瞬时电压、瞬时电流分别为 $u(z+dz,t)$、$i(z+dz,t)$。于是，参考图 2.1，根据基尔霍夫电压定律可得

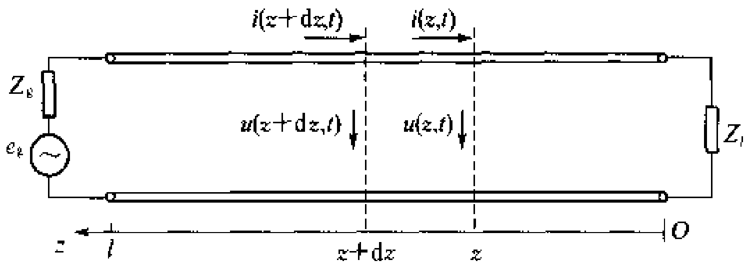


图 2.2　均匀平行双导线传输系统

$$u(z,t)+R\mathrm{d}z\,i(z,t)+L\mathrm{d}z\frac{\partial i(z,t)}{\partial t}-u(z+\mathrm{d}z,t)=0 \tag{2.1a}$$

同样，对图 2.1 中的节点 A 利用基尔霍夫电流定律，得

$$i(z,t)+G\mathrm{d}z\,u(z+\mathrm{d}z,t)+C\mathrm{d}z\frac{\partial u(z+\mathrm{d}z,t)}{\partial t}-i(z+\mathrm{d}z,t)=0 \tag{2.1b}$$

令上两式中的 $\mathrm{d}z\to 0$，有

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}=Ri(z,t)+L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \tag{2.1c}$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z}=Gu(z,t)+C\frac{\partial u(z,t)}{\partial t} \tag{2.1d}$$

这就是均匀传输线方程或称电报方程。

对无耗传输线，此时 $R=0$，$G=0$，上式简化为

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}=L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \tag{2.2a}$$

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z}=C\frac{\partial u(z,t)}{\partial t} \tag{2.2b}$$

再将式(2.2a)对 z 偏微分并将式(2.2b)代入，以及将式(2.2b)对 z 偏微分并将式(2.2a)代入，可得

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2}=LC\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z^2}=LC\frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t^2}$$

这是无耗传输线上瞬时电压和瞬时电流所满足的一组齐次波动方程，求解这组方程即可得到沿线电压和电流的传播特性。

事实上，传输线上的电压和电流一般作时谐变化。此时，若采用复数形式表示会给传输线的分析带来方便。为此，令

$$\left.\begin{aligned} u(z,t)&=\mathrm{Re}[\dot{U}(z)\mathrm{e}^{j\omega t}]\xrightarrow{\text{简记为}}\mathrm{Re}[U(z)\mathrm{e}^{j\omega t}]\\ i(z,t)&=\mathrm{Re}[\dot{I}(z)\mathrm{e}^{j\omega t}]\xrightarrow{\text{简记为}}\mathrm{Re}[I(z)\mathrm{e}^{j\omega t}]\end{aligned}\right\} \tag{2.3}$$

式中，$U(z)$、$I(z)$分别是传输线上 z 处的复电压和复电流，它们仅是坐标 z 的函数。在以后

各章节的内容中，电压和电流主要采用复数形式表示，若需电压和电流的瞬时形式表示时，则可利用上式进行转换。

将(2.1c)和(2.1d)两式中的瞬时电压和瞬时电流转换为复电压和复电流，得

$$\frac{\mathrm{d}U(z)}{\mathrm{d}z}=ZI(z) \tag{2.4a}$$

$$\frac{\mathrm{d}I(z)}{\mathrm{d}z}=YU(z) \tag{2.4b}$$

式中，$Z=R+j\omega L$，为传输线单位长度的串联阻抗；$Y=G+j\omega C$，为传输线单位长度的并联导纳。

2.2.2 均匀传输线方程的解

将式(2.4a)对 z 微分并将式(2.4b)代入，得

$$\frac{\mathrm{d}^2U(z)}{\mathrm{d}z^2}-ZYU(z)=0$$

同理可得

$$\frac{\mathrm{d}^2I(z)}{\mathrm{d}z^2}-ZYI(z)=0$$

令 $\gamma^2=ZY=(R+j\omega L)(G+j\omega C)$，则以上两式可写为

$$\frac{\mathrm{d}^2U(z)}{\mathrm{d}z^2}-\gamma^2U(z)=0 \tag{2.5a}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2I(z)}{\mathrm{d}z^2}-\gamma^2I(z)=0 \tag{2.5b}$$

式(2.5)是二阶线性齐次常微分方程，其中(2.5a)的通解为

$$U(z)=U^+\mathrm{e}^{\gamma z}+U^-\mathrm{e}^{-\gamma z}=U^+(z)+U^-(z) \tag{2.6a}$$

将上式代入式(2.4a)，得

$$I(z)=\frac{1}{Z_c}(U^+\mathrm{e}^{\gamma z}-U^-\mathrm{e}^{-\gamma z})=I^+(z)+I^-(z) \tag{2.6b}$$

在式(2.6)中，U^+、U^- 为待定常数，而

$$Z_c=\frac{1}{Y_c}=\sqrt{\frac{Z}{Y}}=\sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} \tag{2.7a}$$

$$\gamma=\sqrt{ZY}=[(R+j\omega L)(G+j\omega C)]^{1/2}=\alpha+j\beta \tag{2.7b}$$

因 Z_c 有阻抗的量纲，故称它为传输线的特性阻抗，而 Y_c 称为传输线的特性导纳。γ 为传播常数，通常是一个复数，其实部 α 为衰减常数，虚部 β 为相移常数。

设式(2.6)中的 $U^+=|U^+|\mathrm{e}^{j\varphi_+}$，$U^-=|U^-|\mathrm{e}^{j\varphi_-}$，并将(2.6a)和(2.6b)两式代入式(2.3)，即得传输线上电压、电流瞬时值的表达式为

$$\left.\begin{aligned}u(z,t)&=|U^+|e^{\alpha z}\cos(\omega t+\beta z+\varphi_+)+|U^-|e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z+\varphi_-)\\&=u^+(z,t)+u^-(z,t)\\i(z,t)&=\frac{1}{Z_c}[|U^+|e^{\alpha z}\cos(\omega t+\beta z+\varphi_+)+|U^-|e^{-\alpha z}\cos(\omega t-\beta z+\varphi_-)]\\&=i^+(z,t)+i^-(z,t)\end{aligned}\right\}\quad(2.8)$$

由上式可见，传输线上的电压、电流以波的形式传播，其上任一点 z 处的电压、电流均包含两部分：第一项代表由波源向负载方向传播的行波，称为入射波，它的振幅沿 $-z$ 方向按指数规律减小，且相位连续滞后；第二项代表由负载向波源方向传播的行波，称为反射波，它的振幅沿 $+z$ 方向按指数规律减小，相位也连续滞后。因此传输线上任一点的电压、电流波通常都是由入射波和反射波叠加而成的。

由图 2.2 可知，传输线的边界条件通常有以下三种：(a)已知终端电压 U_l 和电流 I_l；(b)已知始端电压 U_i 和电流 I_i；(c)已知波源电动势 E_g、内阻 R_g 以及负载阻抗 Z_l。由于传输线的终端电压、电流关系由负载阻抗确定，因此从第一种边界条件着手求解传输线问题最为方便。于是，将 $z=0$，U_l 和 I_l 代入式(2.6)，得

$$\left.\begin{aligned}U_l&=U^++U^-\\I_l&=\frac{1}{Z_c}(U^+-U^-)\end{aligned}\right\}\quad(2.9)$$

由上式解得

$$\left.\begin{aligned}U^+&=\frac{1}{2}(U_l+I_lZ_c)\\U^-&=\frac{1}{2}(U_l-I_lZ_c)\end{aligned}\right\}\quad(2.10)$$

将式(2.10)代入式(2.6a)，得

$$U(z)=\frac{1}{2}(U_l+I_lZ_c)e^{\gamma z}+\frac{1}{2}(U_l-I_lZ_c)e^{-\gamma z}=U_l\cosh\gamma z+I_lZ_c\sinh\gamma z\quad(2.11a)$$

同理可得

$$I(z)=I_l\cosh\gamma z+\frac{U_l}{Z_c}\sinh\gamma z\quad(2.11b)$$

若传输线无损耗，即 $\gamma=j\beta$，则式(2.11)变为

$$U(z)=U_l\cos\beta z+jI_lZ_c\sin\beta z\quad(2.12a)$$

$$I(z)=I_l\cos\beta z+j\frac{U_l}{Z_c}\sin\beta z\quad(2.12b)$$

上述公式是已知传输线终端电压和电流情况下，计算传输线上距终端为 z 处复电压和复电流的一般公式。类似地，若采用其他两种边界条件则得到不同的复电压和复电流的表达式。

2.2.3 传输线的工作特性参数

1) 特性阻抗

由式(2.6)可知

$$Z_c = \frac{U^+(z)}{I^+(z)} = -\frac{U^-(z)}{I^-(z)} \tag{2.13}$$

这表明，传输线的特性阻抗等于入射波电压与入射波电流之比，或反射波电压与反射波电流之比的负值。

对于均匀无耗传输线，$R=0$，$G=0$，其特性阻抗为

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{2.14}$$

可见，Z_c 为实数值。在微波波段，一般有 $R \ll \omega L$，$G \ll \omega C$，即传输线损耗很小，此时

$$\begin{aligned} Z_c &= \sqrt{\frac{R+j\omega L}{G+j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}\left(1+\frac{R}{j\omega L}\right)^{1/2}\left(1+\frac{G}{j\omega C}\right)^{-1/2} \\ &\approx \sqrt{\frac{L}{C}}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{R}{j\omega L}-\frac{G}{j\omega C}\right)\right] \approx \sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned} \tag{2.15}$$

近似为实数阻抗。

由式(2.13)可知，当 Z_c 为实数时，电压入射波和电流入射波相位相同；电压反射波和电流反射波的相位相反。

根据表 2.1，不难得到直径为 d、间距为 D 的无耗平行双导线的特性阻抗近似公式为

$$Z_c = \frac{120}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{2D}{d} \tag{2.16}$$

式中，ε_r 为导线周围填充介质的相对介电常数。实际应用中，常采用特性阻抗为 300 Ω、400 Ω 或 600 Ω 的平行双导线。此外，内、外导体半径分别为 a 和 b 的无耗同轴线的特性阻抗公式为

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{b}{a} \tag{2.17}$$

式中，ε_r 为内、外导体间填充介质的相对介电常数。实际应用中，常采用特性阻抗为 50 Ω 或 75 Ω 的同轴线。

2）传播常数

对于无耗传输线，$R=G=0$，由式(2.7)得

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} \text{ 或 } \alpha = 0,\ \beta = \omega\sqrt{LC} \tag{2.18}$$

对低损耗传输线，$R \ll \omega L$，$G \ll \omega C$，则有

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC}\left(1+\frac{R}{j\omega L}\right)^{1/2}\left(1+\frac{G}{j\omega C}\right)^{1/2} \\ &\approx \frac{1}{2}(RY_c + GZ_c) + j\omega\sqrt{LC} \end{aligned}$$

由此可得低损耗传输线的相移常数和衰减常数分别为

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \tag{2.19}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}RY_c + \frac{1}{2}GZ_c \tag{2.20}$$

3）相速与波长

传输线上导行波的相速定义为电压、电流入射波(或反射波)的等相位面沿传输方向的传播速度,用 v_p 表示。根据相速的定义及式(2.8),等相位面的方程为

$$\omega t \pm \beta z = \text{const.}$$

将上式两边对 t 微分,并考虑到入射波等相位面的坐标随时间增加而减小,于是可得

$$v_p = \frac{\mp \mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{2.21}$$

传输线上电压(或电流)相位相差 2π 的两观察点间的距离称为波长,记为 λ。即 $\beta\lambda = 2\pi$,因此

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_p}{f} = \frac{c}{f\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{2.22}$$

式中,假设传输线周围填充的媒质是理想媒质,而 $\lambda_0 = c/f$,为真空中的波长。

由式(2.21)可见,对均匀无耗传输线,因 β 为 ω 的线性函数,故其相速 v_p 与工作频率无关,为一常数,此时传输线上传输的波为非色射波。这意味着传输线输入端输入一个对时间作任意变化的信号,在传输的过程中不会产生波形失真。事实上,传输线总存在一定的损耗,此时相位常数不再是 ω 的线性函数,它将使 v_p 与频率有关,因此色散总是存在的,传输过程中波形失真也是不可避免的。所以,普通的有耗传输线与有耗媒质一样是色散的。

可以证明,若有耗均匀传输线满足下式:

$$RC = GL \tag{2.23}$$

则传输线的特性参量 v_p、α 以及 Z_c 均与频率无关,这种传输线称为非失真线(无畸变线),而式(2.23)则称为非失真(无畸变)条件。

在微波技术中常可将传输线看成是无耗的,因此均匀无耗传输线理论最为常用。本章下面几节主要讨论均匀无耗传输线。

2.3　输入阻抗和反射系数

为了分析传输线在不同终端负载条件下的阻抗和反射特性,必须引出两个重要的物理量——输入阻抗和反射系数。

2.3.1　输入阻抗

传输线上任一点 z 处复电压与复电流的比值定义为该点处的输入阻抗,记为 $Z_{in}(z)$,即

$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} \tag{2.24}$$

将式(2.12)代入上式,则均匀无耗传输线的输入阻抗为

$$Z_{in}(z)=Z_c\frac{Z_l+jZ_c\tan\beta z}{Z_c+jZ_l\tan\beta z} \tag{2.25}$$

这表明，均匀无耗传输线上观察点 z 处的输入阻抗与观察点的位置、传输线的特性阻抗、负载阻抗和工作频率有关，且一般为复数。

2.3.2 反射系数

传输线上任一点 z 处的反射系数定义为该点处的反射波电压(或电流)和入射波电压(或电流)的比值，记为 $\Gamma_U(z)$(或 $\Gamma_I(z)$)，则

$$\Gamma_U(z)=\frac{U^-(z)}{U^+(z)} \tag{2.26a}$$

或

$$\Gamma_I(z)=\frac{I^-(z)}{I^+(z)} \tag{2.26b}$$

式中，$\Gamma_U(z)$称为电压反射系数，$\Gamma_I(z)$称为电流反射系数。考虑式(2.6b)，则由式(2.26)可得 $\Gamma_I(z)$与 $\Gamma_U(z)$之间的关系为

$$\Gamma_I(z)=-\Gamma_U(z) \tag{2.27}$$

这说明电流反射系数与电压反射系数在数值上相等，相位相差 180°。在实际应用中，由于电压便于测量，故常采用电压反射系数，并简称为反射系数，同时简记为 $\Gamma(z)$。

对均匀无耗传输线，由式(2.26a)，有

$$\Gamma(z)=\frac{U^-\mathrm{e}^{-j\beta z}}{U^+\mathrm{e}^{j\beta z}}=\Gamma(0)\mathrm{e}^{-j2\beta z}=|\Gamma_l|\mathrm{e}^{j(\varphi_l-2\beta z)} \tag{2.28}$$

式中，$\Gamma(0)=\Gamma_l=|\Gamma_l|\mathrm{e}^{j\varphi_l}$，是负载端的反射系数；$\varphi_l$ 是其幅角，它是负载端反射波电压与入射波电压之间的相位差。

可见，反射系数是一个复数量。对于均匀无耗传输线，$\Gamma(z)$沿线大小不变，相位按 $\mathrm{e}^{-2j\beta z}$ 周期变化，周期为 $\lambda/2$。由于部分入射波被负载吸收，其余被负载反射，因此 $|\Gamma_l|\leqslant 1$。

2.3.3 输入阻抗与反射系数间的关系

根据式(2.6)和式(2.28)，有

$$\left.\begin{aligned}U(z)&=U^+(z)+U^-(z)=U^+\mathrm{e}^{j\beta z}(1+\Gamma_l\mathrm{e}^{-2j\beta z})=U^+(z)[1+\Gamma(z)]\\ I(z)&=I^+(z)+I^-(z)=\frac{U^+}{Z_c}\mathrm{e}^{j\beta z}(1-\Gamma_l\mathrm{e}^{-2j\beta z})=I^+(z)[1-\Gamma(z)]\end{aligned}\right\} \tag{2.29}$$

于是有

$$Z_{in}(z)=Z_c\frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)}\xlongequal{\text{简记为}}Z_c\frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \tag{2.30}$$

上式表明，传输线上任一点 z 处的输入阻抗与该点处的反射系数有一一对应的关系。只要知道两者当中的一个，就可应用式(2.30)求出另一个。

将 $z=0$ 代入式(2.30)，则得负载阻抗与终端反射系数间的关系为

$$Z_l = Z_c \frac{1+\Gamma_l}{1-\Gamma_l} \text{ 或 } \Gamma_l = \frac{Z_l - Z_c}{Z_l + Z_c} \tag{2.31}$$

很显然，当 $Z_l = Z_c$ 时，$\Gamma_l = 0$，即负载端无反射。当 $Z_l \neq Z_c$ 时，从负载端产生一个朝波源方向运行的反射波，此反射波到达波源时，若波源阻抗与特性阻抗不相等，则它将再次被反射。

2.4 均匀无耗传输线终端接不同负载时的工作状态

对于均匀无耗传输线，当终端接不同负载时可将其工作状态分为三种：(a)行波工作状态 ($\Gamma(z)=0$)；(b)纯驻波工作状态 ($|\Gamma(z)|=1$)；(c)行驻波工作状态 ($0<|\Gamma(z)|<1$)。下面分别讨论这三种工作状态下传输线上电压、电流的分布及其阻抗特性。

2.4.1 行波工作状态

行波工作状态又称为无反射工作状态。由(2.31)和(2.28)两式知，当均匀无耗传输线的负载阻抗等于传输线的特性阻抗(或传输线为半无限长)，即 $Z_l = Z_c$ 时，$\Gamma = 0$，线上只有电压入射波和电流入射波，传输线工作于行波状态，此时的负载称为匹配负载。

将 $\Gamma(z) = 0$ 代入式(2.29)，可得行波工作状态下均匀无耗传输线上的行波电压、电流的复数表达式为

$$\left.\begin{aligned} U(z) &= U^+(z) = U^+ e^{j\beta z} \\ I(z) &= I^+(z) = \frac{U^+}{Z_c} e^{j\beta z} \end{aligned}\right\} \tag{2.32}$$

其瞬时表达式为

$$\left.\begin{aligned} u(z,t) &= |U^+| \cos(\omega t + \beta z + \varphi_+) \\ i(z,t) &= \frac{|U^+|}{Z_c} \cos(\omega t + \beta z + \varphi_+) \end{aligned}\right\} \tag{2.33}$$

这表明，电压波、电流波各为向负 z 方向传播的等幅行波，且电压波和电流波处处同相。显然，此时在无耗线上各点若用交流电压表和交流电流表测量电压和电流的有效值，则电压表和电流表的读数应为定值。

由图2.3所示的传输线系统，容易导出行波状态下传输线的输入阻抗为

$$Z_{in}(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_c \tag{2.34}$$

即载行波的无耗传输线的输入阻抗等于传输线本身的特性阻抗。

根据图2.3，由全电路欧姆定律，有

$$E_g = Z_g I_1 + U_1$$

令式(2.32)中的 $z = l$ 并代入上式，即得

$$U^+ = \frac{Z_c E_g}{Z_c + Z_g} e^{-j\beta l} \tag{2.35}$$

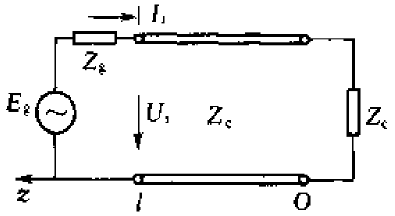


图2.3 行波状态下的传输线系统

这样，式(2.32)变为

$$\left.\begin{aligned} U(z) &= \frac{Z_c E_g}{Z_c + Z_g} e^{-j\beta(l-z)} \\ I(z) &= \frac{E_g}{Z_c + Z_g} e^{-j\beta(l-z)} \end{aligned}\right\} \tag{2.36}$$

于是，传输线上任一点的平均传输功率为

$$P = \mathrm{Re}\left[\frac{1}{2}U(z)I^*(z)\right] = \frac{|E_g|^2}{2}\mathrm{Re}\left[\frac{Z_c}{|Z_c + Z_g|^2}\right] = \frac{|E_g|^2}{8\mathrm{Re}(Z_g)}\frac{4\mathrm{Re}(Z_c)\mathrm{Re}(Z_g)}{|Z_c + Z_g|^2} \tag{2.37}$$

式中，第一个因子代表波源的固有功率，即波源提供给负载的最大功率；第二个因子表示加到传输线上的功率的减小率。当波源与传输线间满足共轭匹配条件，即 $Z_g^* = Z_{in} = Z_c$ 时，第二个因子也等于1，波源的固有功率将全部输入到传输线上。事实上，因传输线无耗，故 Z_c 为正实数。于是，Z_g 也应为正实数，且与 Z_c 相等。由此可见，无耗线上各点处传输的功率相等，且等于常数。

2.4.2 纯驻波工作状态

纯驻波工作状态又称为全反射工作状态。由(2.31)和(2.28)两式可知，当传输线终端短路时，$Z_l = 0$，$\Gamma_l = -1$，$|\Gamma(z)| = 1$；当传输线终端开路时，$Z_l = \infty$，$\Gamma_l = 1$，$|\Gamma(z)| = 1$；当终端接电抗性负载时，$Z_l = \pm jX$，$|\Gamma(z)| = 1$。在上述三种情况下，传输线终端的入射波均被全部反射，沿线入射波与反射波叠加形成纯驻波分布。下面主要讨论终端短路的情况。

1）终端短路

均匀无耗传输线的终端短路时，$Z_l = 0$，$\Gamma_l = -1$，$\Gamma(z) = -e^{-j2\beta z}$。于是，式(2.29)变为

$$\left.\begin{aligned} U(z) &= U^+ (e^{j\beta z} - e^{-j\beta z}) = 2jU^+ \sin\beta z \\ I(z) &= \frac{U^+}{Z_c}(e^{j\beta z} + e^{-j\beta z}) = 2\frac{U^+}{Z_c}\cos\beta z \end{aligned}\right\} \tag{2.38}$$

将上式写成瞬时表达式为

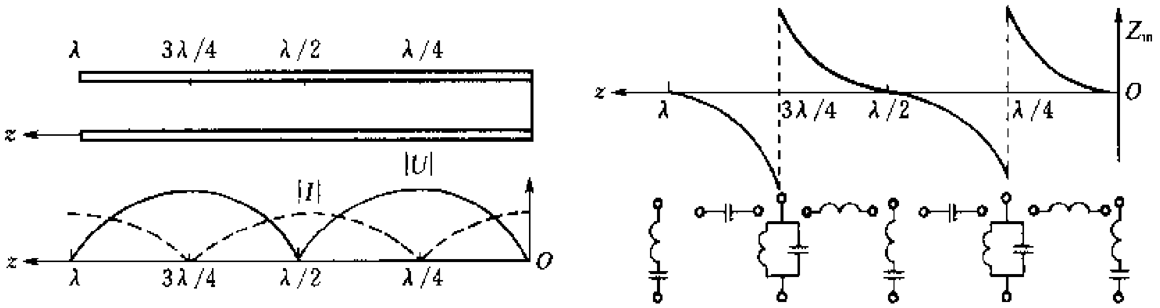
$$\left.\begin{aligned} u(z,t) &= 2|U^+|\sin\beta z\cos\left(\omega t + \varphi_+ + \frac{\pi}{2}\right) \\ i(z,t) &= 2\frac{|U^+|}{Z_c}\cos\beta z\cos(\omega t + \varphi_+) \end{aligned}\right\} \tag{2.39}$$

显然，沿线各点电压、电流均随时间作余弦变化，相位相差 $\pi/2$；沿线各点电压、电流的振幅分别按正弦和余弦分布，在 $z = n\pi/\beta = n\lambda/2$ $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ 处电压振幅值为零，电流振幅达极大值，且等于 $2|U^+|/Z_c$，此时称这些位置为电压波节点（电流波腹点）。在 $z = (2n+1)\pi/2\beta = (2n+1)\lambda/4$ $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ 处，电压振幅达极大值，且等于 $2|U^+|$，电流振幅值为零，称这些位置为电压波腹点（电流波节点）。图2.4(a)示出了电压、电流的振幅分布图。由此可见，电压、电流的时间、空间相位各相差 $\pi/2$，这表明在波所携带的电磁能量中，当电场能量达到极大值时磁场能量为零，当电场能量为零时磁场能量达到极大值，即波所携带的电磁能量相互转换，形成电磁振荡而不携带能量沿线传播。

由式(2.38)可得均匀无耗短路线的输入阻抗

$$Z_{in}(z) = jZ_c \tan \beta z \tag{2.40}$$

输入阻抗沿线分布如图 2.4(b)所示。由图可见，无耗短路线的输入阻抗为一纯电抗，电抗随频率和长度而变化。在 $z = n\lambda/2$ ($n = 0, 1, 2, \cdots$) 处，$Z_{in}(z) = 0$，相当于串联谐振；在 $z = (2n+1)\lambda/4$ ($n = 0, 1, 2, \cdots$) 处，$|Z_{in}(z)| \to \infty$，相当于并联谐振；当 $0 < z < \lambda/4$ 时，$Z_{in}(z) = jX$，相当于一个纯电感；当 $\lambda/4 < z < \lambda/2$ 时，$Z_{in}(z) = -jX$，相当于一个纯电容。此外，从图中还可看出，从短路终端算起，每隔 $\lambda/4$ 长度，阻抗的性质就改变一次，此特性称为传输线的“$\lambda/4$ 阻抗变换性”；每隔 $\lambda/2$ 长度，阻抗将重复一次，此特性称为传输线的“$\lambda/2$ 阻抗重复性”。在微波技术中，利用无耗短路线的这两个特性可设计出不同用途的元器件。



(a) 电压、电流振幅分布图　　(b) 阻抗特性曲线

图 2.4　无耗短路线的驻波特性

2) 终端开路

均匀无耗传输线终端开路时，$Z_l = \infty$，$\Gamma_l = 1$，$\Gamma(z) = e^{-j2\beta z}$。于是，式(2.29)变为

$$\left.\begin{aligned} U(z) &= 2U^+ \cos \beta z \\ I(z) &= 2j \frac{U^+}{Z_c} \sin \beta z \end{aligned}\right\} \tag{2.41}$$

则线上观察点 z 处的输入阻抗为

$$Z_{in}(z) = -jZ_c \cot \beta z \tag{2.42}$$

开路线上电压、电流振幅分布规律和输入阻抗特性不必另作分析，只要将短路线去掉终端的 $\lambda/4$ 长度即可得到。这是因为传输线具有 $\lambda/4$ 阻抗变换性，距短路终端 $\lambda/4$ 处的输入(等效)阻抗为 ∞，这正是开路线的情况。因此，只要将图 2.4 的坐标原点 O 向波源方向移动 $\lambda/4$ 至 O' 点，就可以得到图 2.5 所示的开路线上电压、电流振幅分布图和输入阻抗特性曲线。

对终端接电抗性负载的情况，也可类似分析，这里不再赘述。

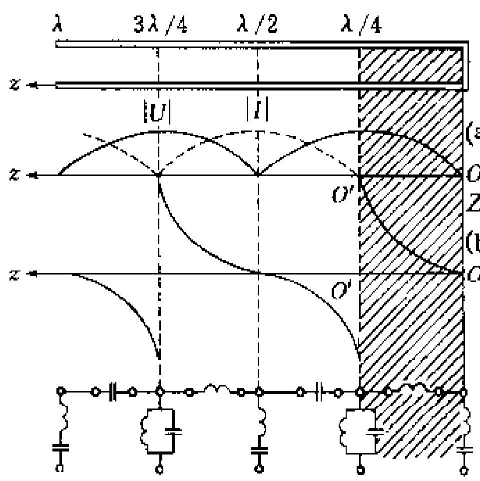


图 2.5　无耗开路线的驻波特性

2.4.3 行驻波工作状态

行驻波工作状态又称为部分反射工作状态。当传输线终端接任意复阻抗 $Z_l = R_l \pm jX_l$ 时，其终端反射系数为

$$\Gamma_l = \frac{Z_l - Z_c}{Z_l + Z_c} = \frac{(R_l - Z_c) \pm jX_l}{(R_l + Z_c) \pm jX_l} = \frac{R_l^2 - Z_c^2 + X_l^2}{(R_l + Z_c)^2 + X_l^2} \pm j\frac{2X_lZ_c}{(R_l + Z_c)^2 + X_l^2} = |\Gamma_l| e^{\pm j\varphi_l} \tag{2.43}$$

式中

$$|\Gamma_l| = \sqrt{\frac{(R_l - Z_c)^2 + X_l^2}{(R_l + Z_c)^2 + X_l^2}} \tag{2.44a}$$

$$\varphi_l = \arctan \frac{2X_lZ_c}{R_l^2 + X_l^2 - Z_c^2} \tag{2.44b}$$

由式(2.44a)可知，$|\Gamma_l| < 1$，这表明波在负载端产生部分反射，此时传输线工作于行驻波工作状态。而传输线上电压、电流的表达式为

$$U(z) = U^+ e^{j\beta z} + U^+ \Gamma_l e^{-j\beta z}$$

$$I(z) = \frac{U^+}{Z_c} e^{j\beta z} - \frac{U^+}{Z_c} \Gamma_l e^{-j\beta z}$$

于是，电压、电流的模值分别为

$$\left.\begin{aligned} |U(z)| &= |U^+| [1 + |\Gamma_l|^2 + 2|\Gamma_l| \cos(2\beta z - \varphi_l)]^{1/2} \\ |I(z)| &= \frac{|U^+|}{Z_c} [1 + |\Gamma_l|^2 - 2|\Gamma_l| \cos(2\beta z - \varphi_l)]^{1/2} \end{aligned}\right\} \tag{2.45}$$

为了利用上式作出行驻波工作状态下传输线上的电压、电流的振幅分布和输入阻抗特性，还需要知道电压波腹、波节(或电流波节、波腹)点的位置以及电压、电流在波腹点和波节点处的大小。

1) 波腹点和波节点处电压、电流的大小

当式(2.45)中 $\cos(2\beta z - \varphi_l) = 1$ 时，将出现电压波腹点、电流波节点；当 $\cos(2\beta z - \varphi_l) = -1$ 时，出现电压波节点、电流波腹点。由式(2.45)可得电压极大值、极小值和电流极大值、极小值分别为

$$|U|_{max} = |U^+| (1 + |\Gamma_l|) \tag{2.46a}$$

$$|U|_{min} = |U^+| (1 - |\Gamma_l|) \tag{2.46b}$$

$$|I|_{max} = \frac{|U^+|}{Z_c}(1 + |\Gamma_l|) \tag{2.46c}$$

$$|I|_{min} = \frac{|U^+|}{Z_c}(1 - |\Gamma_l|) \tag{2.46d}$$

由此可见，当终端负载为复阻抗时，传输线上电压、电流的极大值将小于入射波振幅的两倍，极小值也不为零，这与纯驻波工作状态不同。

2) 电压波腹点和波节点的位置

当 $2\beta z - \varphi_l = 2n\pi$ $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ 时，电压振幅达极大值，电流振幅达极小值，由此

可得电压波腹点、电流波节点的位置为

$$z_{\max} = \frac{2n\pi + \varphi_l}{2\beta} = \frac{\lambda\varphi_l}{4\pi} + n\,\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \cdots) \tag{2.47a}$$

距终端出现的第一个电压波腹点的位置为

$$z_{\max 1} = \frac{\lambda}{4\pi}\varphi_l \tag{2.47b}$$

当 $2\beta z - \varphi_l = (2n \pm 1)\pi\ (n = 0, 1, 2, \cdots)$ 时，电压振幅达极小值，电流振幅达极大值，由此可得电压波节点、电流波腹点的位置为

$$z_{\min} = \frac{(2n \pm 1)\pi + \varphi_l}{2\beta} = \frac{\lambda\varphi_l}{4\pi} + (2n \pm 1)\,\frac{\lambda}{4} \quad (n = 0, 1, 2, \cdots) \tag{2.48a}$$

距终端出现的第一个电压波节点的位置为

$$z_{\min 1} = \frac{\lambda\varphi_l}{4\pi} \pm \frac{\lambda}{4} = z_{\max 1} \pm \frac{\lambda}{4} \tag{2.48b}$$

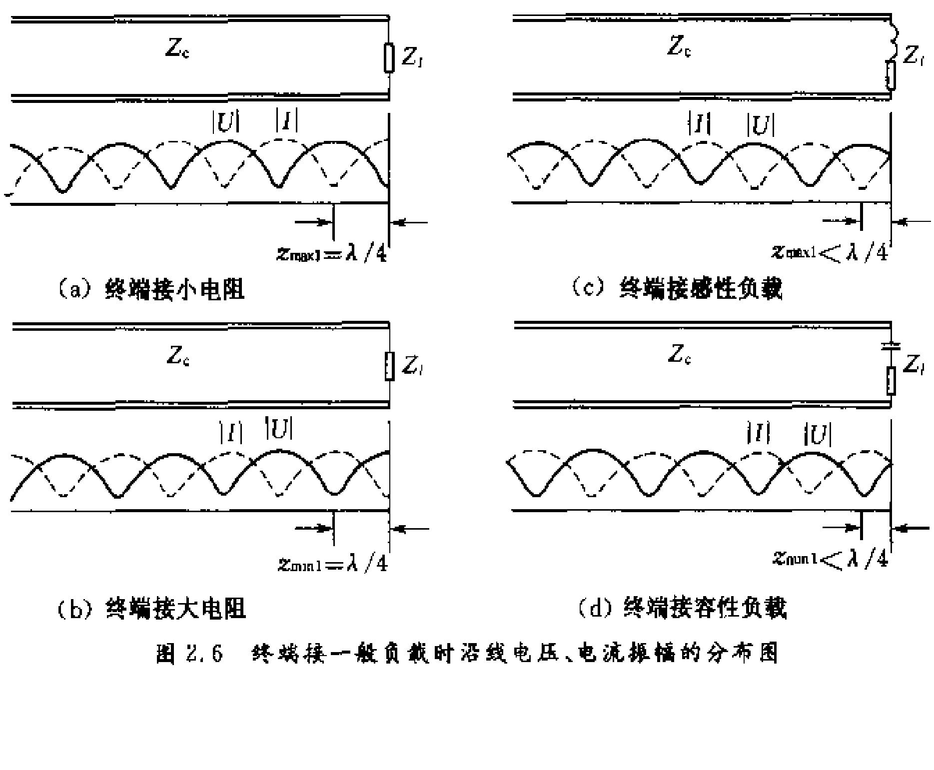
由以上各式可见，电压和电流的波腹、波节点位置取决于 φ_l，即取决于负载阻抗的性质。下面分别讨论终端接四种不同负载阻抗时电压、电流振幅的分布情况。

(1) $Z_l = R_l < Z_c$（终端接小电阻）

由(2.43)和(2.47b)两式知，此时 $\varphi_l = \pi$，$z_{\max 1} = \lambda/4$，$z_{\min 1} = 0$。这表明当终端接小于特性阻抗的纯电阻性负载时，终端处为电压波节点、电流波腹点，此时电压、电流振幅分布如图 2.6(a)所示。

(2) $Z_l = R_l > Z_c$（终端接大电阻）

由(2.43)和(2.47b)两式知，此时 $\varphi_l = 0$，$z_{\max 1} = 0$，$z_{\min 1} = \lambda/4$。这表明当终端接大于特性阻抗的纯电阻性负载时，终端处为电压波腹点、电流波节点，此时电压、电流振幅分布如图 2.6(b)所示。



(a) 终端接小电阻　(c) 终端接感性负载

(b) 终端接大电阻　(d) 终端接容性负载

图 2.6 终端接一般负载时沿线电压、电流振幅的分布图

(3) $Z_l = R_l + jX_l$ (终端接感性负载)

由(2.43)和(2.47b)两式知,此时 $0 < \varphi_l < \pi$, $0 < z_{\max 1} < \lambda/4$。这表明当终端接感性负载时,离开终端第一个出现的是电压波腹点、电流波节点,此时电压、电流振幅分布如图2.6(c)所示。

(4) $Z_l = R_l - jX_l$ (终端接容性负载)

由(2.43)和(2.47b)两式知,此时 $\pi < \varphi_l < 2\pi$, $\lambda/4 < z_{\max 1} < \lambda/2$。这表明当终端接容性负载时,离开终端第一个出现的是电压波节点、电流波腹点,此时电压、电流振幅分布如图2.6(d)所示。

3) 驻波系数

为了描述传输线上驻波的大小,引出一个新的参量——电压驻波系数(或称电压驻波比(VSWR)、驻波比)。电压驻波系数定义为传输线上波腹点电压与波节点电压之比,记为 ρ,即

$$\rho = \frac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} \tag{2.49}$$

将式(2.46a)和式(2.46b)代入上式,得

$$\rho = \frac{1+|\Gamma_l|}{1-|\Gamma_l|} \text{ 或 } |\Gamma_l| = \frac{\rho-1}{\rho+1} \tag{2.50}$$

由此可见,当 $Z_l = Z_c$ 时,$|\Gamma_l| = 0$, $\rho = 1$,线上载行波;当 $Z_l = 0$、∞ 或 $\pm jX_l$ 时,$|\Gamma_l| = 1$, $\rho = \infty$,线上载纯驻波;当 $Z_l = R_l \pm jX_l$ 时,$|\Gamma_l| < 1$, $1 < \rho < \infty$,线上载行驻波。

工程上,有时也采用电压行波系数来描述传输线的工作状态。电压行波系数定义为波节点电压与波腹点电压之比,记为 K,其表达式为

$$K = \frac{|U|_{\min}}{|U|_{\max}} \tag{2.51a}$$

显然,它是电压驻波系数的倒数,即

$$K = \frac{1}{\rho} \tag{2.51b}$$

由上式可知,K 的变化范围在 0 和 1 之间。$K = 1$,表明传输线处于行波工作状态;$K = 0$,表明传输线处于纯驻波工作状态;$0 < K < 1$,则表明传输线处于行驻波工作状态。

由(2.50)和(2.51b)两式,有

$$K = \frac{1-|\Gamma_l|}{1+|\Gamma_l|} \text{ 或 } |\Gamma_l| = \frac{1-K}{1+K} \tag{2.52}$$

显然,当传输线上的电压驻波系数 ρ 或电压行波系数 K 已知时,利用式(2.51b)和式(2.52)可求得终端反射系数模值 $|\Gamma_l|$。反之,当 $|\Gamma_l|$ 已知时,也可利用式(2.51b)或式(2.52)求得 ρ 值或 K 值。

4) 阻抗特性

当终端接任意复阻抗时,无耗传输线上任一点处的输入阻抗可按式(2.25)计算,即

$$Z_{in}(z)=Z_c\frac{Z_l+jZ_c\tan\beta z}{Z_c+jZ_l\tan\beta z}=R+jX$$

将 $Z_l=R_l\pm jX_l$ 代入，并将实、虚部分开，得

$$\left.\begin{aligned}R&=Z_c^2R_l\frac{\sec^2\beta z}{(Z_c\mp X_l\tan\beta z)^2+(R_l\tan\beta z)^2}\\X&=Z_c\frac{\pm(Z_c\mp X_l\tan\beta z)(X_l\pm Z_c\tan\beta z)-R_l^2\tan\beta z}{(Z_c\mp X_l\tan\beta z)^2+(R_l\tan\beta z)^2}\end{aligned}\right\}\tag{2.53}$$

根据上式，可作出终端接任意复阻抗时沿线的阻抗分布曲线。终端接感性复阻抗时沿线 R 和 X 的分布情况如图 2.7 所示。由图可看出，沿线阻抗分布具有以下特点：传输线上输入阻抗作周期性变化，变化周期为 $\lambda/2$(即"$\lambda/2$ 阻抗重复性")；每隔 $\lambda/4$ 阻抗性质变换一次(即"$\lambda/4$ 阻抗变换性")；在波腹、波节点处，阻抗呈纯阻性($X=0$)。

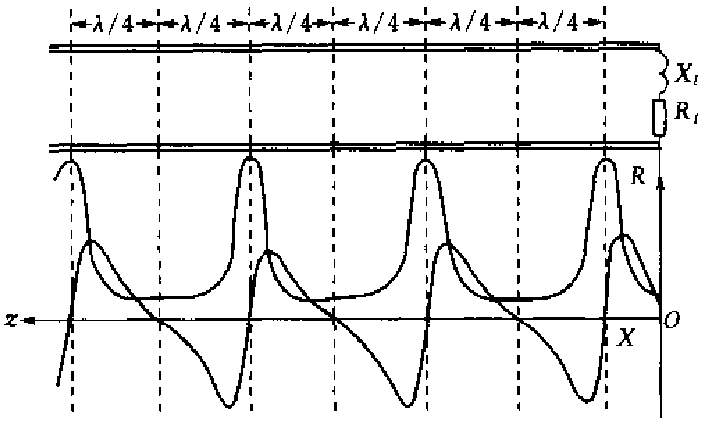


图 2.7　终端接感性复阻抗时沿线阻抗的分布曲线

在电压波腹点处，阻抗出现极大值(相当于并联谐振)，其值为

$$Z_{max}=R_{max}=\frac{|U|_{max}}{|I|_{min}}=Z_c\frac{1+|\Gamma_l|}{1-|\Gamma_l|}=Z_c\rho\tag{2.54}$$

在电压波节点处，阻抗出现极小值(相当于串联谐振)，其值为

$$Z_{min}=R_{min}=\frac{|U|_{min}}{|I|_{max}}=Z_c\frac{1-|\Gamma_l|}{1+|\Gamma_l|}=Z_cK=\frac{Z_c}{\rho}\tag{2.55}$$

2.5　传输线的传输功率

通过传输线上任意观察点 z 处的(平均)传输功率可表示为

$$P(z)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z)I^*(z)]\tag{2.56}$$

对均匀无耗传输线，因其上任一点的电压、电流分别为

$$U(z)=U^+e^{j\beta z}[1+|\Gamma_l|e^{-j(2\beta z-\varphi_l)}]$$

$$I(z)=\frac{U^+}{Z_c}e^{j\beta z}[1-|\Gamma_l|e^{-j(2\beta z-\varphi_l)}]$$

代入式(2.56)，可得传输功率为

$$P(z)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left\{U^{+}\frac{U^{+*}}{Z_c}[1+|\Gamma_l|\mathrm{e}^{-j(2\beta z-\varphi_l)}][1-|\Gamma_l|\mathrm{e}^{j(2\beta z-\varphi_l)}]\right\}$$

$$=\frac{1}{2}U^{+}\frac{U^{+*}}{Z_c}(1-|\Gamma_l|^2)=\frac{|U^{+}|^2}{2Z_c}-\frac{|U^{-}|^2}{2Z_c}=P_{+}(z)-P_{-}(z) \quad (2.57a)$$

$$P(z)=P_{+}(z)(1-|\Gamma(z)|^2) \quad (2.57b)$$

式中，$P_{+}(z)$为入射功率；$P_{-}(z)$为反射功率。于是，有

$$\frac{P_{-}(z)}{P_{+}(z)}=|\Gamma(z)|^2=|\Gamma_l|^2 \quad (2.58a)$$

$$\frac{P(z)}{P_{+}(z)}=1-|\Gamma(z)|^2 \quad (2.58b)$$

式(2.57a)表明，通过均匀无耗传输线任意观察点的传输功率都相等，且等于观察点处的入射功率与反射功率之差。因此，可取线上任一点的电压和电流的幅值来计算传输功率。为简便起见，若取电压波腹点处的电压、电流进行计算，则得

$$P(z)=\frac{1}{2}|U_{\max}||I_{\min}|=\frac{1}{2}\frac{|U|^2_{\max}}{Z_c}K \quad (2.59a)$$

若取电压波节点，则得

$$P(z)=\frac{1}{2}|U_{\min}||I_{\max}|=\frac{1}{2}|I|^2_{\max}KZ_c \quad (2.59b)$$

由此可见，当传输线的耐压一定或所载的电流一定时，行波系数愈大，传输功率就愈高。

在不发生电压击穿的条件下，传输线允许的最大功率被称为传输线的功率容量(极限功率)。设U_{br}为击穿电压，根据式(2.59a)，功率容量可写为

$$P_{br}=\frac{1}{2}\frac{U_{br}^2}{Z_c}K \quad (2.60)$$

若考虑传输线的损耗，此时传播常数$\gamma=\alpha+j\beta$，根据式(2.5)可写出有耗传输线上任意观察点z处的电压、电流表达式分别为

$$U(z)=U^{+}[\mathrm{e}^{(\alpha+j\beta)z}+|\Gamma_l|\mathrm{e}^{j\varphi_l}\mathrm{e}^{-(\alpha+j\beta)z}] \quad (2.61a)$$

$$I(z)=\frac{U^{+}}{Z_c}[\mathrm{e}^{(\alpha+j\beta)z}-|\Gamma_l|\mathrm{e}^{j\varphi_l}\mathrm{e}^{-(\alpha+j\beta)z}] \quad (2.61b)$$

若设Z_c仍为实数，将上式代入式(2.56)，即得

$$P(z)=\frac{|U^{+}|^2}{2Z_c}(\mathrm{e}^{2\alpha z}-|\Gamma_l|^2\mathrm{e}^{-2\alpha z}) \quad (2.62)$$

综上所述，为使波源输出的功率尽可能多地被负载吸收，应选用损耗尽可能小的传输线，且使传输线工作在行波状态。

2.6 圆图

在微波技术与天线工程中常遇到阻抗的计算问题。利用前面导出的有关公式可以进行

计算，但过程繁琐，不方便。本节要讨论的图解法（即圆图）是一种简便的计算方法。利用圆图来计算传输线问题，不但物理概念清晰，计算方便，而且能满足一般工程上的精度要求。

圆图有阻抗圆图和导纳圆图两种，还有极坐标和直角坐标之分。工程中广泛应用的是极坐标阻抗圆图，又称为史密斯（Smith）圆图。本节仅讨论适用于无耗传输线的极坐标圆图的构成及其使用方法。

2.6.1　阻抗圆图

阻抗圆图由等反射系数圆族、等归一化电阻圆族和等归一化电抗圆族构成。

1）等反射系数圆族

在均匀无耗传输线上，电压反射系数 $\Gamma(z)$ 一般为复数，可用复平面上点的坐标表示。观察点 z 处的电压反射系数可表示为

$$\Gamma = \Gamma(z) = \Gamma_l e^{-j2\beta z} = |\Gamma_l| e^{j(\varphi_l - 2\beta z)} = |\Gamma_l| e^{j\theta} = \Gamma_u + j\Gamma_v \tag{2.63a}$$

或

$$\Gamma_u^2 + \Gamma_v^2 = |\Gamma|^2 \tag{2.63b}$$

可见这是一个圆的方程，圆心在坐标原点，半径为反射系数的模 $|\Gamma| = |\Gamma_l|$。当传输线的终端接不同负载阻抗 Z_l 时，反射系数的模值 $|\Gamma_l|$ 也不同，因而就有不同的 $|\Gamma|$ 圆。因 $0 \leqslant |\Gamma| \leqslant 1$，故复平面上 $|\Gamma|$ 为常数的等值线是一族以原点为圆心的同心圆，最小圆的半径是零，此点称为匹配点，它落在复平面的坐标原点 O 上；最大圆的半径是 1，它代表全反射系数的轨迹，如图 2.8 所示。由(2.50)和(2.52)两式可知，驻波系数 ρ、行波系数 K 与 $|\Gamma_l|$ 有一一对应的关系，因此等 $|\Gamma|$ 圆又代表等 ρ 圆或等 K 圆。

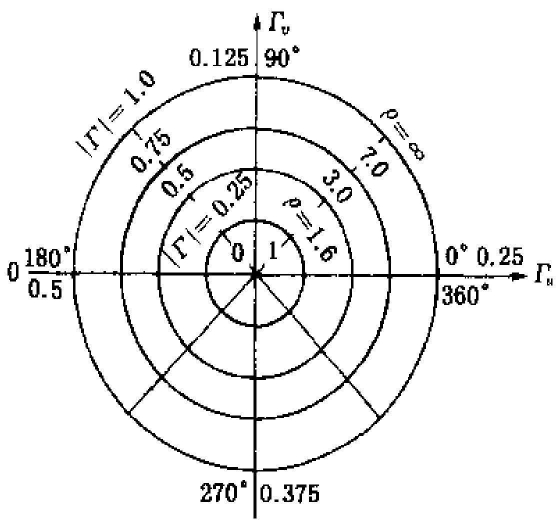


图 2.8　等反射系数圆

电压反射系数 Γ 的幅角 θ 为常数的等值线是一族从坐标原点出发，终止于单位圆的射线。通常将 θ 值标在单位圆外，并规定单位圆与正实轴的交点（即开路点）为 $\theta = 0°$。从该点逆时针方向旋转一周，θ 从 0°增加到 360°。由于反射系数幅角的变化与传输线上两点间的电长度 $\Delta z/\lambda$ 有关，因此通常可用电长度来表示幅角，并将其值标在单位圆外侧（或外面一个圆上）。显然，等 $|\Gamma|$ 圆的半个圆周相当于 0.25λ，整个圆周相当于 0.5λ。因传输线上两点间的距离与旋转的电长度相对应，故电长度的起始点可任意选取，通常将 $\theta = 180°$（即短路点）处作为电长度的零点。

2）归一化阻抗圆族

根据式(2.30)，定义线上任意一点 z 处的归一化阻抗为

$$z = \frac{Z}{Z_c} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \tag{2.64}$$

将式(2.63a)代入上式，得

$$z=\frac{1+(\Gamma_u+j\Gamma_v)}{1-(\Gamma_u+j\Gamma_v)}=\frac{1-(\Gamma_u^2+\Gamma_v^2)}{(1-\Gamma_u)^2+\Gamma_v^2}+j\frac{2\Gamma_v}{(1-\Gamma_u)^2+\Gamma_v^2}=r+jx$$

式中

$$r=\frac{1-(\Gamma_u^2+\Gamma_v^2)}{(1-\Gamma_u)^2+\Gamma_v^2},\quad x=\frac{2\Gamma_v}{(1-\Gamma_u)^2+\Gamma_v^2} \tag{2.65}$$

r 是归一化电阻，因 $\Gamma_u^2+\Gamma_v^2=|\Gamma|^2\leqslant 1$，故 $r\geqslant 0$；x 是归一化电抗，因 Γ_v 可取正值或负值，故 x 也可取正值或负值。将式(2.65)的两式分别整理，可得

$$\left(\Gamma_u-\frac{r}{1+r}\right)^2+\Gamma_v^2=\left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \tag{2.66a}$$

$$(\Gamma_u-1)^2+\left(\Gamma_v-\frac{1}{x}\right)^2=\left(\frac{1}{x}\right)^2 \tag{2.66b}$$

这两个方程都是圆方程。当归一化电阻 r 取不同常数时，式(2.66a)在复平面上表示一族圆，即归一化电阻圆，圆心为 $(r/(1+r),\ 0)$，半径为 $1/(1+r)$。因 $0\leqslant r\leqslant\infty$，故可绘出无穷多个归一化电阻圆，它们的圆心都在实轴 Γ_u 上，且圆心的横坐标 $r/(1+r)$ 与半径 $1/(1+r)$ 之和恒等于 1，因此归一化电阻圆是一组公共切点为(1, 0)的内切圆族，如图 2.9 所示。

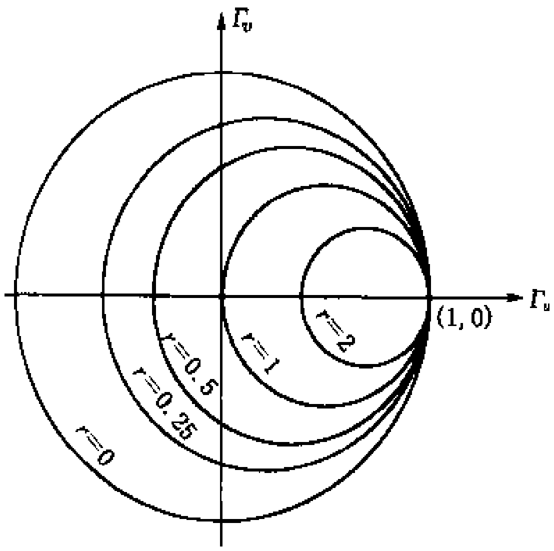


图 2.9 等归一化电阻圆

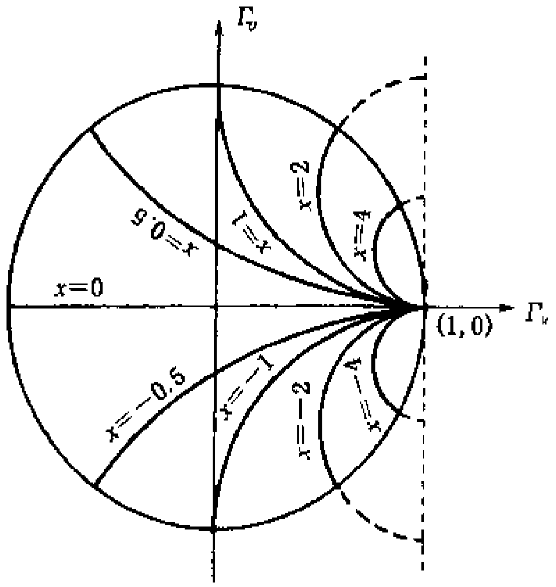


图 2.10 等归一化电抗圆

当归一化电抗 x 取不同常数时，式(2.66b)在复平面上表示一族圆，即圆心为$(1,\ 1/x)$，半径为 $1/|x|$ 的归一化电抗圆。其中一组是正归一化电抗圆族，它们的圆心落在 $\Gamma_u=1$ 的上半虚轴上，半径随 x 的增大而缩小，它们是一组公共切点为(1, 0)的内切圆；另一组是负归一化电抗圆族，它们的圆心落在 $\Gamma_u=1$ 的下半虚轴上，这也是一组公共切点为(1, 0)的内切圆。上述两组内切圆又是以(1, 0)为公共切点的外切圆，如图 2.10 所示。由于 $|\Gamma|\leqslant 1$，因此图中的归一化电抗圆族在单位圆以外的部分并未画出。

3) 史密斯圆图

将上述等反射系数圆、等归一化电阻圆和等归一化电抗圆重叠在一起，就构成了一个完整的阻抗圆图，此图最早由史密斯完成，故又称史密斯圆图，如图 2.11 所示。

根据上述对阻抗圆图构成的分析，可得到以下结论：

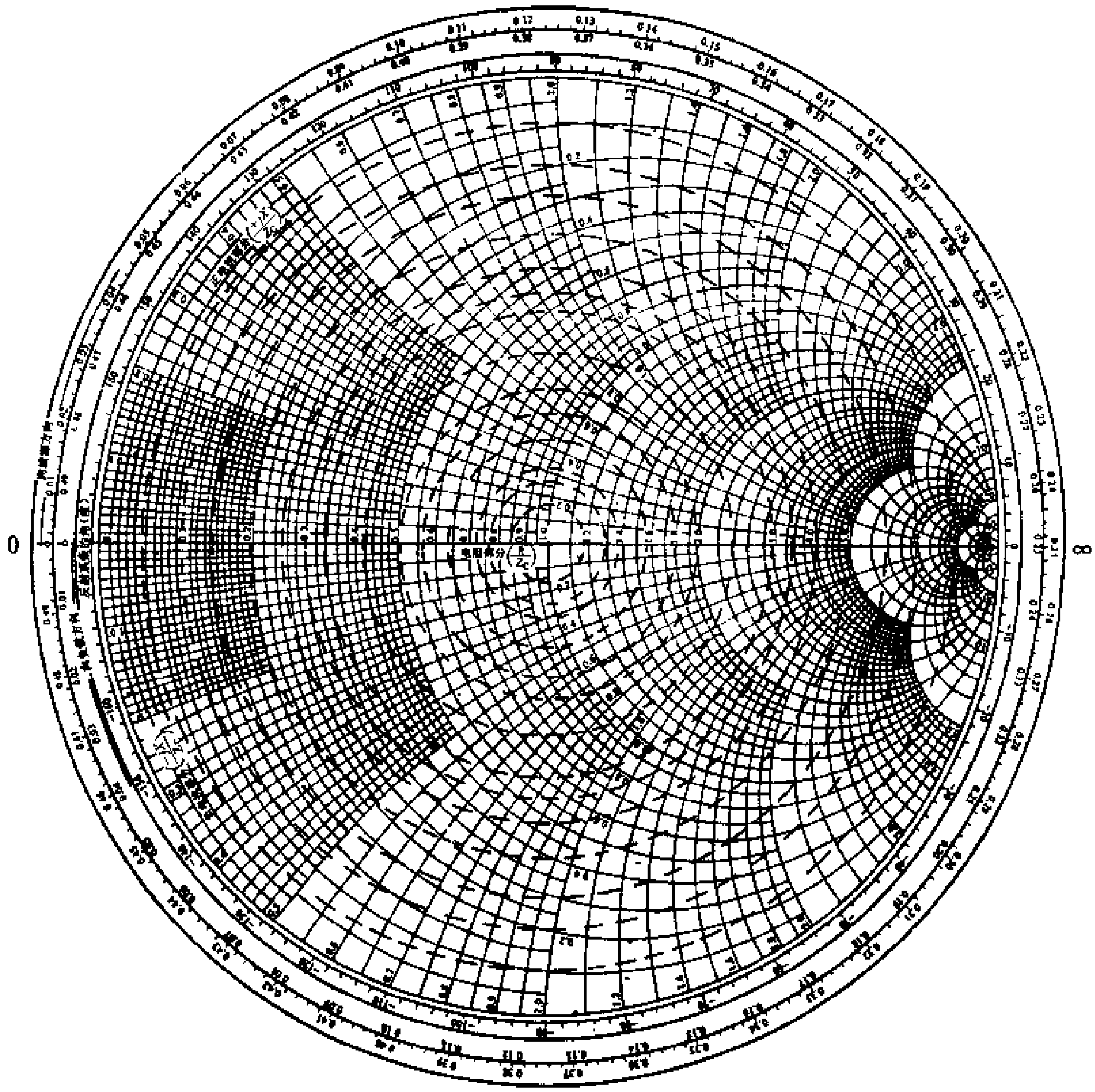


图 2.11　阻抗圆图

(1) 圆图的中心点对应于 $\Gamma = 0$，$x = 0$，$r = 1$（即 $Z_l = Z_c$），$\rho = 1$，是匹配点；实轴上的所有点（两端点除外）表示纯归一化电阻，这是因为当 $x = 0$ 时，等 x 圆的半径为∞，等 x 圆退化成实轴；实轴左端点对应 $\Gamma = -1$，$z = 0$，故该点是短路点；实轴右端点对应 $\Gamma = 1$，$z = \infty$，故该点是开路点。

(2) 圆图的单位圆对应于 $\Gamma = 1$，$r = 0$，$z = jx$，故该圆是纯归一化电抗圆。实轴以上半圆的等 x 圆曲线对应 $x > 0$，故上半圆中各点代表各种不同数值的感性复阻抗的归一化值；实轴以下半圆的等 x 圆曲线对应 $x < 0$，故下半圆中各点代表各种不同数值的容性复阻抗的归一化值。

(3) 圆图的右半实轴上的点对应于传输线上电压的同相位点，故是电压波腹点（电流波节点），r 的值即为电压驻波系数 ρ 的值；左半实轴上的点对应于传输线上电流的同相位点，故为电流波腹点（电压波节点），r 的值即为行波系数 K 的值。

使用圆图时，还应注意：圆图最外圈上标有电刻度，圈外刻度按顺时针方向增加，用箭头示出“向波源方向”；圈内刻度按逆时针方向增加，用箭头示出“向负载方向”。这是因为已规定 $z=0$ 为传输线的负载端，z 的正向是从负载指向波源。随 z 的增加（相应于传输线上的

点向波源方向移动），反射系数的幅角随之减小，在圆图上应顺时针方向旋转；反之，反射系数的幅角随 z 的减小而增加，在圆图上应逆时针方向旋转。

2.6.2　导纳圆图

在实际应用中，除根据传输线上某点处的阻抗求另外一点处的阻抗外，有时还需根据传输线上某点处的导纳求另外一点处的导纳。例如传输线上并联元件或并联分支线的问题，用导纳计算要比用阻抗计算方便。用于导纳计算的圆图称为导纳圆图。

因导纳 Y 是阻抗 Z 的倒数，故由式(2.64)可得传输线上任一点处的归一化导纳为

$$y = g + jb = \frac{Y}{Y_c} = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} \tag{2.67}$$

由式(2.27)，上式可写为

$$y = \frac{1+\Gamma_I}{1-\Gamma_I} \tag{2.68}$$

此式同式(2.64)在形式上完全一样，只是将原来的电压反射系数 Γ 换成了电流反射系数 Γ_I。因此，导纳圆图与阻抗圆图的图形完全相同，只是图中曲线所代表的意义不同。这就是说，在将阻抗圆图作为导纳圆图使用时，应将阻抗圆图中的 r、x 和 Γ 相应地换为 g、b 和 Γ_I，而标度值不变。

在将阻抗圆图作为导纳圆图使用时，还应注意：因为 $\Gamma_I = -\Gamma$，所以原来阻抗圆图实轴上的电压波腹（电流波节）点和电压波节（电流波腹）点的位置，在导纳圆图实轴上应分别是电压波节（电流波腹）点和电压波腹（电流波节）点的位置；原来在阻抗圆图上的开路点和短路点的位置，在导纳圆图上应分别是短路点和开路点的位置；原来在阻抗圆图上的电刻度的起始点在实轴的左端点，在导纳圆图上应在实轴的右端点。两种圆图的匹配点都是坐标原点。

此外，将式(2.64)和式(2.67)相比较，当 $z = l$ 时可发现

$$z(l) = y\left(l \pm \frac{\lambda}{4}\right) \tag{2.69}$$

可见，传输线上任意点 $z = l$ 处的归一化输入阻抗与相隔 $\lambda/4$ 位置处的归一化输入导纳是相等的，因此在一张圆图上可以直接作归一化阻抗和归一化导纳之间的互换。即为求出某点处的归一化导纳，可先在阻抗圆图上找到与该点的归一化阻抗相对应的点，然后沿等反射系数圆将此点旋转 180°（相当于 z 变化了 $\lambda/4$），就得到归一化导纳对应点的值。同理，可根据某点处归一化导纳的值确定归一化阻抗的值。

例 2.1　在特性阻抗 $Z_c = 50\,\Omega$ 的均匀无耗传输线上测得 $\rho = 5$，第一个电压波节点出现在距终端负载的 $l_{\min1} = 1$ cm 处，导行波的波长 $\lambda = 10$ cm，求归一化负载阻抗 z_l。

解法Ⅰ　用阻抗圆图求解，见图 2.12(a)。

① 在图 2.12(a)的右半实轴上找到 $\rho = 5$ 的点 a，以 O 为圆心，$\overline{Oa}$为半径作圆交于左半实轴上的 b 点，b 点即为电压波节点对应的位置。

② 由 b 点出发沿 $\rho = 5$ 的圆逆时针（向负载方向）旋转 $l_{\min1}/\lambda = 0.1$ 电长度至 c 点，得 z_l 为

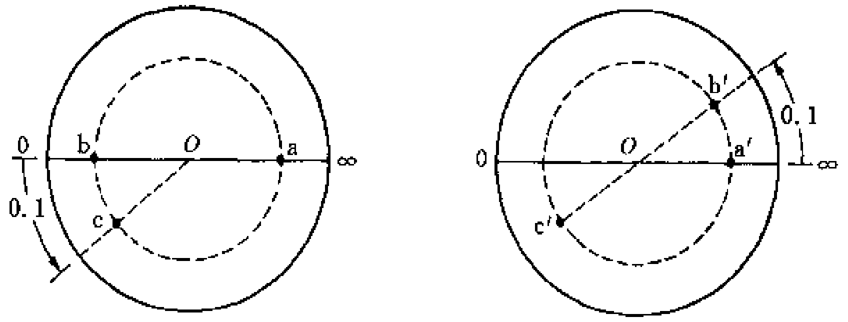


图 2.12 例 2.1 用图

$$z_l = 0.3 - j0.68$$

解法Ⅱ 用导纳圆图求解，见图 2.12(b)。

① 对导纳圆图而言，图 2.12(b)的右半实轴为电压波节点。于是，沿 $\rho = 5$ 的圆从 a′点向负载方向旋转 0.1 电长度至 b′点，得归一化负载导纳为

$$y_l = 0.57 + j1.25$$

② 从 b′点沿 $\rho = 5$ 的圆旋转 180°至 c′点，得归一化负载阻抗为

$$z_l = 0.3 - j0.68$$

可见用阻抗圆图和导纳圆图求解所得的结果完全相同。

2.7 传输线的阻抗匹配

2.7.1 阻抗匹配的概念

阻抗匹配是微波技术中经常遇到的问题，通常分为共轭匹配和无反射匹配两种情况。前者指的是波源的内阻抗 Z_g 与微波传输线的输入阻抗 Z_{in} 之间的匹配，从而使波源有较大的功率传输给传输线，如图 2.13 所示；后者则指的是负载阻抗 Z_l 与传输线的特性阻抗 Z_c 之间的恒等匹配，从而达到无反射的传输条件。

一般情况下，满足共轭匹配条件的传输线中存在着反射波，但当无反射的波源匹配(即 $Z_g = Z_c$)和负载匹配(即 $Z_l = Z_c$)同时成立时，不难证明波源的共轭匹配也必成立。因此，无反射匹配具有更重要的意义。对于无反射匹配，因为波源匹配与负载匹配的条件一致，方法也基本相同，同时实用的波源匹配通常在传输线和波源之间加入衰减器和隔离器(见第 6 章)等简单的方法来实现，因此只要讨论负载的无反射匹配。

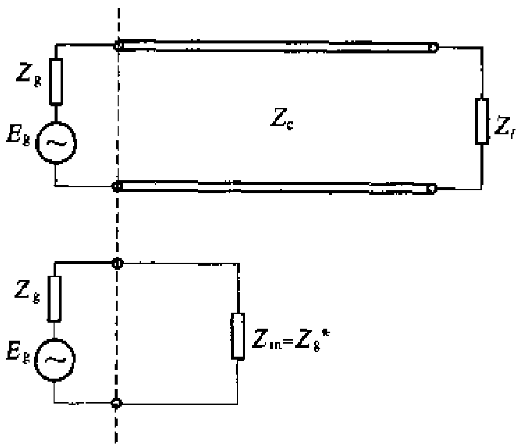


图 2.13 波源的共轭匹配

负载匹配的实质是设法在传输线与负载间插入阻抗匹配器，只要此阻抗匹配器和负载

引起的反射波等幅反相，则传输线上就没有反射波，从而处于行波工作状态。从阻抗的角度，负载匹配则指用某种匹配器件使原来不等于传输线特性阻抗的负载阻抗变为特性阻抗，即进行阻抗变换。最基本的匹配器是 $\lambda/4$ 阻抗变换器和支节调配器。下面对它们分别进行讨论。

2.7.2 λ/4 阻抗变换器

若主传输线的特性阻抗为 Z_c，负载阻抗 $Z_l = R_l \neq Z_c$，此时可在主传输线和负载之间插入一段特性阻抗为 Z_{c1}，长度为 $\lambda/4$ 的传输线，如图 2.14 所示，这样就构成了 $\lambda/4$ 阻抗变换器。由图可知，AA'处的输入阻抗 Z_{in}为

$$Z_{in} = \frac{Z_{c1}^2}{R_l} \tag{2.70}$$

若使 AA'左边传输线上没有反射波，则应使 $Z_{in} = Z_c$，于是

$$Z_{c1} = \sqrt{Z_c R_l} \tag{2.71}$$

若负载阻抗 Z_l 不是纯电阻时，则应将 $\lambda/4$ 阻抗变换器接在离负载较近的电压波节点或波腹点处，这是因为从这些位置处朝负载看去的输入阻抗为纯电阻。通常将它接在第一个电压波节点处。因该处的阻抗 $Z_{min} = Z_c/\rho$，故 Z_{c1}应为

$$Z_{c1} = \frac{Z_c}{\sqrt{\rho}} \tag{2.72}$$

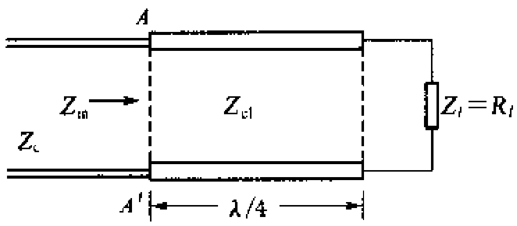


图 2.14　λ/4 阻抗变换器

其中第一个电压波节点的位置可用计算的方法、查阻抗圆图的方法或在实际中用实验的方法确定。

例 2.2　一电动势 $E_g = 10e^{j0^\circ}$ V 的匹配信号源通过一特性阻抗为 50 Ω 的均匀无耗传输线，以相等的功率馈送给两个分别为 $R_{l1} = 64\,\Omega$ 和 $R_{l2} = 25\,\Omega$ 的并联负载，并用 $\lambda/4$ 阻抗变换器来实现与主传输线的匹配，如图 2.15 所示。试求：① $\lambda/4$ 阻抗变换器的特性阻抗 Z_{c1}、Z_{c2}；② $\lambda/4$ 阻抗变换器的电压驻波系数；③ 负载电阻 R_{l1}、R_{l2}的吸收功率。

解：① 因波源以相同的功率馈送给两个并联负载，故从主传输线终端 AA'的右端分别向负载为 R_{l1}和 R_{l2}看去的输入阻抗 Z_{in1}和 Z_{in2}应相等，即

$$Z_{in1} = Z_{in2} \tag{2.73}$$

式中，$Z_{in1} = Z_{c1}^2/R_{l1}$，$Z_{in2} = Z_{c2}^2/R_{l2}$。于是，代入式(2.73)，可得

$$\frac{Z_{c1}^2}{64} = \frac{Z_{c2}^2}{25} \tag{2.74}$$

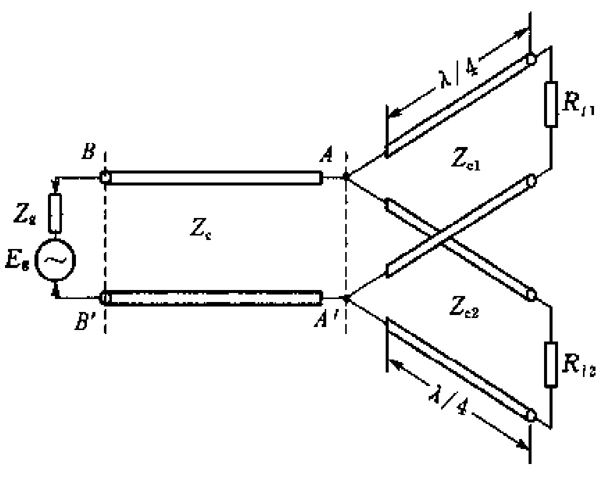


图 2.15　带有 λ/4 阻抗变换器的传输线系统

又由于主传输线在 AA'处左端向负载看去

的输入阻抗$(Z_{in})_A$应等于主传输线的特性阻抗，即

$$(Z_{in})_A = \frac{Z_{in1}Z_{in2}}{Z_{in1}+Z_{in2}} = Z_c \tag{2.75}$$

联立式(2.74)和式(2.75)求解，得

$$Z_{c1} = 80\ \Omega,\quad Z_{c2} = 50\ \Omega$$

② 因负载R_{l1}、R_{l2}对应的反射系数分别为

$$\Gamma_{l1} = \frac{R_{l1}-Z_{c1}}{R_{l1}+Z_{c1}} = \frac{64-80}{64+80} = -0.11$$

$$\Gamma_{l2} = \frac{R_{l2}-Z_{c2}}{R_{l2}+Z_{c2}} = \frac{25-50}{25+50} = -0.33$$

故特性阻抗为Z_{c1}、Z_{c2}的$\lambda/4$阻抗变换器上的电压驻波系数分别为

$$\rho_1 = \frac{1+|\Gamma_{l1}|}{1-|\Gamma_{l1}|} = 1.25 \tag{2.76}$$

$$\rho_2 = \frac{1+|\Gamma_{l2}|}{1-|\Gamma_{l2}|} = 1.99 \tag{2.77}$$

③ 因主传输线始端的输入阻抗$(Z_{in})_B$为

$$(Z_{in})_B = Z_c$$

故波源馈送给无耗传输线系统的总功率为

$$P = \frac{1}{2}|U_B||I_B| = \frac{1}{2}\frac{E_gZ_c}{Z_g+Z_c}\frac{E_g}{Z_g+Z_c} = \frac{E_g^2}{4Z_c} = 0.25\ \text{W} \tag{2.78}$$

于是，负载R_{l1}、R_{l2}的吸收功率P_{l1}、P_{l2}为

$$P_{l1} = P_{l2} = \frac{1}{2}P = 0.125\ \text{W} \tag{2.79}$$

(注：P_{l1}、P_{l2}也可按$P_{li} = \frac{|U_i^+|^2}{2Z_c}(1-|\Gamma_{li}|^2)$，$i=1, 2$求解。)

2.7.3 支节调配器

这类匹配器是在主传输线的适当位置并联(或串联)合适的电纳(或电抗)元件，以产生附加反射来抵消负载所产生的反射而达到匹配的目的。电纳或电抗元件可采用终端短路线或终端开路线来实现，实际应用中以终端短路线并联(跨接)在主传输线上最为常见，常用的有单支节、双支节和三支节调配器。下面讨论单支节和双支节调配器。

1) 单支节调配器

单支节调配器是在离终端适当位置处并联一可调短路线构成，如图 2.16 所示。调节支节位置d_1和支节长度l_1，使AA'左边主传输线达到匹配。

当$Z_l \neq Z_c$时，传输线与负载不匹配，但总可在靠近负载的传输线上找到一个位置AA'，其归一化导纳的电导分量为1，即$y_1 = 1\pm jb_1$。若在该处并联一个大小相等、性质相反

的归一化电纳 $y_2 = \mp jb_1$ 的短路线，则可抵消 y_1 的电纳分量，使总的归一化导纳 $y_A = y_1 + y_2 = 1$，即 $z_A = 1$，此时 AA'左边的传输线上没有反射波而实现匹配。并联支节线的位置 d_1 和支节线的长度 l_1 可用圆图确定。

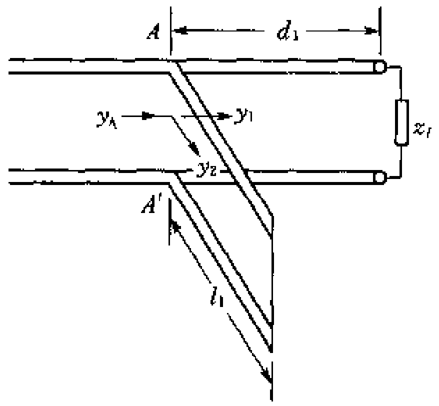


图 2.16　单支节调配器

2）双支节调配器

单支节调配器的优点是结构简单，对任意的终端负载都可达到匹配的目的，缺点是当负载发生变化时，需要调整支节线的接入位置。若要固定支节线的位置，可采用双支节调配器进行调配，如图 2.17 所示。其中两支节的间距 d_2 一般取 $\lambda/8$ 或其整数倍，但不能取为 $\lambda/2$ 或其整数倍。

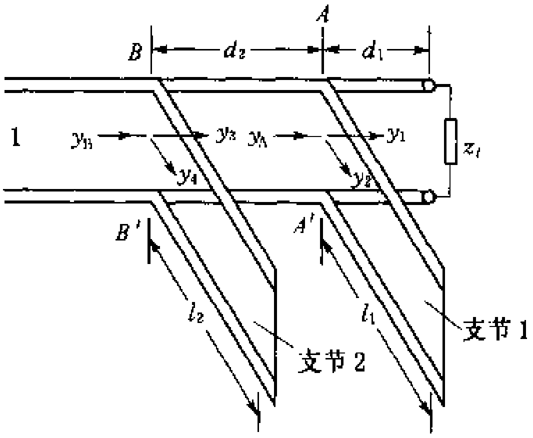


图 2.17　双支节调配器

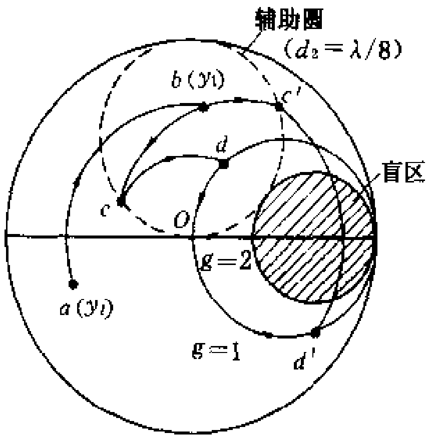


图 2.18　双支节调配原理

双支节调配器的调配原理可用图 2.18 所示的导纳圆图来加以说明。为使图 2.17 中 BB'左边的传输线上无反射（即 $y_B = 1$），必须使从 BB'向负载看去的归一化输入导纳 $y_3 = 1 \pm jb_3$，即应使 y_3 落在 $g_3 = 1$ 的单位圆上。为讨论方便，选取 $y_3 = 1 + jb_3$，则 y_3 应落在 $g_3 = 1$ 的圆上 d 点，通过调节 l_2 的长度，使 $y_4 = -jb_3$，此时 $y_A = y_3 + y_4 = 1$，BB'右边的传输线处于无反射工作状态。为使 y_3 落在单位圆上，就要求 y_A 落在一个辅助圆上。若选取 $d_2 = \lambda/8$，则通过调节 l_1 的长度可使 $y_A = y_1 + y_2$ 落在图 2.18 中辅助圆上的某 c 点处。同理，若选取 $y_3' = 1 - jb_3$，则 y_3'和 y_A'应分别落在图 2.18 中的某 d'和 c'点处。

由图 2.18 可见，由于 $g = 2$ 的等电导圆与辅助圆相切，故当 y_1 落在 $g > 2$ 的圆内时，调节 l_1 的长度不能使 y_A 落在辅助圆上，而不可能获得匹配，所以 $g = 2$ 的圆内（图中的阴影区域）是匹配盲区。同理可知，当 $d_2 = 3\lambda/8$ 时，$g = 2$ 的圆内区域也是匹配盲区；当 $d_2 = \lambda/4$ 时，$g = 1$ 的圆内区域是匹配盲区，如图 2.19 所示。由此可见，双支节调配器不能对任意负载阻抗进行匹配，它存在一个不能获得匹配的盲区。为弥补双支节调配器存在盲区这一缺陷，可在双支节调配器上

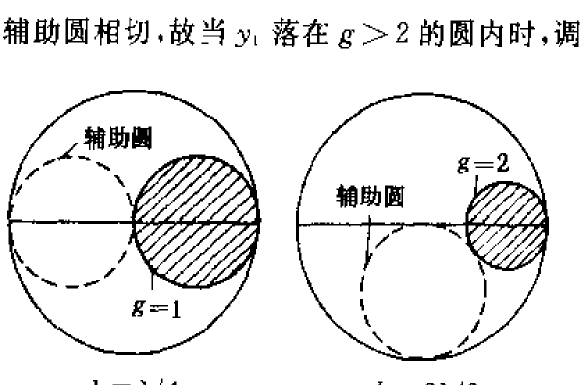


图 2.19　$d_2 = \lambda/4$ 和 $3\lambda/8$ 情况下匹配盲区的位置

再增加一个支节构成三支节调配器，两支节间的间距仍取为 $\lambda/8$、$\lambda/4$ 或 $3\lambda/8$，而支节长度任意可调。三支节调配器的调配原理同双支节调配器相同，这里不再赘述。

还应指出，以上所述的阻抗匹配只能在一个频率上获得完全匹配，因而这些匹配器的工作带宽都很窄。欲获得宽带匹配，可采用多节 $\lambda/4$ 阻抗变换器或渐变式阻抗变换器。

2.8 传输线上的瞬态现象

迄今为止，我们只讨论了稳态情况下单频、时谐导行波在传输线上的传输和反射情况。但电话线或计算机网络中传输的则是数字或宽带信号。对传输数字或宽带信号的传输线，需要研究传输线上作为时间函数的波在传播时的瞬态特性。传输线上电压脉冲的瞬态响应是在脉冲传输线的发送端和接收端之间来回反射时在线上叠加的结果。

考虑图 2.20(a)幅度为 U_0、持续时间为 τ 的单一矩形脉冲在线上传输的简单情况。该脉冲幅度在 $t=0$ 之前为零，在 $0\leqslant t\leqslant\tau$ 内为 U_0，而 $t>\tau$ 也为零。我们知道，该脉冲在数学上可被表示为两幅度为 U_0 的阶跃函数的代数和，即

$$u(t)=u_1(t)+u_2(t)=U_0u(t)-U_0u(t-\tau) \tag{2.80}$$

式中，单位阶跃函数 $u(t)$ 定义为

$$u(t)=\begin{cases}1, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{2.81}$$

而式中的第一项 $u_1(t)=U_0u(t)$，代表 $t=0$ 时刻电源开关接通后幅度始终为 U_0 的直流电压，第二项 $u_2(t)=-U_0u(t-\tau)$，则代表 $t=\tau$ 时刻电源开关接通后幅度始终为 $-U_0$ 的直流电压，如图 2.20(b)所示。基于矩形脉冲的两个阶跃函数的表示方法，可将传输线传输矩形脉冲的瞬态特性视为传输线传输两个阶跃信号的瞬态特性的叠加。因此，只要能导出传输线在阶跃信号激励下的响应，利用叠加原理就可得到矩形脉冲激励下的传输线的响应。

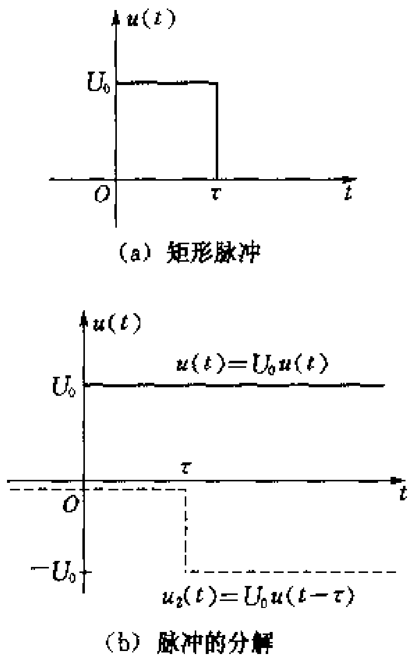
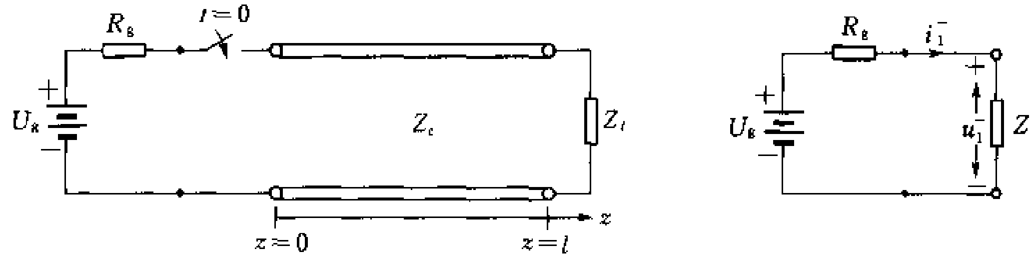


图 2.20 矩形脉冲及其分解

2.8.1 阶跃信号的瞬态响应

图 2.21(a)中示出了一均匀无耗传输线系统，其中传输线的始端接一直流电压源 U_g，电压源的内阻为 R_g，传输线终端接一负载阻抗 Z_l，并设传输线的特性阻抗为 Z_c，且为实数，线长为 l。

电源和传输线间的开关在 $t=0$ 时刻被闭合，在开关闭合的瞬间，传输线的作用就如同阻抗为 Z_c 的负载直接同电源电路相连，如图 2.21(b)所示。这是因为传输线的输入阻抗并不受到负载阻抗 Z_l 的影响，传输线可视为无限长，因此线的输入阻抗等于其特性阻抗。由图 2.21(b)可见，传输线输入端的初始电流和对应的初始电压分别为



(a) 传输线系统　　(b) $t=0^+$ 时的等效电路

图 2.21　接直流电压源的传输线系统及其 $t=0^-$ 时的等效电路

$$i_1^+ = \frac{U_g}{R_g + Z_c} \tag{2.82a}$$

$$u_1^+ = i_1^+ Z_c = \frac{U_g Z_c}{R_g + Z_c} \tag{2.82b}$$

u_1^+ 和 i_1^+ 构成了开关接通后瞬间沿着传输线以速度 $v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ 向负载传输的波的初始源，其中上标"+"代表波向 $+z$ 向传输。这种波在 $z = l/2$ 于三种不同时刻的瞬态响应示于图 2.22中，其中取 $R_g = 4Z_c$ 以及 $Z_l = 2Z_c$。图中第一个响应是处于 $t = T/2$ 时刻的情况，其中 $T = l/v$ 是波传播整个线长所花的时间。在 $t = T/2$ 时刻，波已沿线行进了一半的路程。因此，在线的前半段上波的电压等于 u_1^+，而在线的后半段上电压仍为零，如图 2.22(a)所示。在 $t = T$ 时刻，波到达 $z = l$ 的负载处，因 $Z_l \neq Z_c$，故线的失配使线的终端产生一幅度为 u_1^-，向线的始端行进的反射波，u_1^- 为

$$u_1^- = \Gamma_l u_1^+ \tag{2.83}$$

式中，$\Gamma_l = (Z_l - Z_c)/(Z_l + Z_c)$，是负载的电压反射系数。因已取 $Z_l = 2Z_c$，故 $\Gamma_l = 1/3$。经负载反射后，线上的电压由初始波电压 u_1^+ 和反射波电压 u_1^- 叠加而成。线上在 $z = l/2$

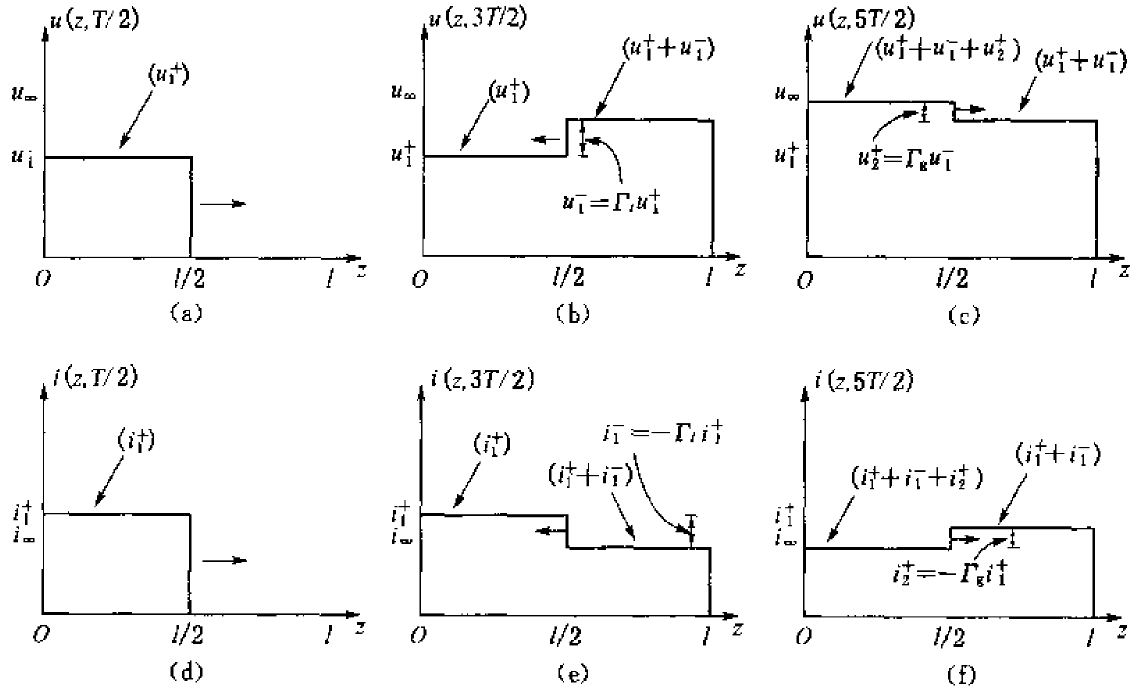


图 2.22　线上波在 $z = l/2$ 处于三种不同时刻的瞬态响应

处于 $t=3T/2$ 时刻的电压波形如图 2.22(b)所示，$u(z,\ 3T/2)$在线的前半段 $(0\leqslant z\leqslant l/2)$ 上的电压等于 u_1^+，而在后半段 $(l/2\leqslant z\leqslant l)$ 上的电压等于 $u_1^+ + u_1^-$。

在 $t=2T$ 时刻，线上的反射波到达线的始端，若 $R_g\neq Z_c$，则线的始端的失配在 $z=0$ 处产生幅度为 u_2^+，向 $+z$ 向传播的反射波，u_2^+ 为

$$u_2^+ = \Gamma_g u_1^- = \Gamma_g \Gamma_l u_1^+ \tag{2.84}$$

式中，$\Gamma_g=(R_g-Z_c)/(R_g+Z_c)$，是电源内阻 R_g 的电压反射系数。因已取 $R_g=4Z_c$，故 $\Gamma_g=0.6$。在 $t=2T$ 时刻后，随着时间的推移，幅度为 u_2^+ 的波沿线向负载方向行进，由图可见，它将再次叠加到该时刻以前的电压波上。因此，在 $t=5T/2$ 时刻，线的前半段上的总电压为

$$u(z,\ 5T/2) = u_1^+ + u_1^- + u_2^+ = (1+\Gamma_l+\Gamma_l\Gamma_g)u_1^+,\ 0\leqslant z\leqslant l/2 \tag{2.85}$$

而在线的后半段上的总电压为

$$u(z,\ 5T/2) = u_1^+ + u_1^- = (1+\Gamma_l)u_1^+,\ l/2\leqslant z\leqslant l \tag{2.86}$$

此时刻的电压分布如图 2.22(c)所示。

至此，我们考察了线上电压 $u(z,\ t)$的瞬态响应，而线上电流 $i(z,\ t)$的相应瞬态响应则如图 2.22(d)～(f)所示，其分析过程同电压 $u(z,\ t)$的情况相似。不过有一点重要的区别，就是线上每一端接处的反射电压与相应端接处电压反射系数 Γ_U 有关，而线上每一端接处的反射电流与相应端接处电流反射系数 Γ_I 有关。因 $\Gamma_I\,|_{z=l}=-\Gamma_U\,|_{z=l}=-\Gamma_l$，这样与式(2.83)和式(2.84)对应的电流波的幅度与反射系数 Γ_l 间的关系为

$$i_1^- = -\Gamma_l i_1^+ \tag{2.87a}$$

$$i_2^+ = -\Gamma_g i_1^- = \Gamma_g\Gamma_l i_1^+ \tag{2.87b}$$

传输线上因失配引起的多重反射过程无限地继续下去，最终当 $t\to\infty$ 时，$u(z,\ t)$的终值在传输线上各点处都相同，记为 u_∞，则

$$\begin{aligned} u_\infty &= u_1^+ + u_1^- + u_2^+ + u_2^- + \cdots = u_1^+(1+\Gamma_l+\Gamma_l\Gamma_g+\Gamma_l^2\Gamma_g+\cdots) \\ &= u_1^+[(1+\Gamma_l)(1+\Gamma_l\Gamma_g+\Gamma_l^2\Gamma_g^2+\cdots)] = u_1^+(1+\Gamma_l)(1+x+x^2+\cdots) \end{aligned} \tag{2.88}$$

式中，$x=\Gamma_l\Gamma_g$，因 $|x|<1$，故上式变为

$$u_\infty = u_1^+\frac{1+\Gamma_l}{1-\Gamma_g\Gamma_l} \tag{2.89}$$

将 u_1^+、Γ_l 和 Γ_g 的表示式代入上式，得

$$u_\infty = \frac{U_g Z_l}{R_g+Z_l} \tag{2.90}$$

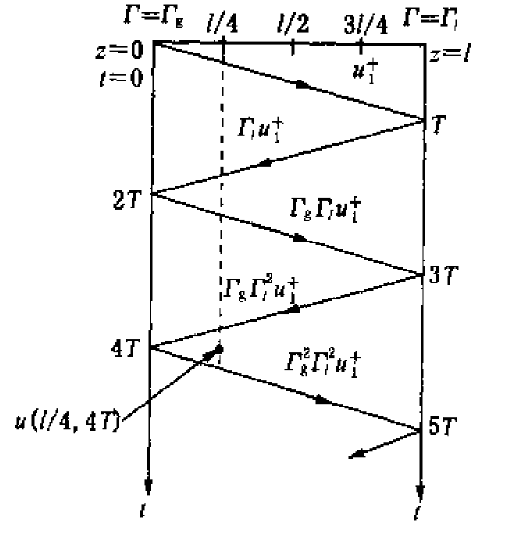
电压 u_∞ 称为线上的稳态电压，其表达式同对图 2.21(a)的电路进行直流分析所得结果完全相同，此时只要将电源与负载间的无耗传输线简单地视为连接导线即可。同 u_∞ 对应的稳态电流 i_∞ 为

$$i_\infty = \frac{u_\infty}{Z_l} = \frac{U_g}{R_g+Z_l} \tag{2.91}$$

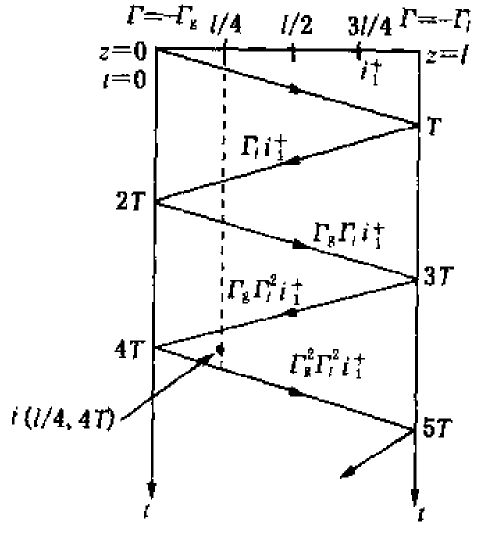
2.8.2 反射图

如前所述，由于电压波和电流波会因线的失配在线上来回反射，因此找出线上电压波和电流波的传播规律是一件复杂且令人乏味的事，这里要介绍的反射图可以方便地解决这一问题。图 2.23(a)和(b)分别给出了电压波和电流波的反射图。其中横坐标代表沿线的位置(坐标 z)，而纵坐标则代表时间(t)。图 2.23(a)中的反射图由代表线上电压波行进的"之"字形曲线组成，在 $z=t=0$ 处，幅度为 u_1^+ 的入射电压波沿 $+z$ 方向行进，直到 $t=T$ 时刻到达 $z=l$ 的负载端。在此反射图的最顶端，分别用 $\Gamma=\Gamma_g$ 和 $\Gamma=\Gamma_l$ 代表电源端和负载端的反射系数。在"之"字形曲线的第一根直线段的终端，引出第二根直线段以表示幅度为 $u_1^-=\Gamma_l u_1^+$ 的反射的电压波；在第二根直线段的终端则引出第三根直线段以表示幅度为 $\Gamma_g\Gamma_l u_1^+$ 的反射的电压波，……，以此类推。这样，每一根新引出的直线段所代表的反射电压波的幅度都等于前一根直线段所代表的反射电压波的幅度与其终端处的反射系数的乘积。图 2.23(b)中电流 $i(z,t)$的反射图同样遵循电压 $u(z,t)$的反射图的分析思路。不同的是，此反射图的顶端的反射系数应为 $-\Gamma_l$ 和 $-\Gamma_g$。

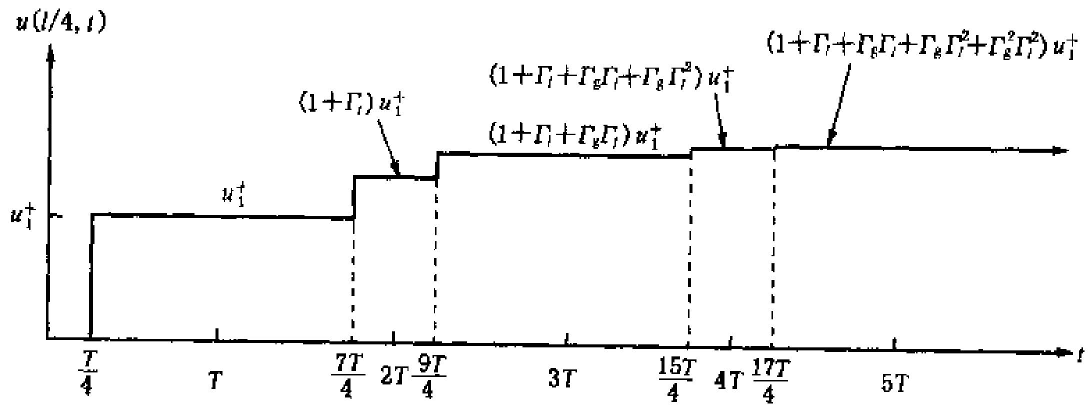
利用反射图，传输线上任何点 z_1 处于 t_1 时刻的总电压(或总电流)的幅值，均可通过叠



(a) 电压反射图



(b) 电流反射图



(c) $z=l/4$ 处电压随时间的变化图形

图 2.23　电压和电流的反射图

加过 z_1 点的一根介于 $t=0$ 和 $t=t_1$ 之间的且垂直于横坐标轴的线段与所有“之”字形曲线的直线段所代表的波的电压(或电流)的幅值而得到。例如,为得到 $z=l/4$ 于 $t=4T$ 时刻的电压的幅值,我们不妨在图 2.23(a)中作过 $z=l/4$ 的用虚线表示的垂线,并将此垂线从 $t=0$ 一直延伸到 $t=4T$。显然,此垂线与 4 根“之”字形曲线的直线段相交,因此在 $z=l/4$ 处于 $t=4T$ 时刻总电压的幅值为

$$u(l/4,4T)=u_1^+ + \Gamma_l u_1^+ + \Gamma_g \Gamma_l u_1^+ + \Gamma_g \Gamma_l^2 u_1^+$$
$$= u_1^+(1+\Gamma_l+\Gamma_g\Gamma_l+\Gamma_g\Gamma_l^2)$$

由此可见,传输线上任何特殊位置 $u(z,t)$ 随时间 t 的变化关系均可通过 z 处的垂线作多根“之”字形曲线的直线段所代表的电压值进行叠加而得到。图 2.23(c)示出了 $z=l/4$ 处对 $\Gamma_g=3/5$ 和 $\Gamma_l=1/3$ 的情况下线上的 $u(z,t)$ 随 t 的变化关系。

实际应用中,时域反射计(TDR, Time-Domain Reflectometer)就是利用传输线的瞬态响应来测定传输线上出现故障位置的一种仪器(示波器)。例如,考虑一根与 TDR 相连,距离 TDR 为 d 处遭损坏的很长的地下或海底电缆(同轴线),这种损坏会改变电缆的电特性,损坏处将在电缆的内、外导体间呈现一个并联的阻抗 Z_{ll}。当 TDR 沿线馈送一个阶跃电压时,通过测量 TDR 的作为时间函数 t 的电压波形,即可确定遭损坏电缆的位置和程度。

例 2.3 示于图 2.24(a)中的电压波形由 TDR 观测得到,其中同轴线很长且同 75 Ω 的负载阻抗及示波器匹配。试确定:① 电源电压;② 同轴线损坏的位置以及损坏处的并联电阻。已知同轴线内外导体间的绝缘材料为 $\varepsilon_r=2.1$ 的聚四氟乙烯。

解:① 由于同轴线的始端及终端匹配且很长,故 $R_g=Z_l=Z_c$。在图 2.24(b)中,距离同轴线始端为 d 处的损坏处用一并联电阻 R_f 表示。因同轴线匹配,故由式(2.78b),有

$$u_1^+=\frac{U_g Z_l}{R_g+Z_l}=\frac{U_g}{2}$$

而由图 2.24(a)可读出 $u_1^-=6$ V,于是

$$U_g=2u_1^+=12\ \text{V}$$

② 因线上波的传播速度为

$$v=c/\sqrt{\varepsilon_r}=2.07\times10^8\ \text{m/s}$$

故可知线上的波经损坏处引起的第一次反射波回到线的始端产生的时间延迟 $\Delta t=2d/v$。又由图 2.24(a)可知,$\Delta t=12\ \mu\text{s}$,因此

$$d=\frac{\Delta t}{2}v=\frac{12\times10^{-6}}{2}\times2.07\times10^8=1\ 242\ \text{m}$$

③ 由图 2.24(a)中示出的 $u(d,t)$ 的幅度变化,可知

$$u_1^-=\Gamma_f u_1^+=-3\ \text{V}\ 或\ \Gamma_f=-0.5$$

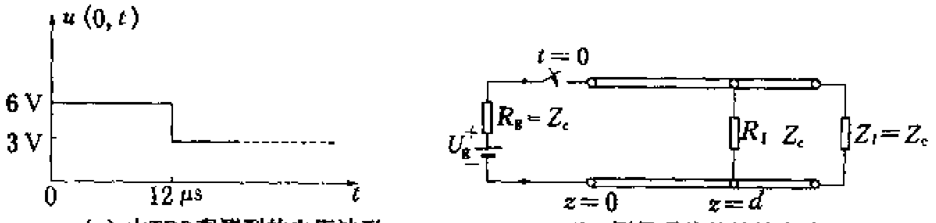
式中,Γ_f 是由 $z=d$ 处的损坏对应的负载阻抗 Z_{ll} 引起的反射系数。于是

$$\Gamma_f=\frac{Z_{ll}-Z_c}{Z_{ll}+Z_c}$$

由此可得 $Z_{if} = 25\ \Omega$。又因同轴线损坏处的阻抗 Z_{if} 是由损坏处的并联电阻 R_l 和其右端的输入阻抗(即 Z_c)并联而成，于是

$$\frac{1}{Z_{if}} = \frac{1}{R_l} + \frac{1}{Z_c}$$

所以 $R_l = 37.5\ \Omega$。



(a) 由TDR观测到的电压波形　　(b) 测量系统的等效电路

图 2.24　时域反射计用于测定同轴线的故障位置

习　　题

2-1　在一均匀无耗传输线上传输频率为 3 GHz 的信号，已知其特性阻抗 $Z_c = 100\ \Omega$，终端接 $Z_l = (75 + j100)\ \Omega$ 的负载。

试求：① 传输线上的驻波系数；

② 离终端 10 cm 处的反射系数。

2-2　证明均匀无耗传输线的负载阻抗为

$$Z_l = Z_c \frac{1 - j\rho \tan \beta z_{\min 1}}{\rho - j\tan \beta z_{\min 1}}$$

其中，ρ 为驻波系数，$z_{\min 1}$ 为第一个电压波节点到负载的距离。

2-3　已知一均匀无耗传输线的特性阻抗为 50 Ω，负载阻抗为 $(50 + j100)\ \Omega$，其上传输频率为 5 GHz 的信号，传输线总长为 0.5 m。试求其输入阻抗，并求出距终端分别为 0.1 m 和 0.3 m 处的输入阻抗值。

2-4　求如图 2.25 所示各均匀无耗传输线输入端的反射系数及输入阻抗。

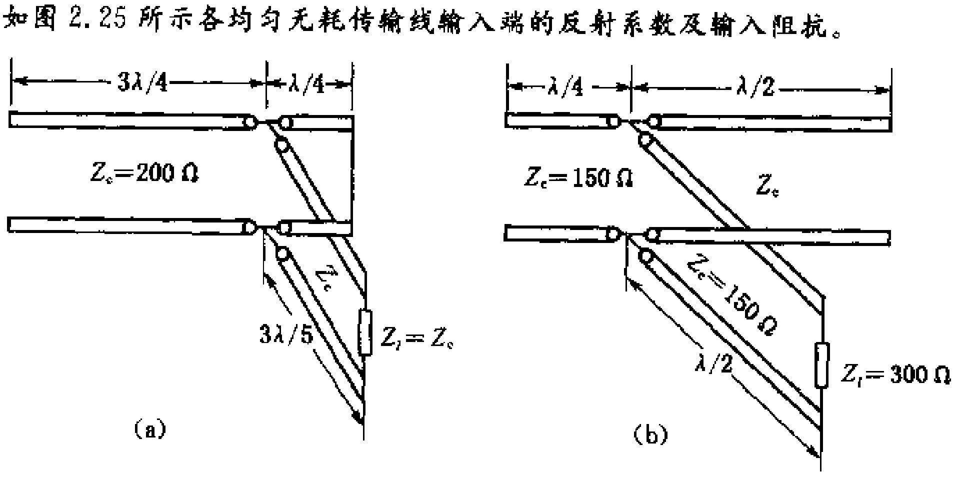


图 2.25　题 2-4 附图

2-5　如图 2.26 所示为一均匀无耗传输线，$Z_c = 100\ \Omega$，$Z_l = (150 + j50)\ \Omega$。欲使 A 处无反射，试求 l 和 Z_{c1}。

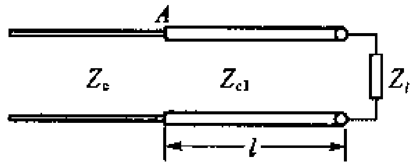


图 2.26　题 2-5 附图

2-6　一未知负载 Z_l 接在 $Z_c = 50\,\Omega$ 的均匀无耗传输线终端，现测得线上电压极大值为 100 mV，极小值为 20 mV，离负载第一个电压波节点的位置为 $z_{\min 1} = \lambda/3$。试计算负载阻抗 Z_l。

2-7　如图 2.27 所示为一匹配装置。设支节与 $\lambda/4$ 线均无耗，且特性阻抗为 Z_{c1}，无耗主线的 $Z_c = 400\ \Omega$，工作频率为 200 MHz，$Z_l = (100 + j100)\ \Omega$。

试求：① $\lambda/4$ 线和支节的特性阻抗；

② 短路支节的最短长度；

③ 若匹配装置放在 A 的位置，情况如何？

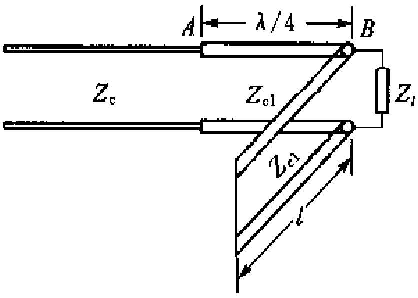


图 2.27　题 2-7 附图

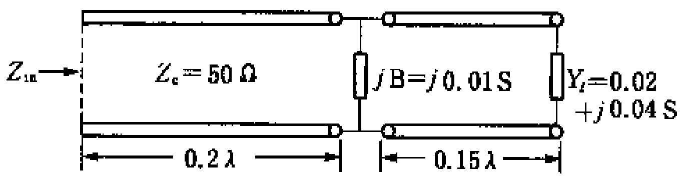


图 2.28　题 2-8 附图

2-8　用圆图求如图 2.28 所示电路的输入阻抗 Z_{in}。

2-9　一长度为 l 的均匀无耗传输线，测得终端短路时的输入阻抗为 Z_{ins}，终端开路时的输入阻抗为 Z_{ino}。求该传输线的特性阻抗 Z_c。

2-10　一均匀无耗传输线终端接负载阻抗 $Z_l = (40 - j30)\ \Omega$。

① 欲使线上的电压驻波系数达到最小，求传输线的特性阻抗；

② 按①中提供的特性阻抗，求电压驻波系数的极小值以及相应的反射系数；

③ 求距负载最近的电压波节点的位置。

2-11　图 2.29 所示为一由若干段均匀无耗传输线组成的系统。已知 $E_g = 50e^{j0^\circ}$ V，$Z_c = Z_g = Z_1 = 100\ \Omega$，$Z_{c1} = 150\ \Omega$，$Z_2 = 225\ \Omega$。

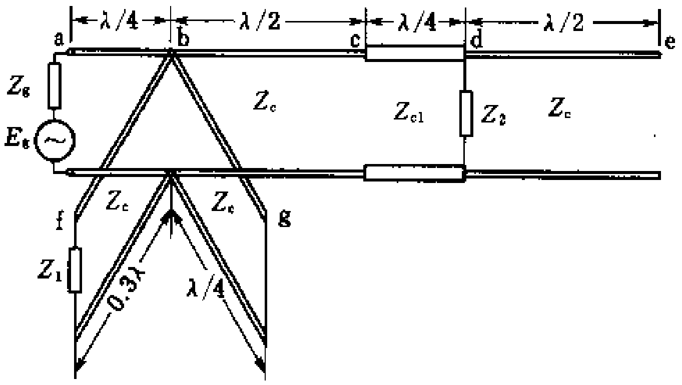


图 2.29　题 2-11 附图

试求：① 各段的驻波系数，并分析各段的工作状态；

② 画出各段电压、电流振幅分布图并标出极值；

③ 各负载吸收的功率。

2-12　一均匀无耗传输线的特性阻抗为500 Ω，如图2.30所示。负载阻抗 $Z_l=(200-j250)\ \Omega$，通过 $\lambda/4$ 变换及并联短路支节线使传输线输入端实现匹配，已知信号频率 $f=300$ MHz。求变换段的特性阻抗 Z_{c1} 及并联短路支节线的最短长度 l_{min}。

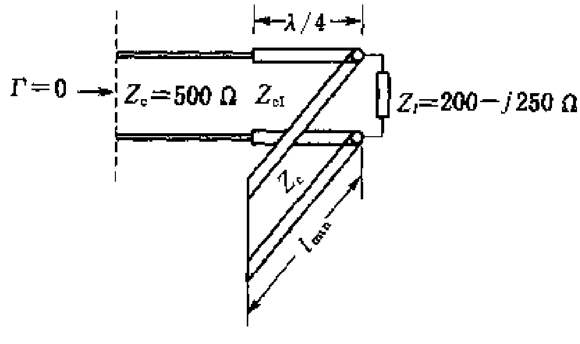


图 2.30　题 2-12 附图

2-13　一均匀无耗传输线的特性阻抗为70 Ω，负载阻抗 $Z_l=(70+j140)\ \Omega$、工作波长 $\lambda=20$ cm。试设计一单支节调配器使之匹配，计算支节线的接入位置和长度。

2-14　一特性阻抗为 50 Ω 的均匀无耗传输线长 $l=100$ m，传输线上传播频率 $f=500$ MHz 的电磁波，传输线的衰减常数 $\alpha=2.0\times10^{-3}$ NP/m，相移常数 $\beta=0.02$ rad/m，传输线终端接阻抗 $Z_l=(150+j200)\ \Omega$ 的负载。

① 求传输线负载端的反射系数 Γ_l 以及传输线始端（$z=l$）处的输入阻抗和反射系数；

② 若已知负载端的电压 $U_l=50e^{j0^\circ}$ V，求始端电压 U_1。

2-15　如图2.31所示，已知 $Z_g=Z_{c1}=100\ \Omega$，$Z_{c2}=80\ \Omega$，$E_g=50e^{j0^\circ}$ V，测得特性阻抗为 Z_{c1}、Z_{c2} 的均匀无耗传输线上的驻波比分别是1.2和3，B、C 分别是特性阻抗为 Z_{c1}、Z_{c2} 的线段上的电压驻波节点。求 Z_1 和 Z_2 的值及 Z_2 上的吸收功率。

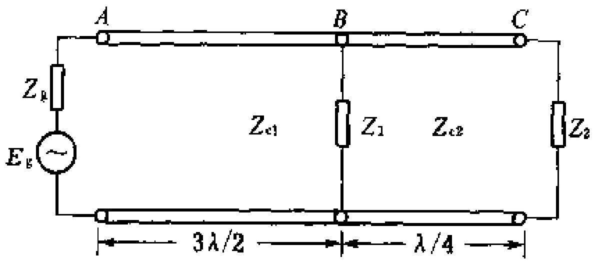


图 2.31　题 2-15 附图

2-16　在特性阻抗 $Z_c=600\ \Omega$ 的均匀无耗传输线上测得 $|U|_{max}=200$ V，$|U|_{min}=40$ V，第一个电压波节点距负载为 0.15λ。问 Z_l 为何值？若用短路支节进行匹配，求支节接入位置和长度。

2-17　有一均匀无耗传输线，负载归一化导纳 $y_l=1+j0.5$。欲采用双支节匹配，第一支节距负载距离 $d_1=0.1\lambda$，两支节间距 $d_2=\lambda/8$，求短路支节线的长度 l_1 和 l_2。

2-18　有一均匀无耗传输线系统，波源产生波长为 1 m 的电磁波，波源的电动势 $E_g=100e^{j90^\circ}$ V，内阻抗 $Z_g=50\ \Omega$，传输线长 $l=50$ cm，终端负载阻抗 $Z_l=(50+j20)\ \Omega$，线的单位长度电感和电容分别为 $L=165$ nH/m，$C=67.3$ pF/m。

求：① 传输线上波的传播相速、传输线的特性阻抗和波源的工作频率；

② 传输线上距开始端 25 cm 处及终端的电压、电流复数和瞬时表达式；

③ 传输线始端和终端的复功率。

2-19　某雷达的两部发射机共用一副天线，两部发射机的工作波长分别为 $\lambda_1=4$ m，$\lambda_2=3$ m，如图2.32所示。其中同轴线纵向剖面图中的粗实线代表同轴线的内导体，细

实线代表同轴线的外导体。若适当选取同轴线的长度 l_1 到 l_6 的尺寸，即可使雷达的每部发射机的发射功率畅通无阻地通过天线发射出去，而不进入另一部发射机。试确定长度 l_1 到 l_6 一组合适的尺寸。

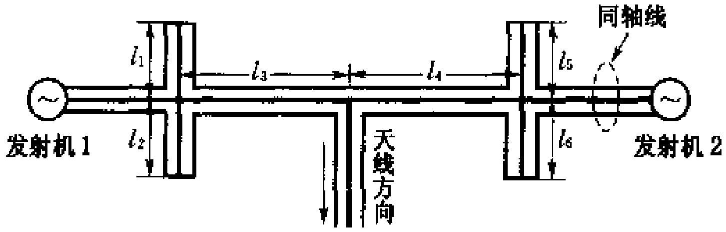


图 2.32　题 2-19 附图

2-20　一电动势 $e(t)=[100\cos(8\,000\pi t)]$ V，内阻抗 $Z_g=(50+j80)\,\Omega$ 的波源接到一特性阻抗的无畸变线上。已知线长 $l=10$ km，单位长度的电阻为 0.1 Ω/m，单位长度的电感为 1.0×10^{-2} H/m，另一端接匹配负载。

求：① 线上各点的瞬时电压和电流；

② 负载端的电压和电流；

③ 传输至负载端的平均功率。

2-21　试采用 Matlab 编程，画出长 $l=10$ cm 的终端短路均匀无耗传输线的输入阻抗模值 $|Z_{in}|$ 随频率 $f(=(1\sim4)$ GHz) 的变化曲线。

2-22　如图 2.33 所示为一均匀无耗传输线系统，其中 $E_g=200e^{j90^\circ}$ V，$Z_g=100\,\Omega$，$Z_c=75\,\Omega$，$R_1=100\,\Omega$，$R_2=50\,\Omega$，$l_1=\lambda_0/2$，$l_2=l_3=\lambda_0/4$。

① 求出各段线上的电压反射系数和驻波比；

② 画出各段线上电压振幅和电流振幅分布图；

③ 求出信号源的输出功率和两个负载 R_1、R_2 上吸收的功率。

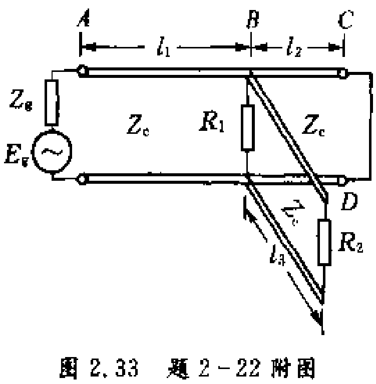


图 2.33　题 2-22 附图

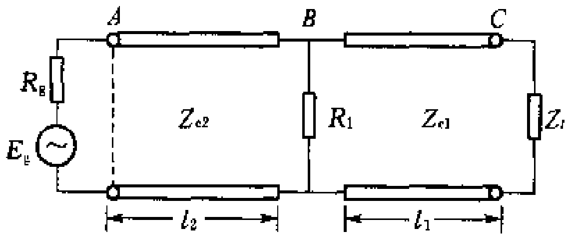


图 2.34　题 2-23 附图

2-23　如图 2.34 所示为一无耗传输线系统，其中 $E_g=200e^{j0^\circ}$ V，$R_g=Z_{c2}=450\,\Omega$，$Z_{c1}=600\,\Omega$，$Z_l=400\,\Omega$，$R=900\,\Omega$，且 $l_1=\lambda/4$，$l_2=\lambda/3$。画出沿线电压、电流和阻抗的振幅分布图，并求出它们的极大值和极小值。

2-24　如图 2.35 所示，已知一特性阻抗 $Z_c=50\,\Omega$ 的均匀无耗传输线与三段特性阻抗分别为 $Z_{c1}=100\,\Omega$，$Z_{c2}=50\,\Omega$，$Z_{c3}=100\,\Omega$，终端接负载分别为 $Z_{l1}=$

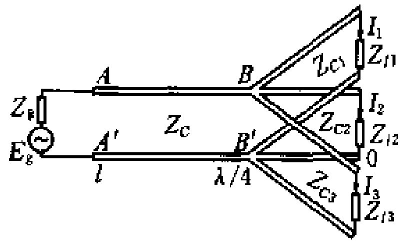


图 2.35　题 2-24 附图

$(50+j60)\ \Omega$，$Z_{l2}=(30+j20)\ \Omega$，$Z_{l3}=(50+j60)\ \Omega$ 的长为 $\lambda/4$ 的均匀无耗传输线连接于 BB' 处，测得通过负载 Z_{l1}、Z_{l2}、Z_{l3} 支路中的电流分别为 $I_1=e^{j0^\circ}$ A，$I_2=2e^{j0^\circ}$ A，$I_3=e^{j0^\circ}$ A，且线的总长 $l=3.0\lambda$，电源的内阻抗 $Z_g=Z_c$。

① 求各段线上的电压驻波比；

② 求电源电动势；

③ 用两种方法求端面 AA' 处的平均传输功率。

2-25 一均匀无耗同轴线长 $l=100$ m，线的分布电容为 250 pF。若传输线的一端短路，另一端接有一脉冲发生器及示波器，测得一个脉冲来回一次所花的时间为 1 μs。求传输线的特性阻抗是多少？

2-26 一内阻 $Z_g=100\ \Omega$，电压为 20 V 的电源在 $t=0$ 时刻接于长 $l=3\,162$ m，负载电阻 $R_l=200\ \Omega$ 的均匀无耗传输线上，传输线的单位长度分布电感和分布电容分别为 10^{-6} H/m 和 10^{-11} F/m。试用反射图作出线上中点于 $t=1.5T$ 和 $t=2.5T$ 时刻的电压变化图形。

2-27 一内阻 $Z_g=10\ \Omega$，电压 $U_g=10$ V 的脉冲发生器与特性阻抗 $Z_c=75\ \Omega$ 的均匀无耗传输线相连，传输线终端接 $R_l=100\ \Omega$ 的负载。已知脉冲发生器的脉冲宽度为 1 ns，波在传输线上单程传输时间 $T=50$ ns，试用反射图作出传输线上中点于 $t=5T$ 时刻的电压波形图。

2-28 一条特性阻抗 $Z_c=50\ \Omega$，长 $l=40$ m 的无耗同轴线在 $t=0$ 时刻连接到 $U_g=18$ V，内阻 $R_g=100\ \Omega$ 的直流电源上。已知同轴线中波的传播相速 $v=2\times10^8$ m/s，同轴线的终端短路。试采用反射图画出同轴线始端电压从 $t=0$ 到 $t=2.5$ μs 时间内的波形图。

2-29 有一特性阻抗 $Z_c=50\ \Omega$ 的均匀无耗传输线系统，波源产生波长 $\lambda=1$ m 的电磁波，波源的电动势 $E_g=100e^{j0^\circ}$ V，内阻抗 $Z_g=R_g=50\ \Omega$，如图 2.36 所示。系统中各段传输线的长度为 $l_1=\lambda/4$，$l_2=\lambda$，负载阻抗 $Z_l=(R_l+jX_l)\ \Omega$，终端 C 处短路。

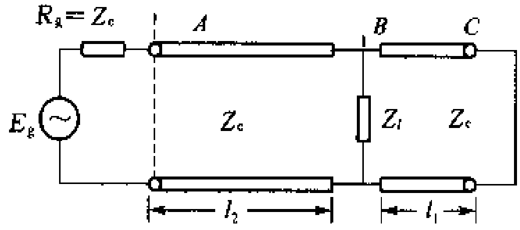


图 2.36 题 2-29 附图

① 欲使线上的电压驻波比等于 3，试导出 R_l 和 X_l 之间必须满足的关系式；

② 若 $R_l=100\ \Omega$，求 X_l 等于多少？

③ 在②的情况下，求距离负载 Z_l 最近的电压最小点的位置，并画出系统各段线上电压和电流的幅度分布图；

④ 在②的情况下，求负载上的吸收功率。

2-30 如图 2.37 所示，用一无耗集中参数的 Γ 形网络使特性阻抗 $Z_c=50\ \Omega$ 的均匀无耗传输线与工作频率 $f=1.0$ GHz 的微波晶体管的输入端实现匹配，并测得晶体管对于特性阻抗为 50 Ω 的传输线的输入反射系数 $\Gamma_t=0.5e^{-j90^\circ}$。求满足共轭匹配的 L 和 C 的值。

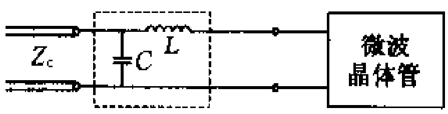


图 2.37 题 2-30 附图

第 3 章

规则传输系统(Ⅱ)—— 金属波导和集成传输系统

在微波系统中，各种元器件、组件或分机之间都需要用各种规则的传输系统连接起来，规则传输系统的型式很多，除了本书上册介绍的矩形波导、同轴线(部分内容)以及第 2 章中介绍的平行双导线外，还有圆形波导等金属波导以及各种集成传输系统。

本章首先讨论圆形金属波导的传输特性，并利用圆形波导的分析结果导出同轴线中高次模式的截止波长的计算公式；然后叙述金属波导中高次模式的场结构以及金属波导的激励方法；最后介绍常见的集成传输系统。

3.1 金属波导

3.1.1 圆形金属波导的传输特性

圆形金属波导(简称圆波导)是内半径为 R 的圆形金属管，如图 3.1 所示。圆波导也是应用较为广泛的一种金属波导，它可被用在天线的馈线和远距离多路通信系统中，也可用一段圆波导来构成圆柱形谐振腔和一些微波元件。

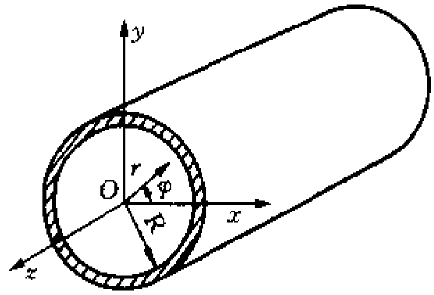


图 3.1 圆波导与圆柱坐标系

圆波导采用圆柱坐标系分析较为方便。其分析方法与矩形波导的分析方法一样，即先根据圆波导中电磁场纵向分量满足的方程和边界条件确定纵向场分量，再利用纵向场分量导出波导中模式的横向场分量，最后分析圆波导的传输特性。

1) 亥姆霍兹方程在圆柱坐标系中的解

根据本书上册式(5.3)可知，圆波导中纵向场分量的横向分布函数 $E_z(T)$ 和 $H_z(T)$ 应满足以下标量亥姆霍兹方程：

$$\nabla_t^2\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}+k_c^2\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}=0 \tag{3.1}$$

在圆柱坐标系中，因

$$\nabla_t^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$$

故式(3.1)变为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}+k_c^2\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}=0 \tag{3.2}$$

这里先讨论 $E_z(T)$ 的求解。采用分离变量法，令

$$E_z(T) = E_z(r,\ \varphi) = R(r)\Phi(\varphi)$$

代入式(3.2)，两边同乘以 $r^2/R\Phi$，并移项得

$$\frac{r^2}{R}\frac{\mathrm{d}^2R}{\mathrm{d}r^2} + \frac{r}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}r} + k_c^2r^2 = -\frac{1}{\Phi}\frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}\varphi^2} \tag{3.3}$$

等式左端仅是 r 的函数，右端仅是 φ 的函数。因在圆波导横截面的任意点上，上式都应得到满足，故只有两端同等于常数。设此常数为 m^2，则可得到下面两个常微分方程：

$$r^2\frac{\mathrm{d}^2R}{\mathrm{d}r^2} + r\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}r} + [(k_cr)^2 - m^2]R = 0 \tag{3.4}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}\varphi^2} + m^2\Phi = 0 \tag{3.5}$$

方程(3.4)是带参数 k_c 的贝塞尔方程，其通解为

$$R(r) = A_1\mathrm{J}_m(k_cr) + A_2\mathrm{N}_m(k_cr) \tag{3.6}$$

式中，$\mathrm{J}_m(k_cr)$ 为第一类 m 阶贝塞尔函数；$\mathrm{N}_m(k_cr)$ 为第二类 m 阶贝塞尔函数(纽曼函数)。

方程(3.5)的通解为

$$\Phi(\varphi) = B_1\cos m\varphi + B_2\sin m\varphi \tag{3.7}$$

或

$$\Phi(\varphi) = B\cos(m\varphi - \varphi_0)$$

式中，$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$，$\varphi_0 = \arctan(B_2/B_1)$，面 φ_0 为场结构的初始角，因此

$$E_z(r,\ \varphi) = R(r)\Phi(\varphi) = [A_1\mathrm{J}_m(k_cr) + A_2\mathrm{N}_m(k_cr)](B_1\cos m\varphi + B_2\sin m\varphi)$$

由于 E_z 是 z 的函数，$Z(z)$ 的解的形式仍可表为 $(C_1\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} + C_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z})$，于是上式变为

$$E_z(r,\ \varphi,\ z) = E_z(r,\ \varphi)Z(z) = [A_1\mathrm{J}_m(k_cr) + A_2\mathrm{N}_m(k_cr)]$$

$$(B_1\cos m\varphi + B_2\sin m\varphi)(C_1\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} + C_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z}) \tag{3.8}$$

同理可得

$$H_z(r,\ \varphi,\ z) = [A_3\mathrm{J}_m(k_cr) + A_4\mathrm{N}_m(k_cr)]$$

$$(B_3\cos m\varphi + B_4\sin m\varphi)(C_3\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} + C_4\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z}) \tag{3.9}$$

根据圆波导中场的特点可对上两式进行简化：(a)由于当 $0 \leqslant r < R$ 时，E_z、H_z 应为有限值，但当 $r \to 0$，$\mathrm{N}_m(k_cr) \to -\infty$，因此圆波导中场的径向分布函数不能包含 $\mathrm{N}_m(k_cr)$ 项，否则场将趋于无穷大。所以，应取 $A_2 = 0$，$A_4 = 0$；(b)由于圆波导具有轴对称性，因此起始角 φ_0 可以任意选取，即场的极化面是任意的，所以 φ_0 无法确定，也即无法确定 B_1 和 B_2(或 B_3 和 B_4)的比值。但任何极化方向的场都可由偶对称场 $\cos m\varphi$ 和奇对称场 $\sin m\varphi$(即 $\varphi_0 = 0$ 和 $\varphi_0 = \pi/2$) 叠加而成，因此可以将圆波导中场的周向关系写成偶对称场和奇对称场两种基本形式，记为 $\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}$；(c)当 r 和 z 一定时，由于坐标 φ 旋转 360°变为 $(2\pi + \varphi)$ 后，圆波

导中电磁场的大小和方向不变,因此 m 必须取零或正整数,即 $m = 0, 1, 2, \cdots$;(d)若只考虑沿正 z 方向传播的行波,则 $C_2 = 0$, $C_4 = 0$。综上所述,圆波导中 E_z 和 H_z 的表达式可简化为

$$E_z = E_0 \mathrm{J}_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix} \mathrm{e}^{-j\beta z}, \ m = 0, 1, 2, \cdots \tag{3.10}$$

$$H_z = H_0 \mathrm{J}_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix} \mathrm{e}^{-j\beta z}, \ m = 0, 1, 2, \cdots \tag{3.11}$$

式中,$E_0 = A_1 B C_1$, $H_0 = A_3 B C_3$,分别为与圆波导中场的激励有关的待定常数。

2) 圆波导中的模式

同矩形波导一样,圆波导也有两类传输模式,即 TM 模和 TE 模。下面分别对它们进行讨论。

(1) TM 模(E 模)

对于 TM 模,因 $H_z = 0$, $E_z \neq 0$,将式(3.10)代入上册式(5.29),可得场的横向分量

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_t &= -\frac{j\beta}{k_c^2}\nabla_t E_z = -\frac{j\beta}{k_c^2}\left(\boldsymbol{a}_r \frac{\partial E_z}{\partial r} + \boldsymbol{a}_\varphi \frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi}\right) = \boldsymbol{a}_r E_r + \boldsymbol{a}_\varphi E_\varphi \\ &= -\boldsymbol{a}_r \frac{j\beta}{k_c} E_0 \mathrm{J}_m'(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\mathrm{e}^{-j\beta z} \pm \boldsymbol{a}_\varphi \frac{j\beta m}{k_c^2 r} E_0 \mathrm{J}_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\sin m\varphi \\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}\mathrm{e}^{-j\beta z}\end{aligned} \tag{3.12a}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}_t &= -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\boldsymbol{a}_z \times \nabla_t E_z = -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\left(-\boldsymbol{a}_r \frac{1}{r}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + \boldsymbol{a}_\varphi \frac{\partial E_z}{\partial r}\right) = \boldsymbol{a}_r H_r + \boldsymbol{a}_\varphi H_\varphi \\ &= \mp \boldsymbol{a}_r \frac{j\omega\varepsilon m}{k_c^2 r} E_0 \mathrm{J}_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\sin m\varphi \\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}\mathrm{e}^{-j\beta z} - \boldsymbol{a}_\varphi \frac{j\omega\varepsilon}{k_c} E_0 \mathrm{J}_m'(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\mathrm{e}^{-j\beta z}\end{aligned} \tag{3.12b}$$

式中,k_c 由边界条件确定。

由于当 $r = R$ 时,$E_z = 0$, $E_\varphi = 0$,因此有

$$\mathrm{J}_m(k_c R) = 0$$

而第一类 m 阶贝塞尔函数 $\mathrm{J}_m(k_c R) = 0$ 的根有无穷多个,设 v_{mn} 为第一类 m 阶贝塞尔函数的第 n 个根,则有

$$k_c R = v_{mn} \quad 或 \quad k_c = \frac{v_{mn}}{R} \tag{3.13}$$

式中,$n = 1, 2, \cdots$。v_{mn} 的值见表 3.1,如 $v_{01} = 2.405$, $v_{11} = 3.832$ 等。

表 3.1　部分 v_{mn} 的值

m \ n	1	2	3
0	2.405	5.520	8.654
1	3.832	7.016	10.173
2	5.135	8.417	11.620
3	6.379	9.761	13.015

由此可见，对于每一个贝塞尔函数的根 v_{mn}，就有一个固定的 TM 模式存在，也即不同的 m、n 值就代表不同的模式，记为 TM_{mn}（或 E_{mn}）。由于贝塞尔函数的根 v_{mn} 有无穷多个，所以圆波导中可以存在的模式也有无穷多个。这些模式中 m 可以为零，而 n 不能为零，即 TM_{m0} 模不存在，而 TM_{0n} 模则存在。TM_{01} 模是 TM 模中的最低次模式。

由 TM 模的场量表达式可知，场量沿周向和径向都呈驻波分布，且沿周向按三角函数规律分布，沿径向则按贝塞尔函数或其导数规律分布。m 除表示贝塞尔函数的阶数外，还表示场沿周向分布的波数；n 除表示贝塞尔函数或其导数的根的序号外，还表示场量沿径向分布的半驻波数（或场量出现极大值的个数）。

(2) TE 模（H 模）

对于 TE 模，将式(3.11)代入上册式(5.32)，可得到场的横向分量

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_t &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\boldsymbol{a}_z \times \nabla_t H_z = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\left(-\boldsymbol{a}_r \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} + \boldsymbol{a}_\varphi \frac{\partial H_z}{\partial r}\right) = \boldsymbol{a}_r E_r + \boldsymbol{a}_\varphi E_\varphi \\ &= \pm \boldsymbol{a}_r \frac{j\omega\mu m}{k_c^2 r} H_0 \mathrm{J}_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\sin m\varphi \\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}\mathrm{e}^{-j\beta z} + \boldsymbol{a}_\varphi \frac{j\omega\mu m}{k_c} H_0 \mathrm{J}_m'(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\mathrm{e}^{-j\beta z}\end{aligned} \tag{3.14a}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}_t &= -\frac{j\beta}{k_c^2}\nabla_t H_z = -\frac{j\beta}{k_c^2}\left(\boldsymbol{a}_r \frac{\partial H_z}{\partial r} + \boldsymbol{a}_\varphi \frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}\right) = \boldsymbol{a}_r H_r + \boldsymbol{a}_\varphi H_\varphi \\ &= -\boldsymbol{a}_r \frac{j\beta}{k_c} H_0 \mathrm{J}_m'(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\mathrm{e}^{-j\beta z} \pm \boldsymbol{a}_\varphi \frac{j\beta m}{k_c^2 r} H_0 \mathrm{J}_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\sin m\varphi \\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}\mathrm{e}^{-j\beta z}\end{aligned} \tag{3.14b}$$

式中，k_c 也由边界条件确定。

由于当 $r = R$ 时，$E_\varphi = 0$，因此由式(3.14a)，有

$$\mathrm{J}_m'(k_c R) = 0$$

设 μ_{mn} 为第一类 m 阶贝塞尔函数的导数的第 n 个根，则得

$$k_c R = \mu_{mn} \quad 或 \quad k_c = \frac{\mu_{mn}}{R} \tag{3.15}$$

式中，$n = 1, 2, \cdots$。μ_{mn} 的值见表 3.2，如 $\mu_{11} = 1.841$，$\mu_{21} = 3.054$，$\mu_{01} = 3.832$ 等。

表 3.2　部分 μ_{mn} 的值

m \ n	1	2	3
0	3.832	7.016	10.173
1	1.841	5.332	8.536
2	3.054	6.705	9.969
3	4.201	8.015	11.346

由此可见，圆波导中的 TE 模式也有无穷多个，不同的 m、n 值就代表不同的模式，记为 TE_{mn}（或 H_{mn}）。TE_{m0} 模不存在，而 TE_{0n} 模则存在。TE_{11} 模是 TE_{mn} 模中的最低次模式。

3) 传输特性

同矩形波导的情况一样，只要求得圆波导中模式的截止波长，即可得到圆波导中传输模式的传输特性。

由(3.13)和(3.15)两式可分别得到 TM 模和 TE 模的截止波长为

$$(\lambda_c)_{TM_{mn}} = \frac{2\pi R}{v_{mn}} \tag{3.16}$$

$$(\lambda_c)_{TE_{mn}} = \frac{2\pi R}{\mu_{mn}} \tag{3.17}$$

从上两式可见，截止波长 λ_c 随圆波导的半径 R 和波指数 m、n 的变化而变化。图 3.2 示出了圆波导中几个低次模式的截止波长的分布情况。显然，在所有的模式中，TE_{11} 模的截止波长最长，其截止波长 $(\lambda_c)_{TE_{11}} = 3.41R$。因此，$TE_{11}$ 模是圆波导中的最低次模式，其次为 TM_{01} 模，其截止波长 $(\lambda_c)_{TM_{01}} = 2.62R$。显然，当工作波长满足 $2.62R < \lambda < 3.41R$ 时，圆波导中只传输 TE_{11} 模。当工作波长缩短到小于 $2.62R$ 时，TM_{01} 模也可传输。工作波长越短，所能传输的模式就越多。所以，圆波导和矩形波导一样也具有高通特性。

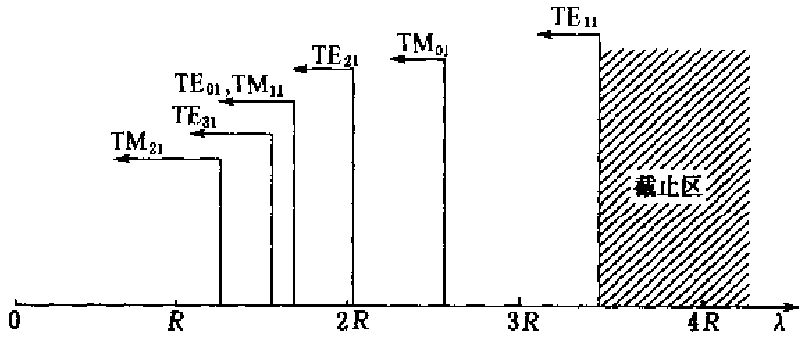


图 3.2 圆波导中几个低次模式的截止波长的分布情况

圆波导中的模式也有简并现象：一种是 TE_{01} 和 TM_{11} 模简并，这两种模式的 m、n 值不同，场结构不同，但它们的截止波长相同；另一种称为“极化简并”，这是因为场分量沿周向(φ 向)的分布存在着 $\cos m\varphi$ 和 $\sin m\varphi$ 两种可能性，这两种分布模式的 m、n 值及场结构完全一样，只是极化面旋转了 90°，故称为极化简并。可见，除 TE_{0n} 和 TM_{0n} 模以外的其他模式均存在极化简并现象。

根据 TM_{mn} 和 TE_{mn} 模的截止波长公式，即可导出与它们相对应的相移常数 β、相速 v_p、群速 v_g、波导波长 λ_g 和波阻抗 Z 的表达式，这里不再赘述。

4) 圆波导的传输功率、衰减和尺寸选择

(1) 传输功率

根据本书上册式(5.51)，可导出圆波导中 TE_{mn} 模和 TM_{mn} 模沿 z 向传输的行波功率分别为

$$P_{TE_{mn}} = \frac{\pi R^2}{2\delta_n}\left(\frac{\beta}{k_c}\right)^2 H_0^2 Z_{TE_{mn}}\left(1 - \frac{m^2}{k_c^2 R^2}\right) J_m^2(k_c R) \tag{3.18}$$

$$P_{TM_{mn}} = \frac{\pi R^2}{2\delta_n}\left(\frac{\beta}{k_c}\right)^2 \frac{E_0^2}{Z_{TE_{mn}}} J_m'^2(k_c R) \tag{3.19}$$

式中

$$\delta_n = \begin{cases} 2, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}。$$

(2) 导体衰减

由本书上册式(5.63)可分别导出圆波导中 TE_{mn}模和 TM_{mn}模的导体衰减公式分别为

$$(\alpha_c)_{TE_{mn}} = \frac{R_S}{R\eta\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}\left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 + \frac{m^2}{\mu_{mn}^2 - m^2}\right] \quad \text{Np/m} \tag{3.20}$$

$$(\alpha_c)_{TE_{mn}} = \frac{R_S}{RZ_{TM_{mn}}} = \frac{R_S}{R\eta\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} \quad \text{Np/m} \tag{3.21}$$

图 3.3 示出了圆波导中三种不同模式的导体衰减曲线。由图可见，圆波导中 TE_{01}模的衰减随频率升高而单调下降，而其他两个模式则不具有这个特点。由于 TE_{01}模具有这一突出特点，因此 TE_{01}模圆波导获得广泛的应用。

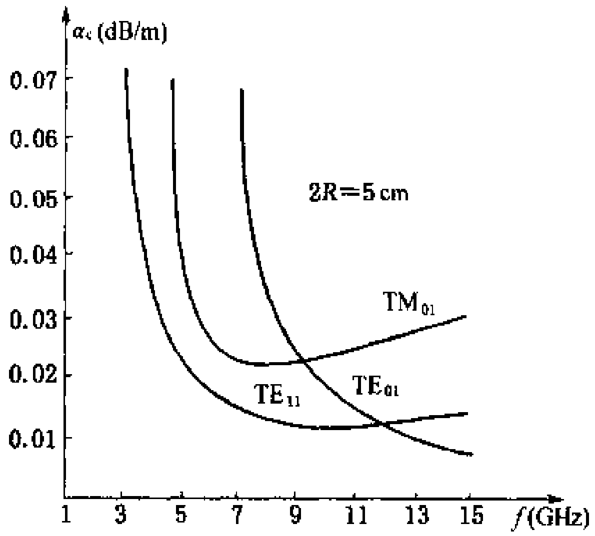


图 3.3　圆波导中三种模式的导体衰减曲线

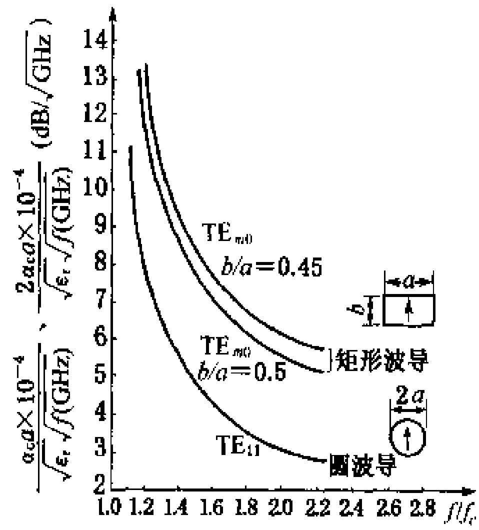


图 3.4　铜制矩形波导与圆波导的导体衰减曲线比较

为了同矩形波导相比较，图 3.4 中则给出了铜制矩形波导与圆波导的导体衰减曲线。由图可见，圆波导的衰减比矩形波导的要小，这一结论可由本书上册式(5.59)看出。由于导体衰减常数 α_c 同损耗功率 P_l 成正比而同传输功率 P 成反比，故若要使 α_c 小，就应使波导截面的周界尽可能小，而截面面积尽可能大，圆波导就具有这一特点，因此圆波导的衰减比矩形波导的要小。

(3) 尺寸选择

圆波导的尺寸选取较为简单，只要确定半径 R 的值。为了保证只传输 TE_{11}模，应使

$$2.62R < \lambda < 3.41R$$

或

$$\frac{\lambda}{3.14} < R < \frac{\lambda}{2.62}$$

若同时考虑传输功率大和损耗小的要求，一般选取

$$R = \frac{\lambda}{3} \tag{3.22}$$

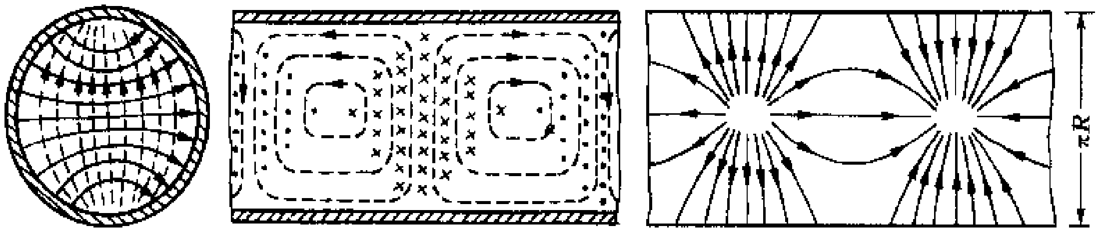
5) 圆波导中的常用模式

和矩形波导不同，圆波导中除应用最低次模式 TE_{11} 模之外，还应用其他高次模式。圆波导中应用较多的是 TE_{11}、TM_{01}、TE_{01} 三种模式。利用这三种模式的场结构和面电流分布的特点可构成一些特殊用途的波导元件。下面对上述三种模式分别加以讨论。

(1) TE_{11} 模

从前面的讨论可知，TE_{11} 模的截止波长最长，是圆波导中最低次模式，TM_{01} 模是第一个高次模式。和矩形波导不同，当工作波长满足 $2.62R < \lambda < 3.41R$ 时，并非单模传输 TE_{11} 模，这是由 TE_{11} 模极化简并所造成的。因此圆波导不存在单模工作区。

将 $m = 1$、$n = 1$、$\mu_{11} = 1.841$ 代入式(3.14)便可得到 TE_{11} 模的各场分量表达式。TE_{11} 模有五个场分量，场结构较为复杂。但利用已有画矩形波导中 TE_{10} 模场结构图的经验和圆波导中导波的传播规律，可画出 TE_{11} 模的场结构图和面电流分布图，如图 3.5 所示。由图可见，TE_{11} 模的场分布同矩形波导中 TE_{10} 模的场分布很相似，因此工程上根据这个原因制作矩形波导到圆波导的变换器(方－圆变换器)。与 TE_{10} 模相比，TE_{11} 模的主要缺点是存在极化简并，从而使圆波导中场的极化方向不稳定。即使在激励圆波导时仅激励 TE_{11} 模两种极化中的一种，但导波在传输过程中可能遇到波导中不均匀性而产生简并模式。当两种不同极化的模式并存时，表现为简并后的 TE_{11} 模的极化面发生旋转，如图 3.6 所示。这种情况一般是不希望的，因此作为传输能量用的大多数实用波导不采用圆波导而采用矩形波导，尽管前者制造更容易些。但我们可利用 TE_{11} 模有极化简并的特点，制作一些有特殊作用的微波元器件，如极化衰减器、极化变换器和微波铁氧体环行器等。



(a) 横截面上的场分布　(b) 纵剖面上的场分布　(c) 面电流分布

图 3.5　圆波导中 TE_{11} 模的场结构图和面电流分布图

(2) TM_{01} 模

TM_{01} 模是圆波导中最低次横磁模，也是仅次于 TE_{11} 模的低次模式。TM_{01} 模是圆对称模式，故不存在极化简并。

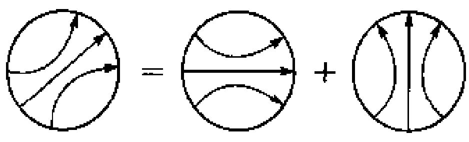
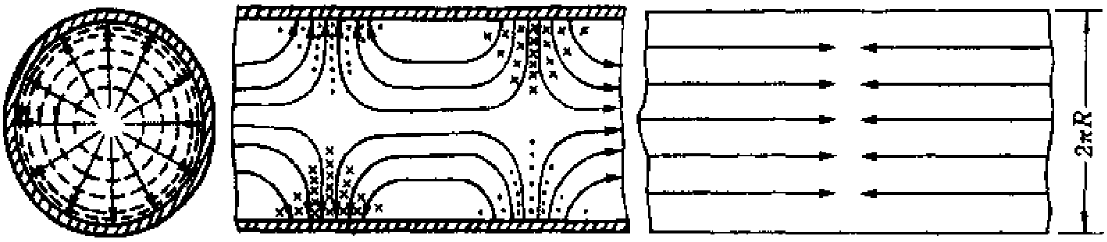


图 3.6　圆波导中 TE_{11} 模极化面的旋转

将 $m = 1$、$n = 1$、$v_{01} = 2.405$ 代入式(3.12)，可得 TM_{01} 模的各场分量表达式为

$$
\left.\begin{aligned}
E_z &= E_0 J_0\left(\frac{2.405}{R}r\right)e^{-j\beta z} \\
E_r &= \frac{j\beta R}{2.405}E_0 J_1\left(\frac{2.405}{R}r\right)e^{-j\beta z} \\
H_\varphi &= \frac{j\omega\varepsilon R}{2.405}E_0 J_1\left(\frac{2.405}{R}r\right)e^{-j\beta z}
\end{aligned}\right\} \tag{3.23}
$$

可见，该模式的磁场只有周向分量，且最大值不是出现在波导内壁处，而是在 $r=1.841R/2.405\approx 0.77R$ 处，电场在波导轴线上最强。此外，电磁场沿周向不变化，场分布具有对称性。TM_{01} 模的场分布如图 3.7(a)、(b)所示。因其磁场只有 H_φ 分量，故波导内壁表面上的面电流只有纵向分量，如图 3.7(c)所示。



(a) 横截面上的场分布　(b) 纵剖面上的场分布　(c) 面电流分布

图 3.7　圆波导中 TM_{01} 模的场结构图和面电流分布图

由于 TM_{01} 模的场结构具有轴对称性，无极化简并，且面电流只有纵向分量，因此常将它用作雷达天线与馈线之间旋转关节中的工作模式。此外，由于 TM_{01} 模的电场纵向分量 E_z 集中在波导轴线附近，它可以有效地和轴向运动的电子流交换能量，因此它又适于作为微波电子管中谐振腔以及慢波系统中的工作模式。

(3) TE_{01} 模

TE_{01} 模是圆波导中的高次模式，比它低的模式有 TE_{11}、TM_{01} 和 TE_{21}。TE_{01} 模是圆对称模式，故没有极化简并，但它与 TE_{11} 模简并。

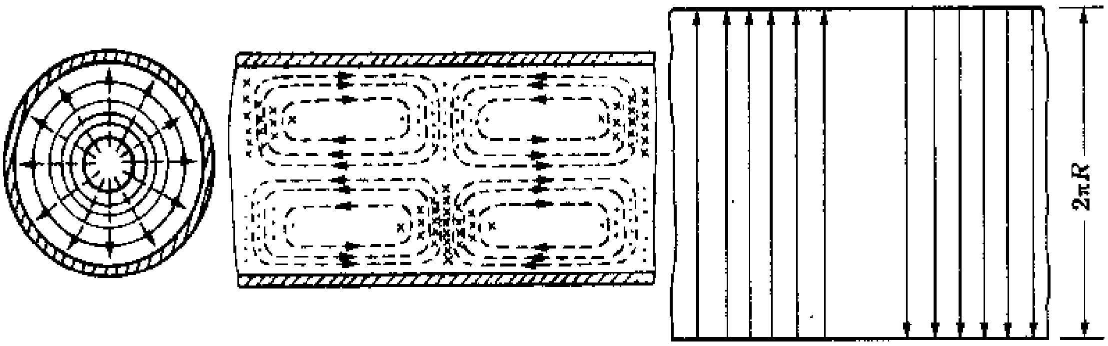
将 $m=0$、$n=1$、$\mu_{01}=3.832$ 代入式(3.14)，可得 TE_{01} 模的各场分量表达式为

$$
\left.\begin{aligned}
H_z &= H_0 J_0\left(\frac{3.832}{R}r\right)e^{-j\beta z} \\
H_r &= \frac{j\beta}{3.832}RH_0 J_1\left(\frac{3.832}{R}r\right)e^{-j\beta z} \\
E_\varphi &= \frac{j\omega\mu}{3.832}RH_0 J_1\left(\frac{3.832}{R}r\right)e^{-j\beta z}
\end{aligned}\right\} \tag{3.24}
$$

TE_{01} 模的场结构如图 3.8(a)、(b)所示。可见，电场和磁场沿周向均无变化，具有轴对称性；电场只有周向分量，电力线都是横截面内的同心圆，且在波导中心和管壁附近为零，在距轴心为 0.48R 处最强；磁场只有径向和轴向分量，且在波导管壁附近只有轴向分量 H_z，故波导内壁表面上只有周向电流，即

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{J}_S &= (\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{H})\Big|_{r=R} = -\boldsymbol{a}_r\times\boldsymbol{a}_z H_0 J_0\left(\frac{3.832}{R}r\right)\Big|_{r=R} e^{-j\beta z} \\
&= \boldsymbol{a}_\varphi H_0 J_0(3.832)e^{-j\beta z}
\end{aligned} \tag{3.25}
$$

其面电流分布如图3.8(c)所示。



(a) 横截面上的场分布　(b) 纵剖面上的场分布　(c) 面电流分布

图3.8 圆波导中TE_{01}模的场结构图和面电流分布图

由于TE_{01}模是高次模式，若此模式能在圆波导中传输，则其他几个低次模式及其简并模式TM_{11}也能传输。因此，当波导存在不均匀性时，TE_{01}模会变换为其他模式，这不仅使波导的衰减增加，而且会使传输信号失真。为避免上述问题出现，必须设法滤除杂波(即除工作模式以外的其余模式)。利用TE_{01}模没有纵向电流这一特点，将圆波导制成"叠片式"(由相互绝缘的环形薄铜片叠合而成)结构，或用细漆包线密绕而成"螺旋波导"，即可达到抑制具有轴向电流分量的其他模式而不影响TE_{01}模传输的目的。

由式(3.20)可知，TE_{01}模圆波导的衰减常数为

$$(\alpha_c)_{TE_{01}} = \frac{R_S}{R\eta\sqrt{\left(1-\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 \qquad \text{Np/m} \tag{3.26}$$

当导波的频率远离截止时，此时，$f \gg f_c$，$\lambda/\lambda_c \ll 1$，$\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2} \approx 1$，以及$R_S = \sqrt{\pi f\mu/\sigma}$，故有

$$(\alpha_c)_{TE_{01}} = \sqrt{\frac{\pi\mu}{\sigma}}\frac{f_c^2}{\eta R}\frac{1}{\sqrt{f^3}} \tag{3.27}$$

这表明对于半径R确定的圆波导，TE_{01}模的导体衰减随频率的升高按$f^{-3/2}$规律单调下降，这是工作于TE_{01}模的圆波导的一个重要特点，因此可将工作于TE_{01}模的圆波导用于毫米波的远距离传输或制作高Q值的谐振腔。

还应指出，由于TE_{01}模和其简并模TM_{11}具有相同的传输条件，两者间相互转换极为容易，因此应特别注意对TM_{11}模的抑制。采用"介质膜波导"(在圆波导内壁表面上涂一层介质膜(又称单介质膜波导)或涂一层低损耗介质后再涂一层损耗较大的介质(又称双介质膜波导))可抑制TM_{11}模。介质膜波导的优点是加工方便，但抑制杂波的能力不及螺旋波导，因此实际应用中常采用螺旋波导与介质膜波导共同组成长距离传输系统。

3.1.2 同轴线中的高次模式

同轴线中的主模是TEM模，但当同轴线的横截面尺寸与工作波长相比拟时也会产生高次模式TM模和TE模。同轴线的TM模和TE模的分析方法同圆波导相似，但因同轴线在其中心轴线上出现内导体，故在求解圆柱坐标系中E_z和H_z的亥姆霍兹方程时，其通

解中应保留第二类贝塞尔函数(因此时 $r \neq 0$，故 $N_m(k_c r)$不会出现无穷大)。这样，将求得的 E_z 和 H_z 的表达式代入横向场分量和纵向场分量间的关系式，即可得到同轴线中 TM 和 TE 模的横向场分量表达式。但由于一般不用同轴线的高次模式传输功率，因此这里不打算推导高次模式的场分量表达式，而只讨论这些模式的截止波长的确定。这是因为只有知道高次模式的截止波长与同轴线横截面尺寸间的关系，通过合理地选择其截面尺寸才能达到抑制高次模式的目的。下面分别对 TM 和 TE 模作简单讨论。

1) TM 模

对沿 $+z$ 方向传播的 TM 模，由(3.8)和(3.10)两式可知，E_z 的通解具有以下的形式：

$$E_z = [A_1 J_m(k_c r) + A_2 N_m(k_c r)] C \begin{Bmatrix} \cos \varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} e^{-j\beta z} \tag{3.28}$$

将上式代入边界条件 $E_z \Big|_{r=a,b} = 0$，可得

$$A_1 J_m(k_c a) + A_2 N_m(k_c a) = 0$$

$$A_1 J_m(k_c b) + A_2 N_m(k_c b) = 0$$

再将以上两式移项并相除，可得

$$\frac{J_m(k_c a)}{N_m(k_c a)} = \frac{J_m(k_c b)}{N_m(k_c b)} \tag{3.29}$$

这就是同轴线中 TM 模的特征方程，它是一个超越方程。此方程的解有无穷多个，每个解的根决定一个 k_c 值以及 λ_c 值，即对应一个模式。因此，同轴线中的 TM 模也有无穷多个，也记为 TM_{mn}。由于这个方程没有解析解，因此严格求解很困难，通常可用图解法或数值法求解。事实上，当 $k_c a$ 和 $k_c b$ 很大时，可用近似方法求解，此时将贝塞尔函数的大宗量渐近式

$$\left.\begin{aligned} J_m(k_c a) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_c a}} \cos\left(k_c a - \frac{2m+1}{4}\pi\right) \\ N_m(k_c a) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_c a}} \sin\left(k_c a - \frac{2m+1}{4}\pi\right) \\ J_m(k_c a) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_c b}} \cos\left(k_c b - \frac{2m+1}{4}\pi\right) \\ N_m(k_c a) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_c b}} \sin\left(k_c b - \frac{2m+1}{4}\pi\right) \end{aligned}\right\} \tag{3.30}$$

代入式(3.29)，并利用三角函数的积化和差公式，可得

$$\sin k_c(b-a) \approx 0$$

由此解得

$$k_c \approx \frac{n\pi}{b-a}, \quad n = 1, 2, \cdots \tag{3.31}$$

或

$$\lambda_c \approx \frac{2\pi}{k_c} \approx \frac{2}{n}(b-a) \tag{3.32}$$

2) TE模

对沿$+z$方向传播的TE模，由(3.9)和(3.11)两式可知，H_z的通解具有以下形式：

$$H_z = [A_3 \mathrm{J}_m(k_c r) + A_4 \mathrm{N}_m(k_c r)] D \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} \tag{3.33}$$

根据边界条件知，在$r=a$和$r=b$处$H_z \neq 0$，而利用纵向场分量和横向场分量间的关系式(3.14)可知，在$r=a$和$r=b$处$E_\varphi = 0$的边界条件对应于$\dfrac{\partial H_z}{\partial r}=0$，因此有

$$A_3 \mathrm{J}'_m(k_c a) + A_4 \mathrm{N}'_m(k_c a) = 0$$
$$A_3 \mathrm{J}'_m(k_c b) + A_4 \mathrm{N}'_m(k_c b) = 0$$

将以上两式移项并相除，得到

$$\frac{\mathrm{J}'_m(k_c a)}{\mathrm{N}'_m(k_c a)} = \frac{\mathrm{J}'_m(k_c b)}{\mathrm{N}'_m(k_c b)} \tag{3.34}$$

这也是一个超越方程，它的解也有无穷多个，每个解的根对应着一个TE模式。同轴线中的TE模也有无穷多个，记为TE_{mn}。

同样，用类似于处理TM模的近似方法可得到TE模的截止波长为

$$\lambda = \begin{cases} \dfrac{\pi(b+a)}{m}, & m = 1, 2, \cdots \quad (\mathrm{TE}_{m1}\text{模}) \\ \dfrac{2(b-a)}{n}, & n = 1, 2, \cdots \quad (\mathrm{TE}_{0n}\text{模}) \end{cases} \tag{3.35}$$

仿照圆波导中几个低次模式的场结构的作图方法，不难画出同轴线中前几个低次的高次模式的场结构图。图3.9画出了同轴线中三个较低次的高次模式的场分布图。从图中TE_{11}模的场分布不难看出，在AA'平面上电场切向分量为零，因而在该处插入理想金属薄板并不影响TE_{11}模的场分布。这样，传输TE_{11}模的同轴线可认为是两个传输TE_{10}模的矩形波导的横截面畸变成半圆环后拼接而成，故TE_{11}模的截止波长可近似于以半圆环的平均周长$\pi/2(a+b)$为宽边的矩形波导中TE_{10}模的截止波长，即$(\lambda_c)_{\mathrm{TE}_{11}} \approx \pi(b+a)$，这同前面导出的结果完全一致。

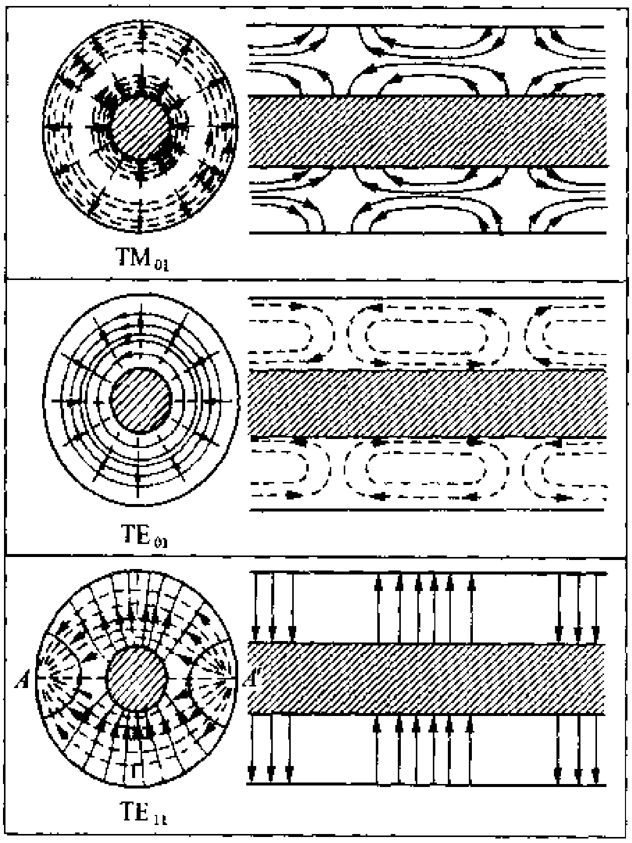


图3.9 同轴线中三个较低次的高次模式的场结构图

3.1.3 金属波导中高次模式的场结构

实际应用中，为了设计波导元件或组件，除了熟悉金属波导的传输特性外，我们还必须对金属波导中各高次模式的场结构（即电、磁力线分布）有清晰的了解。下面介绍矩形波导和圆波导中高次模式场结构的作图方法。

1）矩形波导中高次模式的场结构

矩形波导中高次模式的场结构虽比 TE_{10} 模的复杂，但根据矩形波导中电、磁力线所遵循的规律、模式的特点、导波的传播特性以及已有作 TE_{10} 模场结构的经验，无需导出各模式的场分量表达式，也不难作出矩形波导中各高次模式的场结构图。下面以 TM_{11} 模为例加以说明。

① 由"TM"可知，电磁场量中没有 H_z 分量，即只有 E_x、E_y、E_z、H_x 和 H_y 五个分量。

② 由"TM_{11}"的第一个下标"1"可知，场分量沿 x 方向变化半个波数；由第二个下标"1"知，场分量沿 y 方向的变化也为半个波数。

③ 由边界条件可知，沿 x 方向，E_y、E_z 和 H_x 的振幅呈半个正弦分布，即这三个场分量在波导宽边中心处取最大值，在两窄壁处为零；H_y 和 E_x 则呈半个余弦分布，即这两个场分量在波导宽边中心处为零，在两窄壁处取最大值。沿 y 方向，H_y、E_x 和 E_z 呈半个正弦分布，即这三个场分量在波导窄边中心处取最大值，在两宽壁处为零；E_y 和 H_x 则呈半个余弦分布，即这两个分量在波导窄边中心处为零，在两宽壁处取最大值。

④ 因磁场只有 H_x 和 H_y 两个分量，故合成磁力线应在横截面内闭合，且为一椭圆状，边缘密中心疏；因电场有 E_x、E_y 和 E_z 三个分量，故电力线应由波导的四壁发出，至中心变为 z 向，E_z 分量在波导轴线处最强。

⑤ 根据电、磁力线的正交性和能流的方向性可知，电磁力线在波导内部各点均正交，且方向满足坡印亭矢量方向。在 E_z 分量出现最大值处，无磁场分量存在，即 E_z 取得最大值的横截面与横向磁场取得最大值的横截面相距应为 $\lambda_g/4$（在同一观察时刻）。

⑥ 场分布沿 z 向具有每隔 $\lambda_g/2$ 反向一次，每隔 λ_g 重复一次的特点。

据此可作出 TM_{11} 模的场结构如图 3.10 所示。

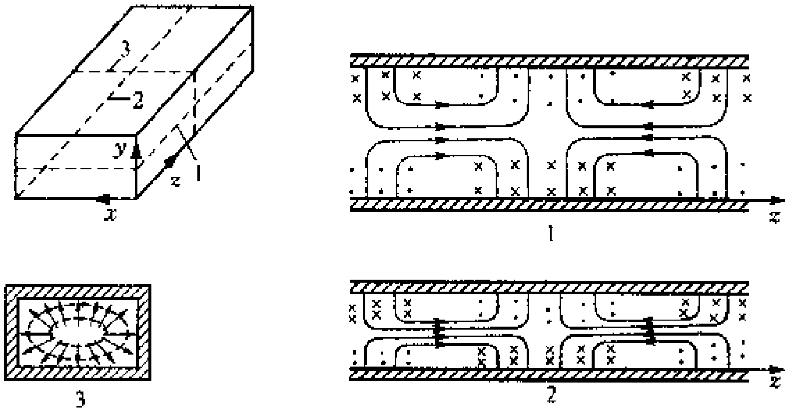


图 3.10 TM_{11} 模的场结构图

仿照作 TM_{11} 模场结构的方法，也可绘出 TE_{11} 模的场结构如图 3.11 所示。

有了 TE_{10} 模的场结构，不难由它推出 TE_{m0} 模的场结构。TE_{m0} 模的场沿波导宽边变化

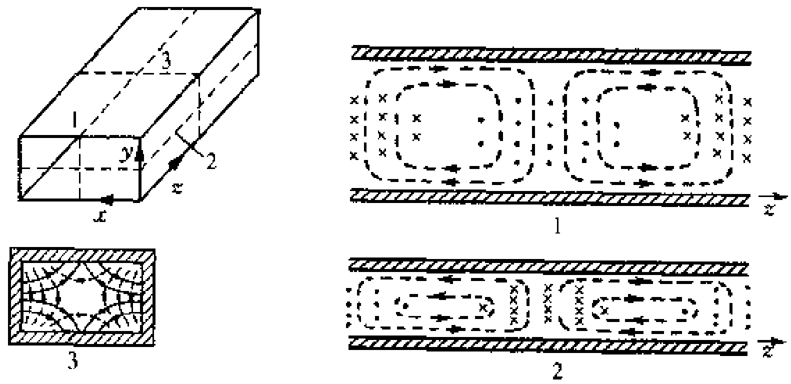
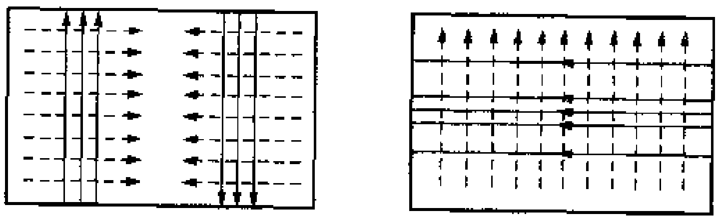


图 3.11　TE_{11} 模的场结构图

m 个半波数，沿窄边无变化。这样，沿波导宽边排列 m 个 TE_{10} 模的场结构即得到 TE_{m0} 模的场结构，因此 TE_{10} 模的场结构是 TE_{m0} 模的场结构的单元结构。但需注意的是，由于正、余弦函数具有周期变化的特点，因此相邻两个单元结构的电、磁力线方向应相反。图 3.12(a)中示出了 TE_{20} 模在矩形波导横截面上的场分布图。

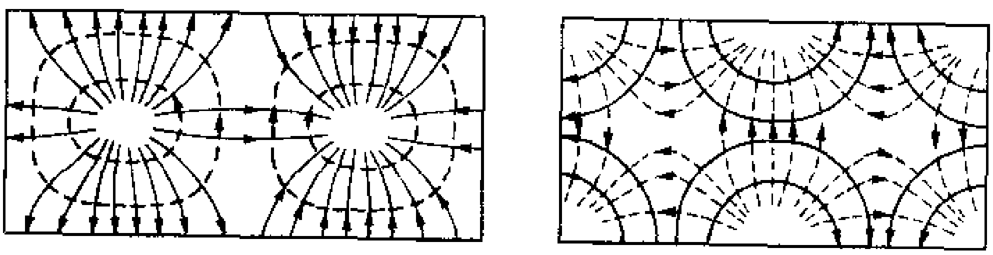


(a) TE_{20} 模　　(b) TE_{01} 模

图 3.12　TE_{20} 模和 TE_{01} 模在矩形波导横截面上的场结构图

由于 TE_{01} 模有 E_x、H_z 和 H_y 三个场分量，与 TE_{10} 模相比，仅电场和磁场所在平面旋转了 90°，因此 TE_{01} 模的场结构可以由 TE_{10} 模的场结构以波导轴为轴旋转 90°得到，如图3.12(b)所示。这样，将 TE_{01} 模的场结构作为单元结构，可推出 TE_{0n} 模的场结构。它可由沿波导窄边排列 n 个 TE_{01} 模的场结构而构成。

类似地，将 TM_{11} 和 TE_{11} 两个模式的场结构作为单元结构，也可推出 TM_{mn} 模和 TE_{mn} 模的场结构。TM_{mn} 模的场结构可由沿波导宽边排列 m 个，沿窄边排列 n 个 TM_{11} 模的场结构而组成；TE_{mn} 模的场结构可由沿波导宽边排列 m 个，沿窄边排列 n 个 TE_{11} 模的场结构而组成。图 3.13 中分别给出了 TM_{21} 模和 TE_{21} 模在矩形波导横截面上的场分布图。



(a) TM_{21} 模　　(b) TE_{21} 模

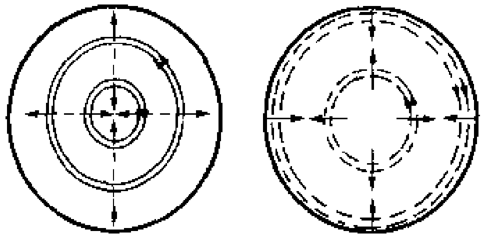
图 3.13　TM_{21} 模和 TE_{21} 模在矩形波导横截面上的场结构图

仿照 TE_{10} 模的面电流分布的作法，也可画出一些高次模式的面电流分布图。因 TM 模的磁力线均处于横截面内，故这类模式的面电流的电流线在波导内壁表面上只沿 z 向分布。

2）圆波导中高次模式的场结构

与矩形波导中高次模式场结构图的作图方法不同，圆波导中高次模式的场结构图不能简单地将 TM_{01}、TE_{11}、TE_{01} 及 TM_{11} 模作为单元结构组合而成，但仍可将所有的高次模式分为四类，它们是 TE_{0n}、TM_{0n}、TE_{mn} 以及 TM_{mn} 模。下面简单地介绍这些模式在横截面上场结构的作图方法。

对 TE_{0n} 模，在圆波导的横截面内沿径向放置 n 个 TE_{01} 模式的场结构即可构成。换言之，在圆波导的横截面内放上 n 族同心的电力线圆即构成其电力线分布图，再根据电、磁力线的正交性和能流的方向性，最后可得 TE_{0n} 模的场结构图。图 3.14(a)中示出 TE_{02} 模在波导横截面上的场结构图。

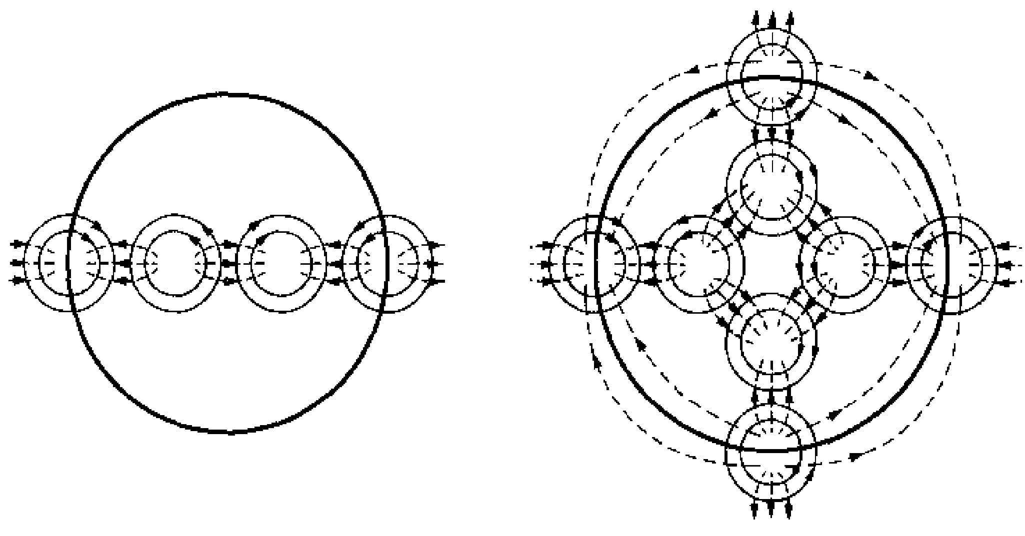


(a) TE_{02} 模　　(b) TM_{02} 模

图 3.14　TE_{02} 模和 TM_{02} 模在横截面上的场结构图

对 TM_{0n} 模，在圆波导的横截面内沿径向放置 n 个 TM_{01} 模式的场结构即可构成。换言之，在圆波导的横截面内放上 n 族同心的磁力线圆即构成其磁力线分布图，再根据电、磁力线的正交性和能流的方向性，最后可得 TM_{0n} 模的场结构图。图 3.14(b)中示出 TM_{02} 模在横截面上的场结构图。

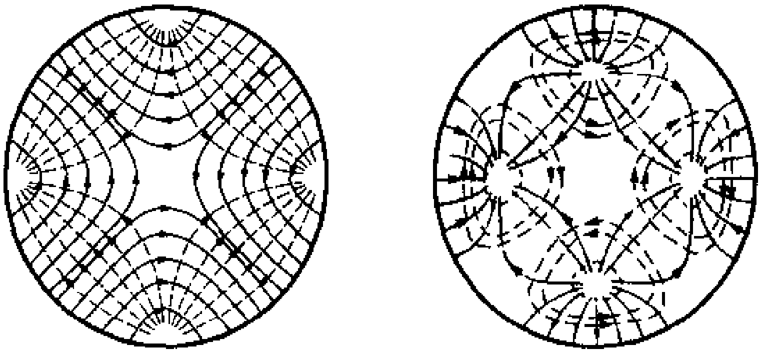
对 TE_{mn} 模，可分为不同情况作图：对 TE_{1n} 模，其电力线分布图由成单对的电力线圆族构成，如图 3.15(a)所示；对 TE_{2n} 模，其电力线分布图由成双对对称的电力线圆族构成，如图 3.15(b)所示；对 TE_{3n} 模，其电力线分布图由成三对对称的电力线圆族构成……以此类推，最后可得 TE_{mn} 模的场结构图。图 3.16(a)示出 TE_{21} 模在横截面上的场结构图。



(a) TE_{1n} 模　　(b) TE_{2n} 模

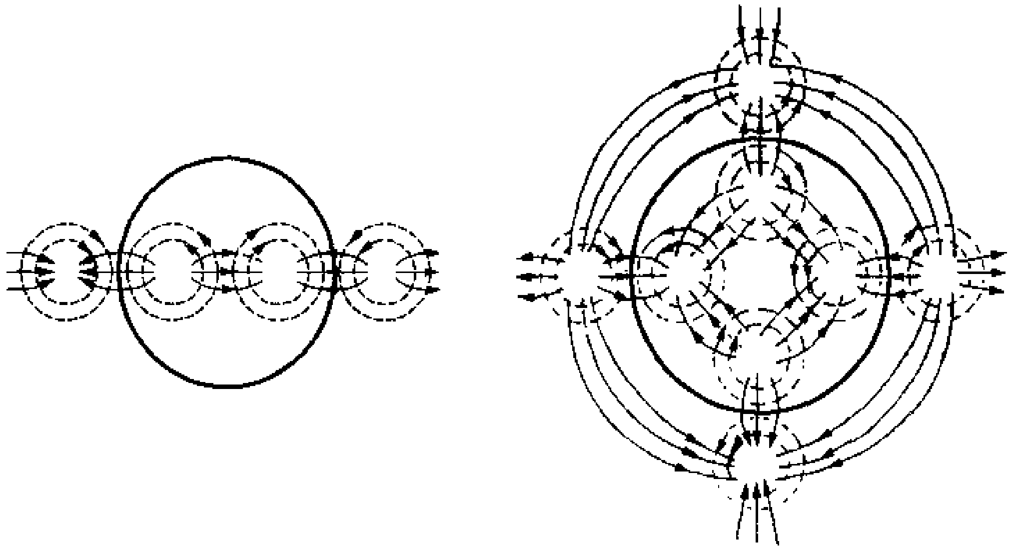
图 3.15　TE_{1n} 模和 TE_{2n} 模的电力线圆族（图中粗线圆内分别是 TE_{12} 模和 TE_{22} 模的场分布）

对 TM_{mn} 模，也可分为不同情况作图：对 TM_{1n} 模，其磁力线分布图由成单对的磁力线圆族构成，如图 3.17(a)所示；对 TM_{2n} 模，其磁力线分布图由成双对对称的磁力线圆族构成，如图 3.17(b)所示；对 TM_{3n} 模，其磁力线分布图由成三对对称的磁力线圆族构成；……以此类推，最后可得 TM_{mn} 模的场结构图。图 3.16(b)示出 TM_{21} 模在横截面上的场结构图。



(a) TE_{21}模　(b) TM_{21}模

图 3.16　TE_{21}模和 TM_{21}模在横截面上的场结构图



(a) TM_{1n}模　(b) TM_{2n}模

图 3.17　TM_{1n}模和 TM_{2n}模的磁力线圆族(图中粗线圆内分别是 TM_{11}模和 TM_{21}模的场分布)

3.1.4　金属波导的激励与耦合

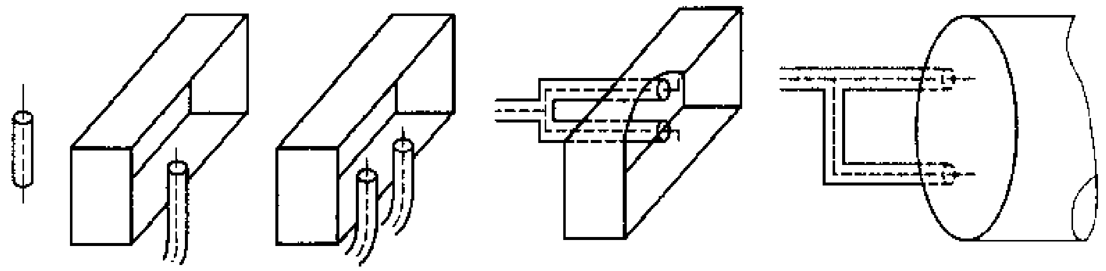
前面讨论金属波导的传输特性时,我们并未涉及波导中的微波能量是如何产生的,而是假设波导中已建立起某个频率和某种工作模式的稳态电磁场。下面简单地讨论金属波导的激励与耦合问题。

在波导中建立起所需要的某种工作模式的电磁场问题,称为波导的激励问题,所采用的装置称为激励装置或激励元件。通过这种装置从激励源向波导馈入微波能量,以建立起所需工作模式的场结构。反之,从波导中取出某种工作模式的场的能量的问题,称为波导的耦合问题。根据电磁场理论中的互易定理可知,只要在激励装置中不存在非互易媒质(如磁化铁氧体等),则这种激励装置也可以用作为从波导中取出能量的耦合装置,因此只需对激励装置进行讨论。

对激励装置的基本要求是:能优先激励起所需工作模式的场,并尽可能抑制一些非工作模式;能较好地与波导相匹配,使输入的电磁能量全部进入被激励的波导而没有反射;有时还要求能够调节进入波导的电磁能量。波导激励的本质是电磁波的辐射,是微波源向波导中所限定的区域内辐射电磁能量。由于在激励装置附近的边界条件较为复杂,严格的数学

分析往往是困难的。因此通常采用以所需模式的场结构为基础进行定性分析，并经过反复实验确定激励装置。一般说来，只要波导与波导之间不是全部被导体所隔离，而是有互相连通的区域，则两者之间就有电磁能量的耦合，就可以作为激励装置。但通常为了满足上述对激励的基本要求，使激励更有效，往往采用以下几种激励方法。

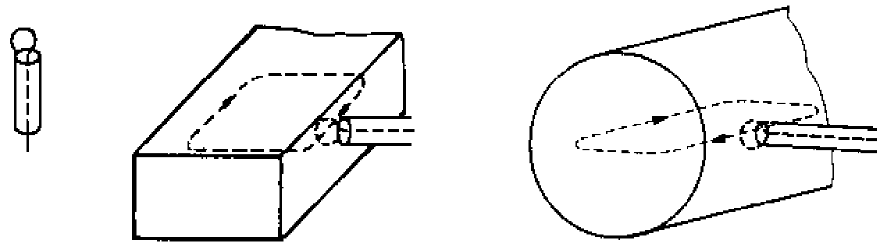
（1）探针激励　如图 3.18 所示，它是将同轴线的内导体延长一段伸入波导中而形成的。通常将探针置于波导中电场的最强处，且与被激励模式的电场方向平行。这种激励主要是电激励。



(a) 探针　(b) 激励$TE_{10}^{\square}$模　(c) 激励$TE_{20}^{\square}$模　(d) 激励$TM_{11}^{\square}$模　(e) 激励TM_{11}°模

图 3.18　探针激励

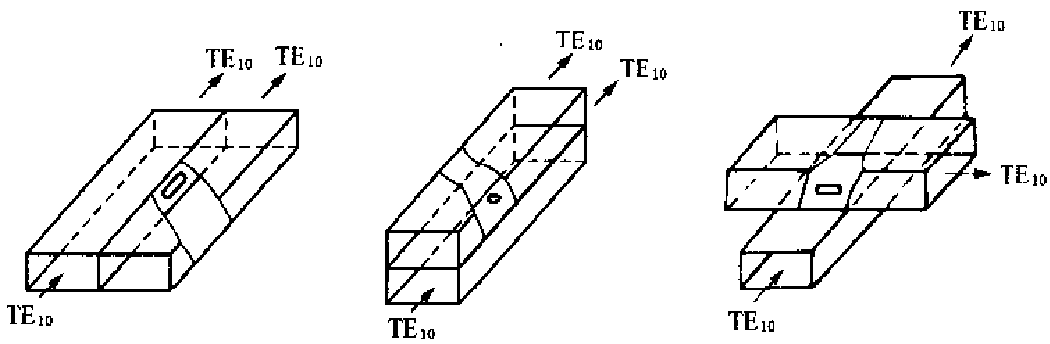
（2）磁环激励　如图 3.19 所示，它是将同轴线的内导体延伸后弯成环形，并将其端部焊接在外导体上形成的。通常将磁环置于波导中磁场的最强处，且环平面的法线方向与该处磁力线相平行。这种激励主要是磁激励。



(a) 磁环　(b) 激励$TE_{10}^{\square}$模　(c) 激励TE_{11}°模

图 3.19　磁环激励

（3）孔（或缝）激励　如图 3.20 所示，它是在两个矩形波导的公共壁上开一个或多个具有辐射能力的小孔（或窄缝）而形成的。这种激励是电激励还是磁激励以及电磁混合激励取决于孔（或缝）的位置。



(a) 平行波导窄壁激励　(b) 平行波导宽壁激励　(c) 交错波导宽壁激励

图 3.20　孔（或缝）激励

除上述几种激励方法外，也可以直接把两种金属波导连接起来，以产生所需模式的场(如方—圆变换器等，详见第 6 章)。

3.2 集成传输系统

为了适应微波集成电路发展的需要，从 20 世纪 50 年代起(特别是近 20 年来)，人们一直在研究体积小、重量轻、便于批量生产、性能优良以及价格合理的微波新型导波系统。我

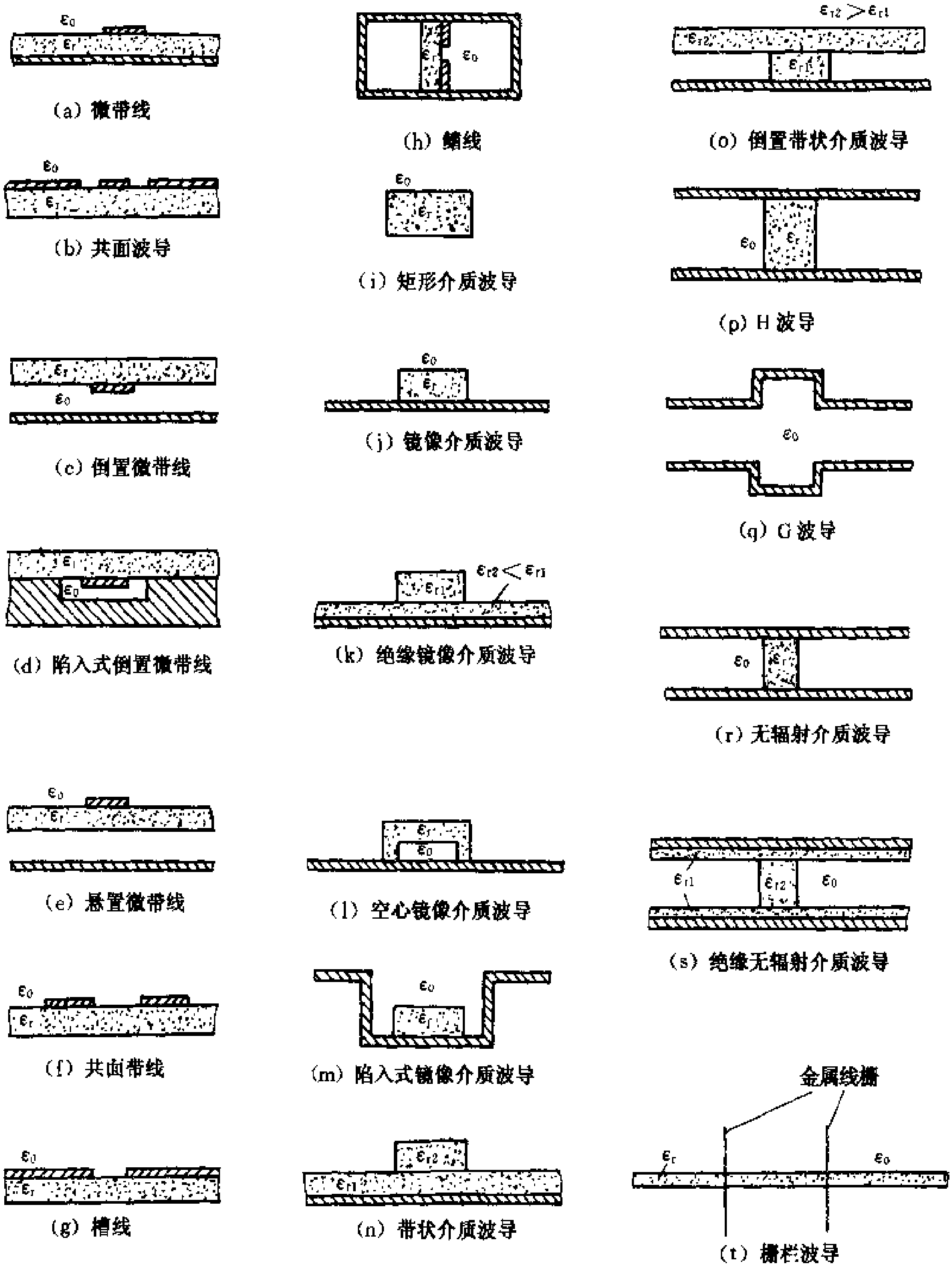


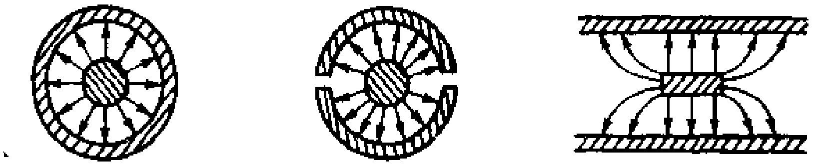
图 3.21　各种集成传输系统

们把这些导波系统称为集成传输系统，大致可分为四种类型：(1)TEM 模和准 TEM 模传输线，它包括微带传输线和共面波导；(2)非 TEM 模传输线，它包括槽线和鳍线；(3)开放式介质波导，它包括介质棒、镜像介质波导等；(4)半开放式介质波导，它包括 H 波导、G 波导等。各种集成传输系统如图 3.21 所示。鉴于这类传输系统种类繁多，不能一一作详细讨论。这里只对少数传输系统的传输特性以及计算、设计方法作较为详细的讨论，对其余的传输系统只作简单的介绍。

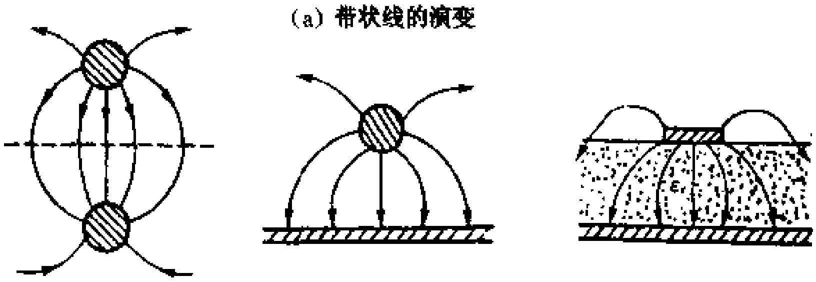
3.2.1　TEM 模和准 TEM 模传输线

1) 微带传输线

微带传输线的基本结构型式有两种，即带状线和微带线。带状线又称为对称微带，是一种双接地板空气或介质传输线。它可以看成由同轴线演变而来，即将同轴线的外导体对半分开后把两半外导体分别向上、下方向展开，并把内导体做成扁平带线(也可仍为圆形)而成，如图 3.22 所示。微带线又称为非对称微带或标准微带，是一种单接地板介质传输线。它可以看成由双导体传输线演变而来，即将无限薄的理想导体板垂直插入双导体中间(这并不扰动原来的场分布，因导体板与所有的电力线相垂直)，把其中一侧的导体圆柱移去，再把留下的导体变为带状，并在它与金属板之间加入介质材料(称为介质基片)构成，如图 3.22(b)所示。由图 3.22 可见，微带线的电力线分布是左、右对称，上、下不对称，而带状线则是左右、上下均对称，因此微带线也称为非对称带状线。



(a) 带状线的演变



(b) 微带线的演变

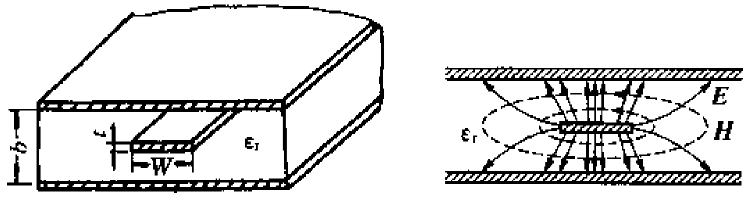
图 3.22　带状线和微带线的演变

下面分别讨论带状线、微带线和耦合微带线的主要特性。

(1) 带状线

带状线的结构如图 3.23(a)所示。它是由上、下两块接地板和位于两接地板中心对称面上的中心导(体)带构成的，导带和接地板之间可以是空气和填充其他介质。图中 W、t 分别表示导带的宽度和厚度，b 表示两接地板之间的距离。带状线是双导体传输线，其传输主模是 TEM 模。图 3.23 示出了带状线横截面上的电磁场分布。

带状线的主要特性与同轴线相似，它的传输特性可以直接用静态法进行分析。表征带状线传输特性的参量主要有：特性阻抗 Z_c、衰减常数 α、相速 v_p 以及波导波长 λ_g 等，这里将对这些参量作简单讨论。



(a) 带状线的结构 (b) 主模的场结构

图 3.23 带状线的结构及其主模的场结构

① 特性阻抗

由于带状线上传输的主模是 TEM 模，若假设导体为理想导体，填充的介质均匀、无耗且各向同性，带状线的结构沿纵向均匀，且横截面的尺寸与工作波长相比较小。这样，由静态场分析方法可知，带状线的特性阻抗 Z_c 为

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{v_p C} \tag{3.36}$$

式中，相速 $v_p = 1/\sqrt{LC} = c/\sqrt{\varepsilon_r}$，而 L、C 分别为带状线单位长度上的分布电感和分布电容；c 为自由空间中的光速。

由式(3.36)可知，只要求出带状线的分布电容 C，则可求出其特性阻抗 Z_c。求解带状线分布电容的方法很多，但较为常用的是采用复变函数理论中的保角变换法和采用部分电容概念的方法。在此我们不打算详细地讨论这两种方法的具体推导过程，而只是提供最后的结果和根据这些结果绘制出的曲线。

Ⅰ. 导带为零厚度时的特性阻抗

当带状线的导带厚度 $t \to 0$ 时，利用保角变换法可求得特性阻抗 Z_c 的精确表达式为

$$Z_c = \frac{30\pi}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{K(k')}{K(k)} \tag{3.37}$$

式中，$K(k)$ 为第一类完全椭圆积分，k 为模数，$k = \tanh(\pi W/2b)$；$K(k') = K'(k)$ 为第一类不完全椭圆积分，$k' = \sqrt{1-k^2}$ 为余模数。

应用式(3.37)计算带状线的特性阻抗不太方便，它涉及椭圆函数的计算，因此一般不用于工程计算。

Ⅱ. 导带厚度不为零时的特性阻抗

精确计算导带厚度不为零时的带状线的特性阻抗十分困难，目前大都采用柯恩(Cohn)利用部分电容概念导出的公式进行计算。其表达式又分为两种情况：宽导带和窄导带。

a. 宽导带情况 ($W/(b-t) > 0.35$)

如图 3.24 所示，在宽导带情况下，导带两端的边缘场之间的相互作用可以不考虑。此时可应用部分电容的概念，将带状线的分布电容分解为平板电容 C_p 和边缘电容 C_f' 两部分。因带状线是对称的，故单位长度的电容为

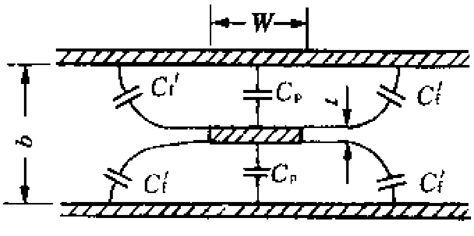


图 3.24 宽导带带状线的分布电容

$$C = 2C_p + 4C_f' \tag{3.38}$$

平板电容可用下式求得

$$C_p = \frac{\varepsilon W}{(b-t)/2} = \frac{8.854\varepsilon_r W}{(b-t)/2} \qquad \text{pF/m} \tag{3.39}$$

用保角变换法可求得边缘电容的计算公式为

$$C_f' = \frac{8.854\varepsilon_r}{\pi}\left\{\frac{2}{1-\frac{t}{b}}\ln\left[\frac{1}{1-\frac{t}{b}}+1\right]-\left[\frac{1}{1-\frac{t}{b}}-1\right]\ln\left[\frac{1}{\left(1-\frac{t}{b}\right)^2}-1\right]\right\} \tag{3.40}$$

于是，宽导带带状线的特性阻抗 Z_c 的计算公式为

$$Z_c = \frac{1}{v_p C} = \frac{94.15}{\sqrt{\varepsilon_r}\left[\frac{W/b}{1-\frac{t}{b}}+\frac{C_f'}{8.854\varepsilon_r}\right]} \tag{3.41}$$

b. 窄导带情况（$W/(b-t)<0.35$）

当带状线的中心导带较窄，以致其两端边缘场的影响不能忽略时，带状线的特性阻抗不能再用式(3.41)计算。此时可将条带形的中心导体截面等效为圆杆形中心导体的截面，这样就可用与之等效的圆杆形中心导体带状线的特性阻抗公式计算特性阻抗。当 $t/W \leqslant 0.11$ 时，图 3.25(a)所示的条带形中心导体和圆杆形中心导体尺寸间的近似等效关系为

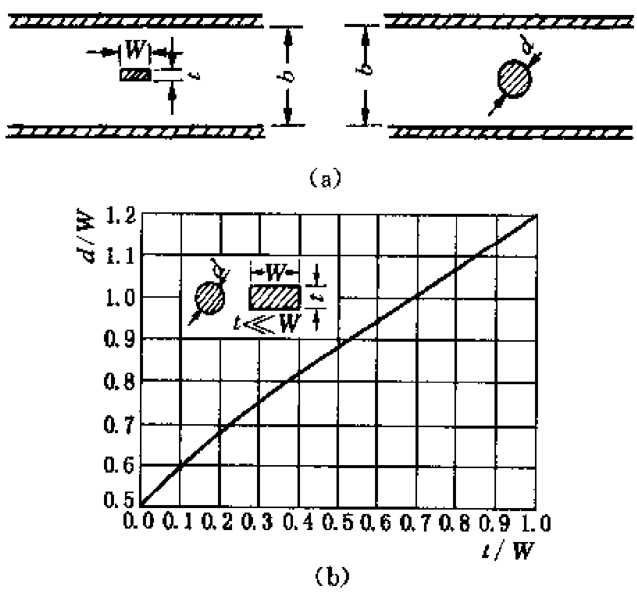


图 3.25　条带形中心导体和圆杆形中心导体的等效

$$d = \frac{W}{2}\left\{1+\frac{t}{W}\left[1+\ln\frac{4\pi W}{t}+0.51\pi\left(\frac{t}{W}\right)^2\right]\right\} \tag{3.42}$$

由此式绘出的 d/W 与 t/W 间的关系曲线如图 3.25(b)所示。

可以证明，圆杆形中心导体带状线的特性阻抗为

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}}\ln\frac{4b}{\pi d} \tag{3.43}$$

于是，根据窄导带带状线的尺寸比 t/W，即可由式(3.42)求出或由图 3.25(b)查出等效的圆导带的直径 d，将 d 代入式(3.43)便可得到窄导带带状线的特性阻抗。

实际上，无论宽导带还是窄导带，人们都已将这些带状线的特性阻抗与尺寸的关系绘制成曲线或表格，在工程设计时，只要查阅曲线或表格即可。

② 相速和波导波长

由于带状线传输的主模为 TEM 模，所以导波的传播速度（相速）为

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{3.44}$$

波导波长为

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{3.45}$$

式中,λ_0 为自由空间中的波长。

③ 带状线的损耗和衰减

带状线的损耗包括中心导带与接地板的导体损耗、两接地板间填充介质的介质损耗以及辐射损耗。由于通常带状线的接地板比中心导带宽度大得多,而上、下接地板的间距比工作波长小得多,因此带状线的辐射损耗可忽略不计。所以,带状线的衰减主要由导体损耗和介质损耗引起,即

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d$$

式中,α 为带状线的总衰减常数;α_c 和 α_d 分别为带状线的导体衰减常数和介质衰减常数。

Ⅰ. 介质衰减

对只传输 TEM 模的带状线而言,根据传输线理论可知,介质衰减常数为

$$\alpha_d = \frac{1}{2}GZ_c = \frac{27.3\sqrt{\varepsilon_r}}{\lambda_0}\tan\delta \qquad \text{dB/m} \tag{3.46}$$

式中,G 为带状线单位长度上的漏电导;$\tan\delta$ 为介质材料的损耗角正切。

Ⅱ. 导体衰减

根据传输线理论可知,带状线的导体衰减可由下式求得,即

$$\alpha_c = \frac{R}{2Z_c} \tag{3.47}$$

式中,R 为带状线单位长度的电阻。

由式(3.47)可见,只要求得带状线的分布电阻,便可确定其导体衰减。然而,由于带状线的中心导带与接地板上的电流分布不均匀(中心导带的四个棱角处因曲率半径很小,这些棱角处的表面电阻远小于平面处的表面电阻,从而使得电流密度很大;在接地板上,面对中心导带处电流密度较大而边缘部分的电流很小),以致无法写出电流分布以及相应的导体表面附近磁场的解析式,即求分布电阻很复杂,因此无法精确计算其导体衰减。通常采用"增量电感法"近似计算带状线的导体衰减,这里略去了复杂的推导过程,只提供计算 α_c 的公式。

对于用铜制作的带状线

$$\alpha_c = \frac{2.02\times10^{-6}\sqrt{f}Z_c\varepsilon_r}{b}\left[\frac{1}{1-\frac{t}{b}} + \frac{\frac{2W}{b}}{\left(1-\frac{t}{b}\right)^2} + \frac{1}{\pi}\left[\frac{1+\frac{t}{b}}{\left(1-\frac{t}{b}\right)^2}\right]\ln\left(\frac{\frac{1}{1-\frac{t}{b}}+1}{\frac{1}{1-\frac{t}{b}}-1}\right)\right]$$

$$W/(b-t)\geqslant 0.35 \qquad \text{dB/m} \tag{3.48a}$$

$$\alpha_c = \frac{0.011\,402\varepsilon_r\sqrt{f}}{Z_cb}\left[1+\frac{b}{d}\left(0.5+0.669\frac{t}{W}\right)-0.255\left(\frac{t}{W}\right)^2+\frac{1}{2\pi}\ln\frac{4\pi W}{t}\right]$$

$$W/(b-t)\leqslant 0.35,\ t/b\leqslant 0.25,\ t/W\leqslant 0.11 \qquad \text{dB/m} \tag{3.48b}$$

式中，f 的单位为 GHz；d 为窄带的等效圆杆截面的直径，单位为 m。

通过计算表明，带状线的导体衰减远大于介质衰减，因此一般情况下可将介质衰减忽略不计。

① 带状线的尺寸选择

带状线的传输主模是 TEM 模，但当尺寸选择不当，或因制作不精细和其他原因造成结构上的不均匀时，都可能会出现高次模式 TE 模和 TM 模。为了抑制高次模式，必须合理地选择带状线的尺寸。

TE 模中，最低次模式是 TE_{10} 模，其截止波长为

$$(\lambda_c)_{TE_{10}} \approx 2W\sqrt{\varepsilon_r} \tag{3.49}$$

TM 模中，最低次模式是 TM_{01}，其截止波长为

$$(\lambda_c)_{TM_{01}} \approx 2b\sqrt{\varepsilon_r} \tag{3.50}$$

综上所述，为了抑制 TE_{10} 模和 TM_{01} 模，带状线的最短工作波长应满足

$$(\lambda_0)_{min} > (\lambda_c)_{TE_{10}} = 2W\sqrt{\varepsilon_r}$$
$$(\lambda_0)_{min} > (\lambda_c)_{TM_{01}} = 2b\sqrt{\varepsilon_r}$$

即带状线的尺寸应满足

$$W < \frac{(\lambda_0)_{min}}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{3.51}$$

$$b < \frac{(\lambda_0)_{min}}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{3.52}$$

(2) 微带线

微带线是微波集成电路(MIC)中使用得最多的一种传输线。其结构不仅便于同有源器件连接构成有源固态电路，而且可在一块介质基片上制作完整的微波电路，有利于提高微波组件和系统的集成化、固态化和小型化的程度。因此近些年来以微带线为基础的微波集成技术已发展为微波技术的一个重要分支。

① 微带线中的传输主模——准 TEM 模

同分析其他微波传输系统一样，分析微带线的严格方法也要求根据给定的边界条件求解亥姆霍兹方程，但由于微带线是混合介质系统，其边界十分复杂，是属于求解全波复杂边界的电磁场问题，因此较为繁复。这里不打算讨论微带线的严格分析方法，只采用近似分析方法对其作定性的讨论。

由于微带线是一种双导体导波系统，根据电磁场理论可知，若其导带与接地板之间不存在介质基片(即介质是空气)或整个微带线均被一种均匀的介质全部包围时，则此时导波系统的传输主模应为 TEM 模。但实际微带线只是在导带和接地板之间填充相对介电常数为 $\varepsilon_r > 1$ 的介质基片，而其余部分是空气，即存在着介质与空气的交界面，属于混合介质系统。这表明微带线的结构与平行双导线、同轴线等完全不同。后者都处在均匀介质的空间中，除了有导体边界外再也没有其他的边界条件，这是 TEM 模存在的充要条件。因此，纯 TEM

模的场不可能满足微带线的空气与介质交界面上的边界条件，即微带线中不可能存在纯 TEM 模，它所能传播的模式应由 TE 模和 TM 模组合而成的混合模式。为了说明这一点，我们根据麦克斯韦方程和边界条件来加以证明。

如图 3.26 所示，边界条件要求在介质分界面 ($y = h$) 处，电场强度和磁场强度的切向分量连续，即

$$E_{x1} = E_{x2},\ E_{z1} = E_{z2} \qquad (3.53a)$$

$$H_{x1} = H_{x2},\ H_{z1} = H_{z2} \qquad (3.53b)$$

式中，下标"1"、"2"分别代表介质基片区域和空气区域。而电位移矢量的法向分量在介质分界面 ($y = h$) 处也应连续，即

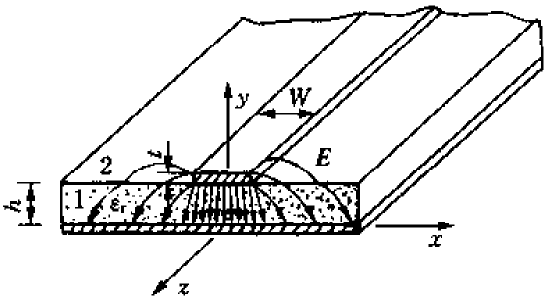


图 3.26　微带线的结构尺寸

$$E_{y2} = \epsilon_r E_{y1} \qquad (3.54a)$$

$$H_{y1} = H_{y2} \qquad (3.54b)$$

在介质分界面两侧的场都应满足麦克斯韦方程，即

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_1 = j\omega\epsilon_0\epsilon_r \boldsymbol{E}_1 \qquad (3.55)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_2 = j\omega\epsilon_0 \boldsymbol{E}_2 \qquad (3.56)$$

将以上两式展开，并取电场在 x 方向分量的表达式，有

$$\frac{\partial H_{z1}}{\partial y} - \frac{\partial H_{y1}}{\partial z} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r E_{x1} \qquad (3.57)$$

$$\frac{\partial H_{z2}}{\partial y} - \frac{\partial H_{y2}}{\partial z} = j\omega\epsilon_0 E_{x2} \qquad (3.58)$$

根据边界条件，得

$$\frac{\partial H_{z1}}{\partial y} - \frac{\partial H_{y1}}{\partial z} = \epsilon_r\left(\frac{\partial H_{z2}}{\partial y} - \frac{\partial H_{y2}}{\partial z}\right) \qquad (3.59)$$

设微带线中的导波沿 z 向传输，又考虑到介质边界两侧导波的相移常数均应为 β，于是有

$$\frac{\partial H_{y2}}{\partial z} = -j\beta H_{y2} \qquad (3.60a)$$

$$\frac{\partial H_{y1}}{\partial z} = -j\beta H_{y1} \qquad (3.60b)$$

将上式代入式(3.59)，得

$$\frac{\partial H_{z1}}{\partial y} - \epsilon_r \frac{\partial H_{z2}}{\partial y} = j\beta(\epsilon_r - 1) H_{y2} \qquad (3.61)$$

因为 $\epsilon_r \neq 1$，而 $H_{y2} \neq 0$，所以等式右端不为零，因而左端也不为零，即磁场的纵向分量不为零。

利用麦克斯韦方程

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_2 = -j\omega\mu_0 \boldsymbol{H}_2 \tag{3.62}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_1 = -j\omega\mu_1 \boldsymbol{H}_1 \tag{3.63}$$

经过同样的分析，可得

$$\frac{\partial E_{z1}}{\partial y} - \frac{\partial E_{z2}}{\partial y} = j\beta\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right)E_{y2} \tag{3.64}$$

当 $\varepsilon_r \neq 1$ 和 $E_{y2} \neq 0$ 时，则电场的纵向分量也不为零。

至此，我们已根据麦克斯韦方程一般地证明了微带线中的导行波必定有纵向场分量，亦即不存在纯 TEM 模。不过，在频率较低时，微带线基片厚度 h 远小于微带波长，此时导带与接地板之间的纵向场分量比较弱，其场分布与 TEM 模很相似，一般称它为准 TEM 模。因此，可以认为在低频弱色散情况下，微带线的工作模式是准 TEM 模，并可按 TEM 模处理。但应注意，严格说来准 TEM 模具有色散特性，这一点同 TEM 模不同，且随频率升高，这两种模式之间的差别也愈大，即准 TEM 模的纵向场分量所占的比例也就愈大，此时微带线传输的波实际上是混合模。

② 微带线的主要特性

I. 特性阻抗和相速

实际的微带线大都工作在低频弱色散区，此时可按 TEM 模来近似分析，这种分析方法称为“准静态分析法”。

同平行双导体传输线、同轴线等 TEM 模传输线一样，描述微带线的特性也是用相速和特性阻抗这两个主要特性参量。对无耗的 TEM 模传输线而言，其特性阻抗和相速分别为

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{v_p C} \tag{3.65}$$

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{3.66}$$

式中，L、C 分别为 TEM 模传输线单位长度的分布电感和分布电容。

然而，由于微带线的导带周围填充的并不是单一介质，因此其特性阻抗和相速不能简单地通过(3.65)和(3.66)两式计算。实际上，当微带线的基片被去除时，此时空气微带线上传播的 TEM 模应以光速 c 传播；而当微带线的导带上面也全部填充和基片材料相同的介质时，此时介质微带中传播的 TEM 模则以相速 $v_p(=c/\sqrt{\varepsilon_r})$ 传播。但实际微带线是以部分介质和部分空气填充的，所以空气和介质对其中 TEM 模传播的相速都有影响。从上述两种极端情况的分析不难知道，在部分填充的实际微带线中导波的相速应介于 c 和 $c/\sqrt{\varepsilon_r}$ 之间。此外，若令空气填充微带线的分布电容为 C_0，则介质填充微带线的分布电容就为 $\varepsilon_r C_0$，而实际微带线的分布电容 C_1 也必介于 C_0 和 $\varepsilon_r C_0$ 之间。根据上述分析，我们可以定义一种用等效的相对介电常数填充的微带线，以此来等效实际的微带线，而等效的相对介电常数用 ε_{re} 表示，并简称为等效介电常数。这样，等效微带线的分布电容应为 $\varepsilon_{re} C_0$，它应与实际微带线的分布电容 C_1 相等，即

$$\varepsilon_{re} C_0 = C_1$$

或
$$\varepsilon_{re} = \frac{C_1}{C_0} \tag{3.67}$$

此式表明，等效介电常数 ε_{re} 等于实际微带线的分布电容 C_1 与空气微带线的分布电容 C_0 之比。

用 ε_{re} 代替式(3.65)和式(3.66)中的 ε_r，可得到实际微带线传播 TEM 模时的特性阻抗和相速分别为

$$Z_c = \frac{Z_c^0}{\sqrt{\varepsilon_{re}}} = \frac{1}{v_p C_1} \tag{3.68}$$

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{re}}} \tag{3.69}$$

式中

$$Z_c^0 = \frac{1}{cC_0} \tag{3.70}$$

为空气微带线的特性阻抗。

a. 导带厚度为零时的特性阻抗

综上所述，用准静态法求微带线的特性阻抗和相速的问题，可以归结为求空气微带线的特性阻抗 Z_c(或分布电容 C_0)和等效介电常数 ε_{re}(或实际微带线的分布电容 C_1)的问题。求解 C_0 和 C_1 的方法很多，其中较为常用的是保角变换法，但这种求解方法较为复杂。这里我们仅提供求解 Z_c 和 ε_{re} 的近似公式。

对窄导带情况，$W/h < 1$，Z_c 可近似为

$$Z_c = \frac{59.952}{\sqrt{\varepsilon_{re}}} \ln\left(\frac{8h}{W} + \frac{W}{4h}\right) \tag{3.71a}$$

式中

$$\varepsilon_{re} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2}\left[\left(1 + 12\frac{h}{W}\right)^{-1/2} + 0.04\left(1 - \frac{W}{h}\right)^2\right] \tag{3.71b}$$

对宽导带情况，$W/h > 1$，Z_c 可近似为

$$Z_c = \frac{119.904\pi}{\sqrt{\varepsilon_{re}}\left[1.393 + \frac{W}{h} + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{W}{h} + 1.444\right)\right]} \tag{3.72a}$$

式中

$$\varepsilon_{re} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2}\left(1 + 12\frac{h}{W}\right)^{-1/2} \tag{3.72b}$$

应当指出，当 $W/h = 1$ 时，按式(3.71a)和式(3.72a)计算所得到的 Z_c 值不相等，但仅出现 0.5%的误差。此外，上述公式对 $t/h < 0.025$ 情况均适用。图 3.27 示出了导带厚度为零情况下特性阻抗 Z_c 以介质基片的相对介电常数 ε_r 为参数随宽高比 W/h 的变化曲线。

从式(3.72b)可见，当 W/h 很大时，$\varepsilon_{re} \to \varepsilon_r$，这是因为当导带很宽时，几乎所有的电场都被限制在介质基片中，这种结构即接近于填充相对介电常数为 ε_r 的介质平板电容器，因此 $\varepsilon_{re} \approx \varepsilon_r$；当 W/h 很小时，$\varepsilon_{re} \to (\varepsilon_r + 1)/2$，这是因为当导带很窄时，电场几乎均等地平分

在空气和介质之中，因此 $\varepsilon_{re} \approx (\varepsilon_r + 1)/2$。所以，$\varepsilon_{re}$ 的范围应为

$$\frac{1}{2}(\varepsilon_r + 1) \leqslant \varepsilon_{re} \leqslant \varepsilon_r \tag{3.73}$$

另外，有时还可用填充因子 q 来定义等效介电常数，即

$$\varepsilon_{re} = 1 + q(\varepsilon_r - 1) \tag{3.74}$$

式中，q 与 h/W 的关系为

$$q = \frac{1}{2}\left[1 + \left(1 + \frac{12h}{W}\right)^{-\frac{1}{2}}\right] \tag{3.75}$$

q 代表了介质填充的程度。

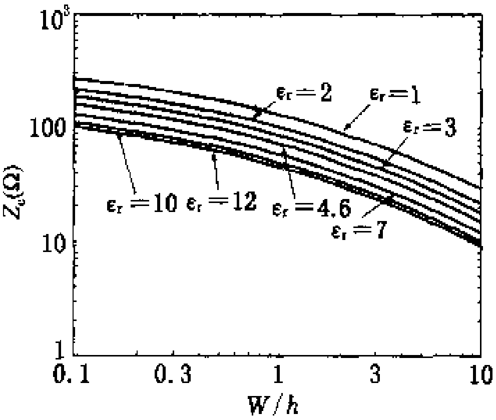


图 3.27　导带厚度 $t=0$ 情况下 Z_c 以 ε_r 为参数随 W/h 的变化曲线

在实际应用中，利用上述公式求 Z_c 是相当繁琐的，并且经常遇到的是给定 Z_c 和 ε_r，需要求出微带线的 W/h，这样，若利用上述公式计算则更为不便。因此，在实际应用中，常借助用上述公式作出的曲线或表格来设计微带线。此外，也可根据以下的经验公式，由已知的 Z_c 和 ε_r 求出 W/h。对 $W/h \leqslant 2$，有

$$\frac{W}{h} = \frac{8e^A}{e^{2A} - 2} \tag{3.76}$$

式中，因子 A 的表达式为

$$A = \frac{Z_c}{60}\sqrt{\frac{\varepsilon_r + 1}{2}} + \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}\left(0.23 + \frac{0.11}{\varepsilon_r}\right) \tag{3.77}$$

对 $W/h \geqslant 2$，有

$$\frac{W}{h} = \frac{2}{\pi}\left\{B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\varepsilon_r - 1}{2\varepsilon_r}\left[\ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\varepsilon_r}\right]\right\} \tag{3.78}$$

式中，因子 B 的表达式为

$$B = \frac{60\pi^2}{Z_c\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{3.79}$$

b. 导带厚度不为零时的特性阻抗

实际微带线的导带厚度不可能为零，即 t 应具有一定的数值。在这种情况下，当利用上述公式求微带线的特性阻抗时，应将原来公式中的导带宽度 W 用等效宽度 W_e 来代替，且 $W_e > W$。这是因为当 $t \neq 0$ 时，导带的边缘电容增大，相当于导带的等效宽度增加。若设导带宽度的增量为 ΔW，则

$$W_e = W + \Delta W = W + \frac{t}{\pi}\left(1 + \ln\frac{2x}{t}\right) \tag{3.80}$$

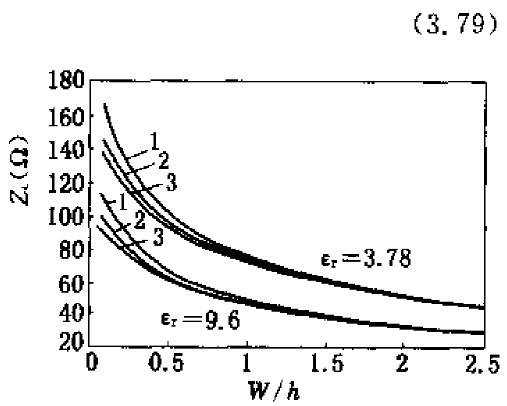


图 3.28　不同导带厚度情况下特性阻抗 Z_c 随宽高比 W/h 的变化曲线

（其中，1：$t/h=0.02$；2：$t/h=0.05$；3：$t/h=0.1$）

式中，若 $W > h/(2\pi) > 2t$，则取 $x = h$；若 $h/(2\pi) > W > 2t$，则取 $x = 2\pi W$。图3.28中示出了不同导带厚度情况下特性阻抗 Z_c 随宽高比 W/h 的变化曲线。由图可见，导带厚度对窄导带情况的影响更为明显，而当 $t > h$ 时，其影响可忽略不计。

Ⅱ、波导波长

微带线的波导波长(或称带内波长)为

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \tag{3.81}$$

应指出，由于 ϵ_{re} 和 W/h 有关，所以 λ_g 也是 W/h 的函数，即 λ_g 是 Z_c 的函数。因此对同一工作频率而言，不同特性阻抗的微带线的波导波长是不同的。

Ⅲ. 微带线的损耗和衰减

在前面讨论微带线的特性阻抗和传播常数时，我们并未考虑微带线的损耗，实际上微带线总存在着一定的损耗。损耗也是衡量微带线性能优劣的一个重要参量，它决定微带线及微带线所构成电路元器件的品质因数。

微带线的损耗由导体损耗、介质损耗和辐射损耗三部分组成，由此引起的衰减常数可表示为

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d + \alpha_r$$

式中，α_c、α_d 和 α_r 分别代表微带线的导体衰减、介质衰减和辐射衰减。下面分别对它们进行讨论。

a. 导体衰减

由于微带线的导带和接地板上的面电流分布不均匀，无法确定导体表面附近的切向磁场分量，因此无法用常规的方法推导微带线的导体衰减公式。然而，基于"增量电感法"则可近似导出微带线的导体衰减公式，即

$$\frac{\alpha_c Z_c h}{R_S} = \frac{8.686}{2\pi}\left[1-\left(\frac{W_e}{4h}\right)^2\right]\left\{1+\frac{h}{W_e}+\frac{h}{\pi W_e}\left[\ln\left(4\pi\frac{W/h}{t/h}+\frac{t/h}{W/h}\right)\right]\right\},\ W/h \leqslant 0.16 \quad \text{dB} \tag{3.82a}$$

$$\frac{\alpha_c Z_c h}{R_S} = \frac{8.686}{2\pi}\left[1-\left(\frac{W_e}{4h}\right)^2\right]\left[1+\frac{h}{W_e}+\frac{h}{\pi W_e}\left(\ln\frac{2h}{t}-\frac{t}{h}\right)\right],\ 0.16 \leqslant W/h \leqslant 2 \quad \text{dB} \tag{3.82b}$$

$$\frac{\alpha_c Z_c h}{R_S} = \frac{8.686}{\left\{\frac{W_e}{h}+\frac{2}{\pi}\ln\left[2\pi e\left(\frac{W_e}{2h}+0.94\right)\right]\right\}^2}\left[\frac{W_e}{h}+\frac{\frac{W_e}{\pi h}}{\frac{W_e}{2h}+0.94}\right]\left[1+\frac{h}{W_e}+\frac{h}{\pi W_e}\left(\ln\frac{2h}{t}-\frac{t}{h}\right)\right],\quad 2 \leqslant W/h \quad \text{dB} \tag{3.82c}$$

式中，R_S 为导体的表面电阻，W_e 为 $t \neq 0$ 时导带的等效宽度。

应指出，由于微波波段导体的趋肤深度在微米量级甚至更小。因此，为使微带线的导体衰减尽可能小些，导带的表面粗糙度要尽可能小(应在微米量级以下)。

b. 介质衰减

微带线的介质衰减可用下式求得，即

$$\alpha_d = 27.3\,\frac{\varepsilon_r}{\sqrt{\varepsilon_{re}}}\,\frac{\varepsilon_{re}-1}{\varepsilon_r-1}\,\frac{\tan\delta}{\lambda_0}\qquad \text{dB/m} \tag{3.83}$$

对于以氧化铝作为基片的微带线，其 $\varepsilon_{re}\approx\varepsilon_r$，介质衰减 $\alpha_d = 27.3\sqrt{\varepsilon_r}\tan\delta/\lambda_0$，在大多数情况下，$\tan\delta\approx 10^{-3}$（或更小），$\alpha_d\approx 0.027\sqrt{\varepsilon_r}$ dB/λ_0。

通过计算表明，微带线的导体衰减远大于介质衰减，因此一般情况下可将微带线的介质衰减忽略不计。但硅和砷化镓(GaAs)等半导体材料作为介质基片时，微带线的介质衰减则相对较大，不可忽略不计。

c. 辐射衰减

微带线是一种半开放性的传输线结构，若应用于未屏蔽和屏蔽很差的电路中，则会向周围空间辐射部分电磁波。但由于其横截面尺寸很小，辐射损耗并不严重，因此一般可忽略不计。

③ 微带线的色散特性及其尺寸选择

Ⅰ. 色散特性

以上分析是假设微带线工作于准 TEM 模的情况下，并按 TEM 模处理所得到的结论和公式，这意味着微带线的相速和等效介电常数均与频率无关，不存在色散效应。事实上，微带线中实际存在的是由 TE 模和 TM 模所组成的混合模式，因此当工作频率较高时，色散的影响不能忽略不计。对于一般的截面尺寸，W 和 h 都在 1 mm 左右，实验结果表明，当工作频率接近于 5 GHz 时，相速 v_p、等效介电常数 ε_{re}和特性阻抗 Z_c 的实验值与理论值开始出现较大的偏差，此时必须考虑色散效应。当 $2\leqslant\varepsilon_r\leqslant 16$，$0.06\leqslant W/h\leqslant 16$ 以及 $f\leqslant 100$ GHz 时，$\varepsilon_{re}(f)$和 $Z_c(f)$可用以下两式计算：

$$\varepsilon_{re}(f) = \left(\frac{\sqrt{\varepsilon_r}-\sqrt{\varepsilon_{re}}}{1+4F^{-1.5}}+\sqrt{\varepsilon_{re}}\right)^2 \tag{3.84a}$$

$$Z_c(f) = Z_c\,\frac{\varepsilon_{re}(f)-1}{\varepsilon_{re}-1}\sqrt{\frac{\varepsilon_{re}}{\varepsilon_{re}(f)}} \tag{3.84b}$$

式中

$$F = \frac{4h\sqrt{\varepsilon_r-1}}{\lambda_0}\left\{0.5+\left[1+2\ln\left(1+\frac{W}{h}\right)\right]^2\right\} \tag{3.84c}$$

而 Z_c 和 ε_{re}是准静态值。

分析表明，当工作频率低于以下频率 f 时可忽略色散影响：

$$f = \frac{0.95}{\sqrt[4]{\varepsilon_r-1}}\sqrt{\frac{Z_c}{h}}\ \text{GHz} \tag{3.85}$$

式中 h 的单位为 mm。

Ⅱ. 微带线中的高次模式

当频率升高时，微带线中会出现高次模式。这些高次模式的场与准 TEM 模的场有显著的不同，它们的存在不仅使辐射损耗增加，而且引起电路各部分之间的相互耦合，使工作状态变差。

微带线的高次模式主要有两种：波导模式和表面波模式。波导模式存在于导带与接地板之间，表面波模式则只要在接地板上有介质基片即能存在。

微带线中的波导模式指的是具有纵向场分量的 TE 模和 TM 模。对如图 3.26 所示的

微带线，若把它看成是宽为 W、高为 h 的平行板波导，则最易产生的最低次模式是 TE_{10} 模和 TM_{01} 模。TE_{10} 模的截止波长为

$$(\lambda_c)_{TE_{10}} = 2W\sqrt{\varepsilon_r} \tag{3.86a}$$

当微带线的导带厚度不为零时，由于导带两边的边缘效应的影响，相当于导带宽度增加了 $\Delta W(\approx 0.4h)$，故 TE_{10} 模的截止波长可修正为

$$(\lambda_c)_{TE_{10}} = 2\sqrt{\varepsilon_r}(W + 0.4h) \tag{3.86b}$$

TM_{01} 模的截止波长为

$$(\lambda_c)_{TM_{01}} = 2h\sqrt{\varepsilon_r} \tag{3.87}$$

表面波模式是由导体表面上的介质基片将电磁波束缚在导体表面附近而不向外扩散并使其沿导体表面传输引起的。微带线中最易产生的最低次表面波模式是 TM_0 模，其次是 TE_1 模。最低次模式 TM_0 模的截止波长为 $(\lambda_c)_{TM_0} = \infty$，即对任何频率，$TM_0$ 模都可以存在。而次低次模式 TE_1 模的截止波长为

$$(\lambda_c)_{TE_1} = 4h\sqrt{\varepsilon_r - 1} \tag{3.88}$$

由于表面波模式的相速和微带线中准 TEM 模的相速都在光速 c 和 $c/\sqrt{\varepsilon_r}$之间，所以当两者相速相同时，会发生强耦合(能量交换)。根据分析，TM 和 TE 表面波模式与微带线中准 TEM 模发生强耦合时的频率分别为

$$(f)_{TM_0} \approx \frac{\sqrt{2}c}{4h\sqrt{\varepsilon_r - 1}} \tag{3.89}$$

$$(f)_{TE_1} \approx \frac{3\sqrt{2}c}{8h\sqrt{\varepsilon_r - 1}} \tag{3.90}$$

因此，当工作频率一定时，为避免准 TEM 模与表面波模式发生强耦合，应选择适当的 h 和 ε_r。

Ⅲ. 微带线尺寸的选择

综上所述，为了抑制波导模式中的 TE 模，由式(3.86)知，必须使最短工作波长满足下式：

$$W < \frac{(\lambda_0)_{min}}{2\sqrt{\varepsilon_r}} - 0.4h \tag{3.91}$$

为抑制波导模式中的 TM 模，由式(3.87)知，必须使$(\lambda_0)_{min}$满足下式：

$$h < \frac{(\lambda_0)_{min}}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{3.92}$$

为抑制表面波模式中的 TE 模，由式(3.88)知，必须使$(\lambda_0)_{min}$满足下式：

$$h < \frac{(\lambda_0)_{min}}{4\sqrt{\varepsilon_r - 1}} \tag{3.93}$$

除此之外，还应避免准 TEM 模与表面波模式发生强耦合。在满足上述条件的情况下，即可认为微带线中传输的是准 TEM 模。

(3) 耦合微带线

在微波集成电路中，常常需要许多微波元件，如定向耦合器、滤波器等。耦合微带线是由两根平行放置、彼此靠得很近的微带线所构成。若耦合微带线的两根导带的尺寸完全相同，则称为对称耦合微带线；两根导带尺寸不相同的则称为非对称耦合微带线，这里我们只讨论如图 3.29 所示的对称耦合微带线。

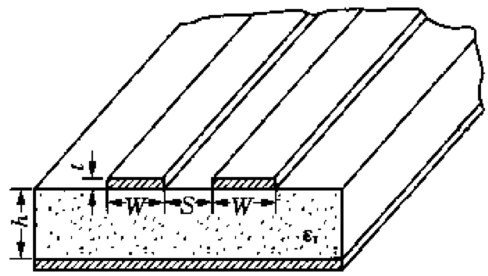
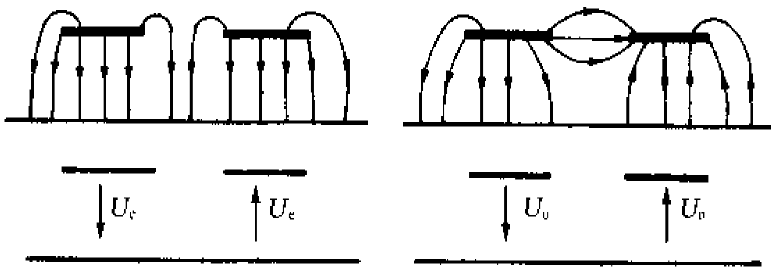


图 3.29　对称耦合微带线

① 奇、偶模特性阻抗

耦合微带线是由部分介质填充构成的不均匀结构，它同微带线一样，严格地说，其上传播的导波不是 TEM 模，而应是具有色散特性的混合模式，因此分析也较为复杂。耦合微带线的常用分析方法是准静态法和全波分析法，但前者更为常用。准静态法是将耦合微带线上的导波看成是 TEM 模，采用奇、偶模分析方法。所谓奇、偶模就是在耦合微带线的两根微带线上分别输入两个等幅反相电压 U_o 与 $-U_o$ 和两个等幅同相电压 U_e，其电力线关于中心对称面所构成的一种相互吸引的奇对称分布（即奇模）和相互排斥的偶对称分布（即偶模）。图 3.30 是两种激励时的电场分布情况，其中 U_o、U_e 的下标“o”和“e”分别代表奇模和偶模。显然，若两根微带线上输入任意的电压 U_1 和 U_2，则总可分解成一对奇、偶分量，使得 U_1 等于两分量之和，U_2 等于两分量之差，即



(a) 偶模　　(b) 奇模

图 3.30　对称耦合微带线的奇、偶模电力线分布图

$$U_1 = U_e + U_o \tag{3.94a}$$

$$U_2 = U_e - U_o \tag{3.94b}$$

当然，也可根据两根微带线上的电压 U_1 和 U_2 确定奇、偶模电压 U_o 和 U_e，即

$$U_o = \frac{1}{2}(U_1 - U_2) \tag{3.95a}$$

$$U_e = \frac{1}{2}(U_1 + U_2) \tag{3.95b}$$

这样在分析奇、偶模分量后，即可针对奇、偶模两种情况分别求出奇、偶模电容以及奇、偶模相速，进而求出奇、偶模特性阻抗和奇、偶模波导波长。耦合微带线奇、偶模的电磁场结构如图 3.31 所示，其中奇模的电力线与中心对称面垂直，此壁面称为电壁，而偶模的磁力线与中心对称面相垂直，此壁面称为磁壁。

对对称的无耗耦合微带线，其任一长度微元 dz 上的等效传输线电路如图 3.32 所示。

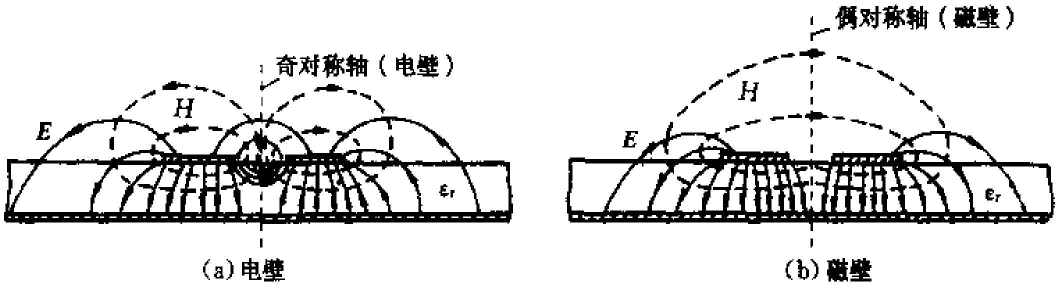


图3.31 对称耦合微带线的奇、偶模电磁场结构图

其中单根微带线的分布电感为 L_{11},分布电容为 C_{11},两根微带线间耦合的分布电感为 L_{12},分布电容为 C_{12}。于是,根据基尔霍夫电压、电流定律可得线上复电压、电流满足的关系式为

$$\left.\begin{aligned}-\frac{dU_1}{dz}&=j\omega L_{11}I_1+j\omega L_{12}I_2\\-\frac{dI_1}{dz}&=j\omega C_1U_1-j\omega C_{12}U_2\\-\frac{dU_2}{dz}&=j\omega L_{12}I_1+j\omega L_{11}I_2\\-\frac{dI_2}{dz}&=j\omega C_1U_2-j\omega C_{12}U_1\end{aligned}\right\}\qquad(3.96)$$

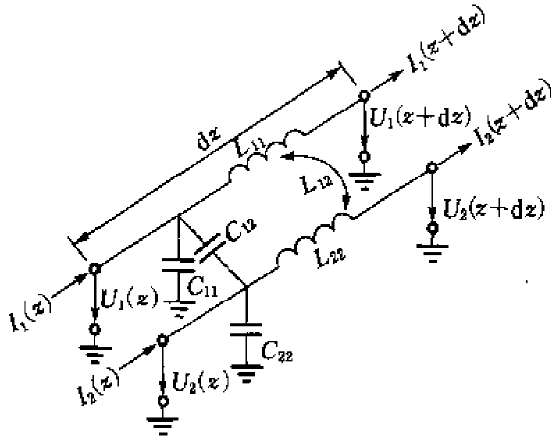


图3.32 对称耦合微带线的等效传输线电路

式中,$C_1=C_{11}+C_{12}$。

对偶模激励情况,令 $U_1=U_2=U_e$,$I_1=I_2=I_e$,则上式变为

$$\left.\begin{aligned}-\frac{dU_e}{dz}&=j\omega(L_{11}+L_{12})I_e\\-\frac{dI_e}{dz}&=j\omega(C_1-C_{12})U_e\end{aligned}\right\}\qquad(3.97)$$

由上式可得偶模传输线方程为

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2U_e}{dz^2}+\omega^2L_{11}C_1\left(1+\frac{L_{12}}{L_{11}}\right)\left(1-\frac{C_{12}}{C_1}\right)U_e&=0\\\frac{d^2I_e}{dz^2}+\omega^2L_{11}C_1\left(1+\frac{L_{12}}{L_{11}}\right)\left(1-\frac{C_{12}}{C_1}\right)I_e&=0\end{aligned}\right\}\qquad(3.98)$$

令 $L_{12}/L_{11}=k_L$ 为电感耦合系数,$C_{12}/C_1=k_C$ 为电容耦合系数。于是,偶模的相移常数 β_e、相速 v_{pe} 以及特性阻抗 Z_{ce} 分别为

$$\left.\begin{aligned}\beta_e&=\omega\sqrt{L_{11}C_1(1+k_L)(1-k_C)}\\v_{pe}&=\frac{\omega}{\beta_e}=\frac{1}{\sqrt{L_{11}C_1(1+k_L)(1-k_C)}}\\Z_{ce}&=\frac{1}{v_{pe}C_e}=\sqrt{\frac{L_{11}(1+k_L)}{C_1(1-k_C)}}\end{aligned}\right\}\qquad(3.99)$$

式中,$C_e=C_1(1-k_C)=C_{11}$,为偶模电容。

对奇模激励情况，令 $U_1=-U_2=U_o$，$I_1=-I_2=I_o$，由式(3.96)得

$$\left.\begin{aligned}-\frac{\mathrm{d}U_o}{\mathrm{d}z}&=j\omega L_{11}(1-k_L)I_o\\-\frac{\mathrm{d}I_o}{\mathrm{d}z}&=j\omega C_{11}(1+k_L)U_o\end{aligned}\right\}\tag{3.100}$$

于是，奇模的相移常数 β_o、相速 v_{po} 以及特性阻抗 Z_{co} 分别为

$$\left.\begin{aligned}\beta_o&=\omega\sqrt{L_{11}C_1(1-k_L)(1+k_C)}\\v_{po}&=\frac{\omega}{\beta_o}=\frac{1}{\sqrt{L_{11}C_1(1-k_L)(1+k_C)}}\\Z_{co}&=\frac{1}{v_{po}C_o}=\sqrt{\frac{L_{11}(1-k_L)}{C_1(1+k_C)}}\end{aligned}\right\}\tag{3.101}$$

式中，$C_o=C_1(1+k_C)=C_{11}+2C_{12}$，为奇模电容。

若设单根空气微带线的奇、偶模电容分别为 $C_o(1)$ 和 $C_e(1)$，而单根实际微带线的奇、偶模的电容分别为 $C_o(\varepsilon_r)$ 和 $C_e(\varepsilon_r)$，则单根微带线的奇、偶模等效介电常数分别为

$$\varepsilon_{eo}=\frac{C_o(\varepsilon_r)}{C_o(1)}=1+q_o(\varepsilon_r-1)\tag{3.102}$$

$$\varepsilon_{ee}=\frac{C_e(\varepsilon_r)}{C_e(1)}=1+q_e(\varepsilon_r-1)\tag{3.103}$$

式中，q_o、q_e 分别为奇、偶模的填充因子。

而奇、偶模相速分别为

$$v_{po}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{eo}}}\tag{3.104}$$

$$v_{pe}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{ee}}}\tag{3.105}$$

于是，奇、偶模的特性阻抗分别为

$$Z_{co}=\frac{1}{v_{po}C_o(\varepsilon_r)}=\frac{Z_{co}(1)}{\sqrt{\varepsilon_{eo}}}\tag{3.106}$$

$$Z_{ce}=\frac{1}{v_{pe}C_e(\varepsilon_r)}=\frac{Z_{ce}(1)}{\sqrt{\varepsilon_{ee}}}\tag{3.107}$$

式中，$Z_{co}(1)$ 和 $Z_{ce}(1)$ 分别为空气耦合微带线的奇、偶特性阻抗，此时 $\varepsilon_{eo}=\varepsilon_{ee}=1$，电感和电容耦合系数相等。利用多角形变换（即许瓦兹-克利斯多菲(Schwarz-Christoffel)变换）可导出 $Z_{co}(1)$ 和 $Z_{ce}(1)$ 的表达式为

$$Z_{co}(1)=120\pi\frac{K(k_o')}{K(k_o)}\tag{3.108}$$

$$Z_{ce}(1)=120\pi\frac{K(k_e')}{K(k_e)}\tag{3.109}$$

式中，$k_o'=\sqrt{1-k_o^2}$，$k_e'=\sqrt{1-k_e^2}$，称为余模数，k_o、k_e、k_o' 以及 k_e' 由耦合微带线的结构尺

寸决定。

根据上述公式可求得耦合微带线的奇、偶模特性阻抗，但由于公式中出现了椭圆函数，使得计算变得复杂，因此通常采用查曲线和数据表格的方法或按综合公式进行计算的方法设计耦合微带线。图 3.33 给出了$\varepsilon_r = 9.0$的耦合微带线的Z_{co}和Z_{ce}与W/h的关系曲线，其中S/h为参量。

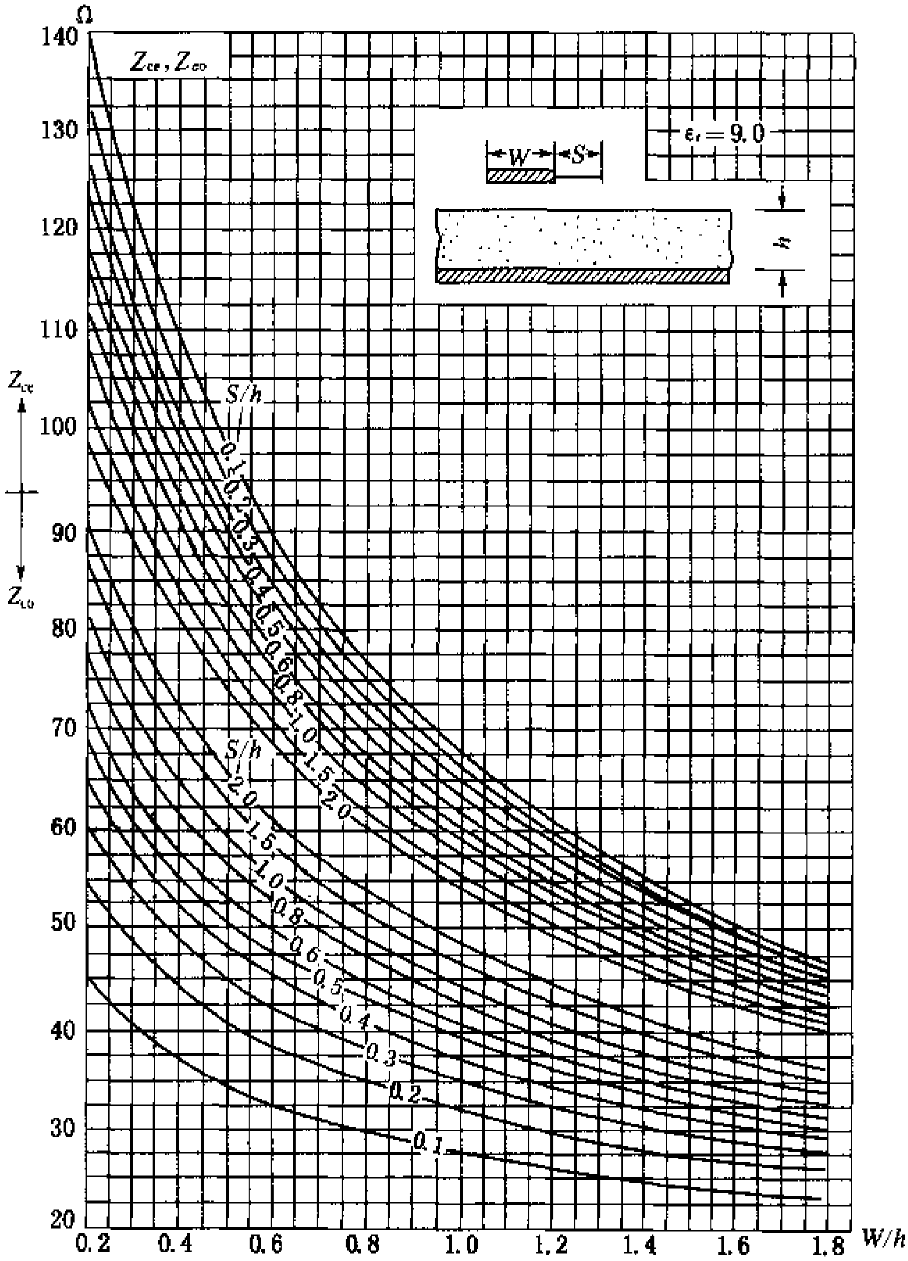


图 3.33　对称耦合微带线的Z_{co}和Z_{ce}与W/h的关系曲线(其中：$\varepsilon_r = 9.0$，S/h为参量)

需要指出，由于耦合微带线是混合介质系统，奇、偶模的等效介电常数ε_{eo}和ε_{ee}不同，所以奇、偶模导行波的相速也不同。实际上，由于奇模电场在空气中的分布比偶模多，因此偶模电容$C_e(\varepsilon_r)$与$C_e(1)$的比值比奇模电容$C_o(\varepsilon_r)$与$C_o(1)$的比值要大，也即ε_{eo}要小于ε_{ee}，所以v_{pe}小于v_{po}。此外，耦合微带线本身也存在色散特性，这样将导致用耦合微带线制作的电路性能变坏，工作频带变窄。为了改善其电路性能，可以采取奇、偶模相速补偿措施，以减小奇模相速使之与偶模相速趋于相等。

② 波导波长

由于耦合微带线的 ε_{eo} 和 ε_{ee} 不相等，故奇、偶模的波导波长也不相等，它们分别为

$$\lambda_{go} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{eo}}} \tag{3.110}$$

$$\lambda_{ge} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{ee}}} \tag{3.111}$$

从上面分析可知，耦合微带线的奇、偶模相速不相等，因此两者的波导波长也不相等，这将给耦合微带元件的设计带来一定的困难。在通常弱耦合情况下，可采用取平均值的办法进行处理，即将平均值 $\bar{\varepsilon}_e$ 和 $\bar{\lambda}_g$ 分别取为

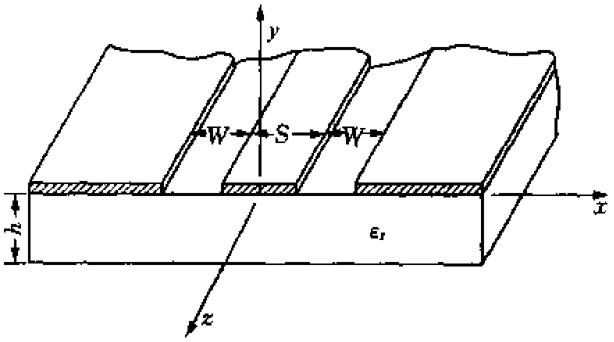
$$\bar{\varepsilon}_e = \frac{1}{2}(\varepsilon_{ee} + \varepsilon_{eo}) \tag{3.112}$$

$$\bar{\lambda}_g = \frac{1}{2}(\lambda_{ge} + \lambda_{go}) \tag{3.113}$$

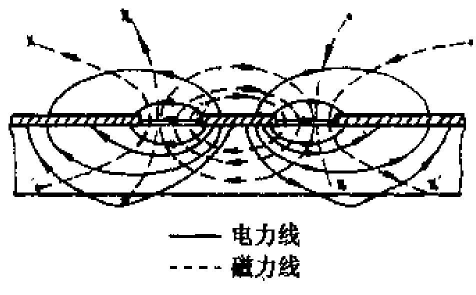
利用平均波导波长 $\bar{\lambda}_g$ 即可计算耦合元件的长度。

2) 共面波导

共面波导的结构尺寸和准静态的电磁场分布如图 3.34 所示。它是在介质基片的一面制作三条金属带，中间是一条导带，导带两侧是两条较宽的接地板，而介质基片的另一面没有金属化层。介质基片采用高介电常数的介质以保证波导波长小于自由空间中电磁波的波长，从而使电磁波集中于介质与空气的分界面附近传输。



(a) 结构尺寸



(b) 电磁场分布

图 3.34 共面波导的结构尺寸和准静态的电磁场分布

共面波导的传输主模也是准 TEM 模，不存在工作频率的下限，但当工作频率较高时，其传输模式则变为非 TEM 模。由于共面波导的介质表面位移电流不连续，以致出现纵向磁场，从而导致基片表面磁场的椭圆极化，利用这个特点可以制作非互易器件。共面波导还具有制作容易、安装有源和无源元器件方便以及电路密度高等优点，在以砷化镓(GaAs)为基片的单片或混合微波集成电路方面应用广泛。

同微带线一样，共面波导的主要特性参量也可用准静态法分析得到，即将共面波导中传播的准 TEM 模作为 TEM 模处理，用 TEM 模的有关公式导出其特性参量。限于篇幅，这里不作具体讨论。

3.2.2 非 TEM 模传输线

1) 槽线

槽线的结构尺寸如图 3.35 所示。它是在介质基片一面的金属化层上刻一窄槽构成的，而介质基片的另一面上没有金属化层。槽线是一种宽频带传输线，它是目前广泛使用的微带传输线所不具备的。由于槽线是平面结构，因此也特别适用于微波集成电路。

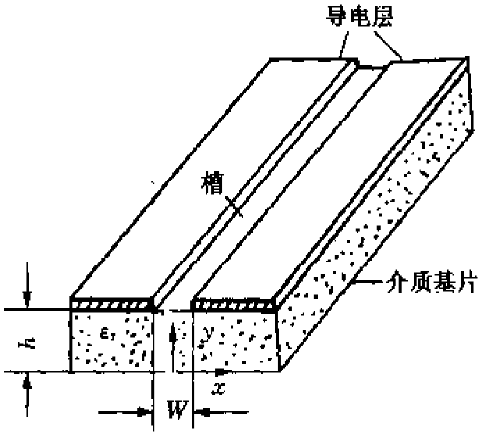
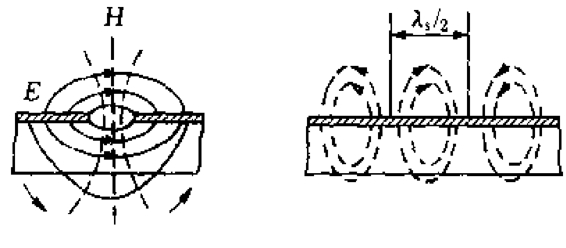


图 3.35 槽线的结构尺寸



(a) 横向分布 (b) 纵向分布

图 3.36 槽线的电磁场分布

槽线中传播的波是非 TEM 模，波沿槽传播。介质基片的相对介电常数很大，因而电磁波将集中在槽口区传播。其电场横跨槽上，磁场垂直于槽，不存在低频截止，槽线的电磁场分布如图 3.36 所示。由图 3.36 可见，因槽的两侧有电位差存在，故可以方便地将有源、无源元器件直接并接在槽上以实现集成电路。另外，沿槽向每隔半个槽波波长(λ_s)就形成一闭合磁力线回路，显然槽线中的导波存在椭圆极化区，利用这个特性可以制作铁氧体器件。

由于槽线工作于非 TEM 模，因此求解槽线的特性参量十分复杂。槽线的分析方法有横向谐振法、椭圆波导模型法以及谱域中的伽略金法等，这些方法推导繁冗，计算复杂，工程上常采用近似方法。有关槽线的分析，读者可参阅有关文献。

2) 鳍线

鳍线是适用于毫米波波段的一种特殊的印刷传输线，它是立体传输系统与平面电路的巧妙结合体。自从梅尔(Meier)于 20 世纪 70 年代将鳍线用于毫米波电路以来，鳍线技术发展极为迅速，目前，用鳍线制作的大多数有源、无源元器件其工作频率可达 100 GHz 以上。鳍线具有体积小、重量轻、功耗小、频带宽、可靠性高、可批量生产、成本低以及不用调整等优点，因此在频率高于 30 GHz 的微波元器件中，大都可用鳍线取代微带线和槽线。

图 3.37 示出了鳍线的四种主要结构型式，它们是在标准矩形波导中央的 E 面上插入一块印刷金属鳍的介质基片而构成的。其中单侧鳍线的损耗最小，且结构对称，便于安装固态器件，应用最为广泛。双侧鳍线便于分析，但损耗大，且要求介质基片两面上金属鳍的形状有严格的一致性和对称性，因此不实用。绝缘鳍线的波导上、下宽壁的厚度是 $\lambda/4$，使介质基片在波导内壁上相当于短路。实际上，为在鳍线的金属鳍上安装串、并联的固态器件，对直流而言，金属鳍必须与鳍线外壳(矩形波导)绝缘，以便给固态器件馈电。此外，当用鳍线制作无源元件时，通常还将金属鳍接地，这种结构就是接地鳍线(图中未画出)。从图3.37

中可见，单侧鳍线可视为屏蔽的槽线，而当去除介质基片时，则变成脊很窄的脊形波导。由于鳍线的外壳就是标准的矩形波导，因此鳍线与矩形波导间的过渡较为方便。

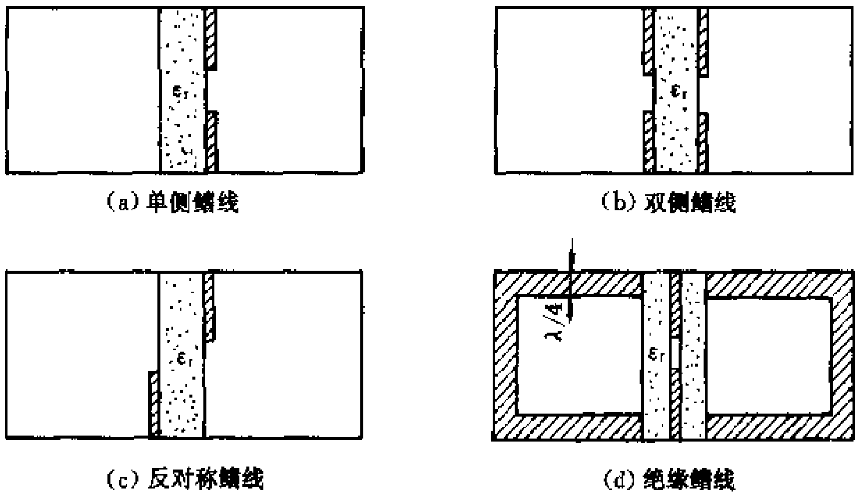


图 3.37　四种常见的鳍线结构

鳍线属于分区填充介质的导波系统，工作于非 TEM 模。分析鳍线常用的方法有传输矩阵法、有限元法、模式匹配法以及谱域中的伽略金法等，这些分析方法较为复杂，且计算工作量很大，工程上常采用近似分析方法。有关鳍线的分析，读者可参阅有关文献。

3.2.3　开放式介质波导

微带线和鳍线等传输线在厘米波波段和毫米波波段低端的集成电路中确实起着重要的作用，然而，在毫米波波段的高端，用上述传输线制作集成电路将遇到一些棘手的问题。如：结构变得很小导致加工困难；金属的导体衰减增加；表面光洁度达不到更高的要求；电路中高次模式的色散问题严重等。上述问题可以用开放式介质波导和半开放式介质波导来加以解决。

下面先简单阐述混合模的特点，然后介绍圆形介质波导的传输特性，最后扼要介绍其他开放式介质波导。

1) HE 模和 EH 模的特点

在具有空气——介质分界面的一类传输系统中，有时单独的 TE 或 TM 模不能满足其边界条件。此时导波系统中存在的场必须是 TM 模的场与 TE 模的场的线性组合，从面构成一些新的模式——混合模，这些模式既有纵向电场也有纵向磁场。一般地，若场的纵向分量以磁场为主，场的横向分布类似于 TE 模，则称这种模式为磁电模或磁电波，记为 HE 模或 HE 波；反之，若场的纵向分量以电场为主，场的横向分布类似于 TM 模，则称这种模式为电磁模或电磁波，记为 EH 模或 EH 波。

HE 模和 EH 模的横向电场可由本书上册式(5.29a)和式(5.32a)叠加得到，即

$$\boldsymbol{E}_t(T,z)=\boldsymbol{E}_t(T)e^{-\gamma z}=\frac{1}{k_c^2}[-\gamma\nabla_t E_z(T)+j\omega\mu\boldsymbol{a}_z\times\nabla_t H_z(T)]e^{-\gamma z}\tag{3.114a}$$

同样可由本书上册式(5.29b)和(5.32b)叠加，得到横向磁场为

$$\boldsymbol{H}_t(T,z)=\boldsymbol{H}_t(T)e^{-\gamma z}=\frac{1}{k_c^2}[-\gamma\nabla_t H_z(T)-j\omega\varepsilon\boldsymbol{a}_z\times\nabla_t E_z(T)]e^{-\gamma z}\tag{3.114b}$$

于是,HE 模和 EH 模的场的完整表达式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}(T,\ z) &= [\boldsymbol{E}_t(T)+\boldsymbol{a}_zE_z(T)]e^{-\gamma z}\\ &= \left\{\frac{1}{k_c^2}[-\gamma\nabla_tE_z(T)+j\omega\mu\boldsymbol{a}_z\times\nabla_tH_z(T)]+\boldsymbol{a}_zE_z(T)\right\}e^{-\gamma z}\end{aligned}\quad(3.115a)$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}(T,\ z) &= [\boldsymbol{H}_t(T)+\boldsymbol{a}_zH_z(T)]e^{-\gamma z}\\ &= \left\{\frac{1}{k_c^2}[-\gamma\nabla_tH_z(T)-j\omega\varepsilon\boldsymbol{a}_z\times\nabla_tE_z(T)]+\boldsymbol{a}_zH_z(T)\right\}e^{-\gamma z}\end{aligned}\quad(3.115b)$$

由式(3.114)中 HE 模和 EH 模的横向场分量表达式,可证明:(1)横向电场和横向磁场并非相互垂直;(2)横向电场与横向磁场大小的比值是位置的函数,即 $E_t/H_t\neq$ 常数,故对 HE 模和 EH 模而言没有波阻抗的概念。由此可见,HE 模或 EH 模的横向场与 TE 模或 TM 模的场存在明显的差别。

2) 圆形介质波导

图 3.38 是圆形介质波导的结构示意图。其中介质波导内介质的介电常数为 $\varepsilon_1(=\varepsilon_0\varepsilon_{r1})$,介质波导周围介质的介电常数为 $\varepsilon_2(=\varepsilon_0\varepsilon_{r2})$,而导磁率均为 μ_0,圆形介质波导的半径为 R,并选取圆柱坐标系。

(1) 圆形介质波导的场方程及其解

利用常规求解电磁场边值问题的方法可以对这种介质波导进行严格的模式分析。即首先写出亥姆霍兹方程的边值问题以及电磁场纵向分量 E_z 和 H_z 的解的具体形式,并利用纵向场分量和横向场分量间的关系导出其他横向场分量 E_φ、E_r、H_φ 和 H_r;然后由圆柱介质分界面上的切向场分量 E_φ 和 H_φ 的连续条件求得模式的特征方程;最后根据导出的特征方程对各种模式的截止条件进行研究和对模式进行分类。

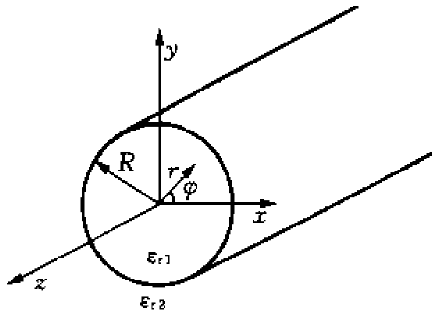


图 3.38　圆形介质波导的结构示意图

圆形介质波导中传播的混合模的纵向场分量的横向分布函数 $E_z(T)$ 和 $H_z(T)$ 应满足以下的齐次标量亥姆霍兹方程:

$$\nabla^2\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}+k_i^2\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}=0,\qquad i=1,\ 2\qquad(3.116a)$$

即

$$\nabla_t^2\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}+k_c^2\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}=0\qquad(3.116b)$$

式中,$k_c^2=k_0^2\varepsilon_{ri}-\beta^2=k_0^2n_i^2-\beta^2$,$k_0^2=\omega^2\mu_0\varepsilon_0$,而 $n_i=\sqrt{\varepsilon_{ri}}$ 为介质波导内、外介质的折射率;"1"和"2"分别代表介质波导的内部和外部。将上面方程在圆柱坐标系下展开,得

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}+k_c^2\begin{Bmatrix}E_z(T)\\H_z(T)\end{Bmatrix}=0\qquad(3.117)$$

为了应用分离变量法求解方程(3.117),设

$$\begin{Bmatrix} E_z(T) \\ H_z(T) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} R(r)\Phi(\varphi) \tag{3.118}$$

将上式代入式(3.117)，可得两个常微分方程

$$\frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}\varphi^2} + m^2\Phi = 0 \tag{3.119a}$$

$$r^2\frac{\mathrm{d}^2R}{\mathrm{d}r^2} + r\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}r} + [(k_c r)^2 - m^2]R = 0 \tag{3.119b}$$

方程(3.119a)的解为

$$\Phi = C\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\varphi} \quad 或 \quad \Phi = C\begin{Bmatrix} \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{Bmatrix} \tag{3.120}$$

对方程(3.119b)的求解要分成两种情况进行讨论。在介质波导内部，导行波的场沿径向(r 向)应呈驻波分布，此时 $k_c^2 = k_0^2\varepsilon_{r1} - \beta^2 > 0$，方程(3.119b)为带参量的贝塞尔方程，其解的形式为第一类和第二类贝塞尔函数。因第二类贝塞尔函数在 $r=0$ 处出现无穷大，故只能取第一类贝塞尔函数；在介质波导外部，导行波沿 r 向应呈衰减分布，此时 $k_c^2 = k_0^2\varepsilon_{r2} - \beta^2 < 0$，方程(3.119b)的解应为修正贝塞尔函数。因第一类修正贝塞尔函数在 $r \to \infty$ 时趋于无穷大，故只能取第二类修正贝塞尔函数。于是，$R(r)$的解为

$$\left.\begin{aligned} R_1(r) &= D_1\mathrm{J}_m\left(\frac{u}{R}r\right), \quad r \leqslant R \\ R_2(r) &= D_2\mathrm{K}_m\left(\frac{w}{R}r\right), \quad r > R \end{aligned}\right\} \tag{3.121}$$

式中，$u = \sqrt{k_0^2\varepsilon_{r1} - \beta^2}R$，为介质波导 r 向的归一化相位常数；$w = \sqrt{\beta^2 - k_0^2\varepsilon_{r2}}R$，为介质波导外 r 向的归一化衰减常数。并定义

$$u^2 + w^2 = v^2$$

式中，v 为归一化频率。

将式(3.120)和式(3.121)代入式(3.118)，并考虑 $r=R$ 处 $E_{z1} = E_{z2}$ 和 $H_{z1} = H_{z2}$ 的连续条件，可得到 E_z 和 H_z 的解为

$$E_z = \begin{cases} \dfrac{A}{\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m\left(\dfrac{u}{R}r\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\varphi}, & r \leqslant R \\ \dfrac{A}{\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m\left(\dfrac{w}{R}r\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\varphi}, & r > R \end{cases} \tag{3.122a}$$

$$H_z = \begin{cases} \dfrac{B}{\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m\left(\dfrac{u}{R}r\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\varphi}, & r \leqslant R \\ \dfrac{B}{\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m\left(\dfrac{w}{R}r\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}m\varphi}, & r > R \end{cases} \tag{3.122b}$$

式中，略去了因子 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z}$。将式(3.122)代入本书上册(5.15)和(5.16)两式可得以下的横向场分量表达式：

$$E_r=\begin{cases}\dfrac{R^2}{u^2}\left[\dfrac{m\omega\mu_0 B}{r\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m\left(\dfrac{u}{R}r\right)-\dfrac{j\beta Au}{R\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m'\left(\dfrac{u}{R}r\right)\right]\mathrm{e}^{jm\varphi},\ r\leqslant R\\ -\dfrac{R^2}{w^2}\left[\dfrac{m\omega\mu_0 B}{r\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m\left(\dfrac{w}{R}r\right)-\dfrac{j\beta Aw}{R\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m'\left(\dfrac{w}{R}r\right)\right]\mathrm{e}^{jm\varphi},\ r>R\end{cases}\tag{3.123a}$$

$$E_\varphi=\begin{cases}\dfrac{R^2}{u^2}\left[\dfrac{j\omega\mu_0 Bu}{R\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m'\left(\dfrac{u}{R}r\right)+\dfrac{\beta mA}{r\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m\left(\dfrac{u}{R}r\right)\right]\mathrm{e}^{jm\varphi},\ r\leqslant R\\ -\dfrac{R^2}{w^2}\left[\dfrac{j\omega\mu_0 Bw}{R\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m'\left(\dfrac{w}{R}r\right)+\dfrac{\beta mA}{r\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m\left(\dfrac{w}{R}r\right)\right]\mathrm{e}^{jm\varphi},\ r>R\end{cases}\tag{3.123b}$$

$$H_r=\begin{cases}-\dfrac{R^2}{u^2}\left[\dfrac{m\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\omega A}{r\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m\left(\dfrac{u}{R}r\right)+\dfrac{j\beta Bu}{R\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m'\left(\dfrac{u}{R}r\right)\right]\mathrm{e}^{jm\varphi},\ r\leqslant R\\ \dfrac{R^2}{w^2}\left[\dfrac{m\varepsilon_0\varepsilon_{r2}\omega A}{r\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m\left(\dfrac{w}{R}r\right)+\dfrac{j\beta Bw}{R\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m'\left(\dfrac{w}{R}r\right)\right]\mathrm{e}^{jm\varphi},\ r>R\end{cases}\tag{3.123c}$$

$$H_\varphi=\begin{cases}-\dfrac{R^2}{u^2}\left[\dfrac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r1}Au}{R\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m'\left(\dfrac{u}{R}r\right)-\dfrac{m\beta B}{r\mathrm{J}_m(u)}\mathrm{J}_m\left(\dfrac{u}{R}r\right)\right]\mathrm{e}^{jm\varphi},\ r\leqslant R\\ \dfrac{R^2}{w^2}\left[\dfrac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r2}Aw}{R\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m'\left(\dfrac{w}{R}r\right)-\dfrac{m\beta B}{r\mathrm{K}_m(w)}\mathrm{K}_m\left(\dfrac{w}{R}r\right)\right]\mathrm{e}^{jm\varphi},\ r>R\end{cases}\tag{3.123d}$$

式中,A、B 需由激励条件确定。

由求解过程可知,对导行波而言,以上各式中的 u、v 必须取正实数,即

$$u^2=(k_0^2\varepsilon_{r1}-\beta^2)R^2=(k_0^2n_1^2-\beta^2)R^2>0\tag{3.124a}$$

$$w^2=(\beta^2-k_0^2\varepsilon_{r2})R^2=(\beta^2-k_0^2n_2^2)R^2>0\tag{3.124b}$$

此时

$$k_0\sqrt{\varepsilon_{r2}}<\beta<k_0\sqrt{\varepsilon_{r1}}\ \text{或}\ k_0n_2<\beta<k_0n_1\tag{3.124c}$$

这表明,导行波沿 z 向的相移常数介于两种介质中传输的平面波的波数之间。因为 $\beta>k_0n_2$,所以波的传播相速 v_p 小于介质 2 中的波速,故沿介质波导传输的表面波是一种慢波。此时介质波导外部的电磁场随 r 按指数规律衰减,电磁能量沿芯线传输,此即为导行模。当 $\beta<k_0n_2$ 时,w 为虚数,这时波导外部的电磁波沿 r 呈现振荡解,这种情况称为辐射模;当 β 接近于 k_0n_2 时,由于介质波导外部的辐射损耗不大,还存在着可以传输较长距离的模,称为漏模;当 $\beta=k_0n_2$ 时,$w=0$,电磁能量开始外溢。此时的归一化频率 v 称为归一化截止频率,记为 v_c。

(2) 导行波的模式特征方程

将式(3.123b)和(3.123c)代入 $r=R$ 处的边界条件:$E_{\varphi1}=E_{\varphi2}$,$H_{\varphi1}=H_{\varphi2}$,得

$$A\beta m\left(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)+j\omega B\mu_0\left[\frac{\mathrm{J}_m'(u)}{u\mathrm{J}_m(u)}+\frac{\mathrm{K}_m'(w)}{w\mathrm{K}_m(w)}\right]=0\tag{3.125a}$$

$$-jA\omega\varepsilon_0\left[\frac{\varepsilon_{r1}}{u}\frac{\mathrm{J}_m'(u)}{\mathrm{J}_m(u)}+\frac{\varepsilon_{r2}}{w}\frac{\mathrm{K}_m'(w)}{\mathrm{K}_m(w)}\right]+\beta mB\left(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)=0\tag{3.125b}$$

方程组(3.125)中,A、B 有非零解的条件是,由它们的系数所构成的行列式必须为零。由此可得模式的特征方程为

$$\left[\frac{\mathrm{J}_m'(u)}{u\mathrm{J}_m(u)}+\frac{\mathrm{K}_m'(w)}{w\mathrm{K}_m(w)}\right]\left[k_0^2\varepsilon_{r1}\frac{\mathrm{J}_m'(u)}{u\mathrm{J}_m(u)}+k_0^2\varepsilon_{r2}\frac{\mathrm{K}_m'(w)}{w\mathrm{K}_m(w)}\right]=m^2\beta^2\left(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)^2\tag{3.126}$$

消去式(3.126)中的β,可得

$$\left[\frac{J_m'(u)}{uJ_m(u)}\right]^2+\left(1+\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\right)\frac{J_m'(u)}{uJ_m(u)}\frac{K_m'(w)}{wK_m(w)}+\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\left[\frac{K_m'(w)}{wK_m(w)}\right]^2-m^2\left(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)\left(\frac{1}{u^2}+\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\frac{1}{w^2}\right)=0 \tag{3.127}$$

这是一个关于$J_m'(u)/uJ_m(u)$的一元二次方程,其解为

$$\frac{J_m'(u)}{uJ_m(u)}=-\frac{1}{2}\frac{K_m'(w)}{wK_m(w)}\left(1+\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\right)\pm$$
$$\frac{1}{2}\left\{\left(1+\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\right)^2\left[\frac{K_m'(w)}{wK_m(w)}\right]^2-4\left[\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\left(\frac{K_m'(w)}{wK_m(w)}\right)^2-m^2\left(\frac{1}{u^2}+\frac{1}{w^2}\right)\left(\frac{1}{u^2}+\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}\frac{1}{w^2}\right)\right]\right\}^{1/2} \tag{3.128}$$

上式是包含u、w的特征方程。由此方程可以分析圆形介质波导中存在的模式。

(3) 介质波导的模式分类和截止条件

特征方程(3.126)中的m取不同值时,对应着不同的模式,可分为$m=0$和$m\neq 0$两种情况进行讨论。

① $m=0$的情况

当$m=0$时,式(3.126)简化为

$$\left[\frac{J_0'(u)}{uJ_0(u)}+\frac{K_0'(w)}{wK_0(w)}\right]\left[k_0^2\varepsilon_{r1}\frac{J_0'(u)}{uJ_0(u)}+k_0^2\varepsilon_{r2}\frac{K_0'(w)}{wK_0(w)}\right]=0 \tag{3.129}$$

因而,必有

$$\frac{J_1(u)}{uJ_0(u)}+\frac{K_1(w)}{wK_0(w)}=0 \tag{3.130a}$$

以及

$$\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}\frac{J_1(u)}{uJ_0(u)}+\frac{K_1(w)}{wK_0(w)}=0 \tag{3.130b}$$

若令式(3.125)中的$m=0$,并将式(3.130a)代入必有$A=0$,即电场的纵向分量为零,因此可推知式(3.130a)是TE_{0n}模的特征方程。同样,当式(3.130b)满足时,必有$B=0$,可推知式(3.130b)是TM_{0n}模的特征方程。

同金属波导一样,圆形介质波导中的TE_{0n}和TM_{0n}模式也有截止现象。我们知道,金属波导中模式的传输与截止是以传播常数$\gamma=0$分界的,但在圆形介质波导中模式的截止则以归一化衰减常数$w=0$来分界。因为对于导行波,其归一化衰减常数w必须大于零;当w小于零时,在介质波导外将得到振荡解,波沿r向有辐射,尽管波沿z向仍有传输,但我们将这种模式称为辐射模。辐射模的出现即标志着模式的截止,因此将$w=0$作为模式传输与截止的分界。

将$w=0$代入(3.130a)和(3.130b)两式可知,只有当$J_0(u)=J_0(u_c)=0$时才使这个关系式成立。根据$u^2+w^2=v^2$可知,模式截止时归一化频率v_c与r向归一化相位常数u_c相等,即

$$J_0(u_c)=J_0(v_c)=J_0(v_{0n})=0 \tag{3.131}$$

这就是 TE_{0n} 和 TM_{0n} 模式的截止条件，其中 v_{0n} 是第一类零阶贝塞尔函数的第 n 个根，即 $v_{0n} = 2.405, 5.520, 8.654, \cdots$ 显然，当 $v > v_c$ 时为传输状态；当 $v < v_c$ 时为截止状态。又由式(3.131)可知，在截止处，TE_{0n} 和 TM_{0n} 模式是简并的，而当截止消除时，因这两种模式的特征方程不同，故两者的 v_{0n} 也不同，从而使简并消除。

② $m \neq 0$ 的情况

当 $m \neq 0$ 时，由(3.128)和(3.123)两式可知，此时电场和磁场的纵向分量同时存在，故为混合模式。通常将式(3.128)右端的第二项取正号所对应的 β 值的模式称为 EH_{mn} 模，而取负号所对应的 β 值的模式称为 HE_{mn} 模。

HE_{mn} 模和 EH_{mn} 模的截止条件同样可由式(3.126)得到。对 $m = 1$，HE_{mn} 模的截止条件为

$$J_1(u_c) = J_1(v_c) = J_1(v_{1n}) = 0 \tag{3.132}$$

式中，$v_{1n} = 0, 3.832, 7.016, \cdots$，而 $v_c = v_{11} = 0$ 对应于 HE_{11} 模；$v_c = v_{12} = 3.832$ 对应于 HE_{12} 模；……

对 $m \geqslant 2$，HE_{mn} 模的截止条件为

$$J_{m-1}(u_c) = \frac{u_c \varepsilon_{r2}}{(m-1)(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})} J_m(u_c) \tag{3.133}$$

对 $m \geqslant 1$，EH_{mn} 模的截止条件为

$$J_m(u_c) = 0 \tag{3.134}$$

在应用式(3.134)时，应注意，当 $m = 1$ 时，可以证明 $u_c = v_{1n}$ 不可取为零，应取 $v_{1n} = 3.832$，余类推。

综上所述，圆形介质波导的主模是 HE_{11} 模，截止频率为零，而第一个高次模式应为 TE_{01} 和 TM_{01} 模，其截止频率为

$$f_c = \frac{2.405c}{2\pi R\sqrt{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}}} \tag{3.135}$$

于是，实现 HE_{11} 单模传输的频率范围为

$$0 < f < \frac{2.405c}{2\pi R\sqrt{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}}} \tag{3.136}$$

图3.39是圆形介质波导的几个低次模式的归一化相移常数随归一化频率的变化曲线。

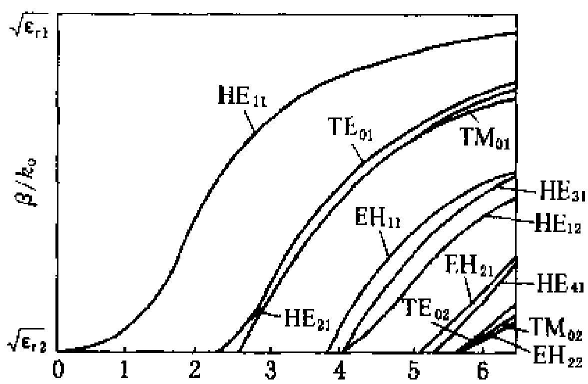


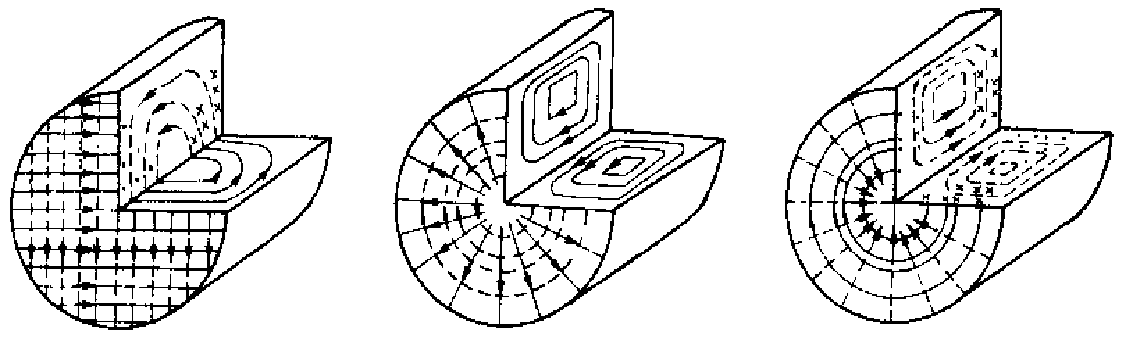
图3.39　圆形介质波导的几个低次模式的归一化相移常数随归一化频率的变化曲线

(4) 场结构

根据圆形介质波导中各模式的场分量表达式，即可作出其场结构图。图3.40画出了三种低次模式在圆形介质波导内部的场分布图。

3) 其他型式的开放式介质波导简介

与圆形介质波导不同，如图3.41所示



(a) HE_{11}模　　(b) TM_{01}模　　(c) TE_{01}模

图 3.40　圆形介质波导中三种低次模式在波导内部的场结构图

的矩形介质波导涉及复杂的二维边值问题，无法利用常规的方法进行分析，通常采用近似的分析方法。矩形介质波导的传输模式可分为两大类：E^y_{mn} 和 E^x_{mn}，其中上标"x"、"y"分别代表传输模式的主极化方向，下标"m"、"n"则分别代表电磁场量沿 x、y 方向出现极大值的个数，这两类模式均可近似看成是 TE 模。分析表明，矩形介质波导的最低次模式是 E^y_{11}，且一般情况下，E^y_{11} 和 E^x_{11} 两模式几乎是简并的，当介质波导中出现不均匀性时就使这两种模式之间发生耦合。为了消除这种简并现象，可在矩形介质波导的中心对称面（图中 $y=0$ 的平面）上放置接地导体板，使 E^x_{11} 模式被短路掉，这种介质波导称为镜像介质波导，如图 3.21(j)所示。镜像介质波导适用于无源和有源的毫米波集成电路，其接地板的引入不仅可以起到支撑介质带条的作用，而且利于散热和给有源器件提供偏置。当用高阻的半导体材料制作介质带条时还可制作振荡器、混频器、移相器以及检波器等有源器件。

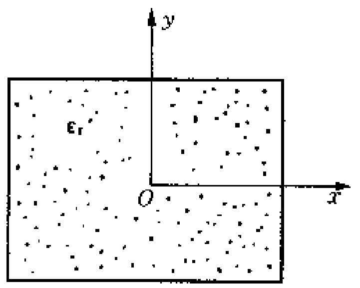


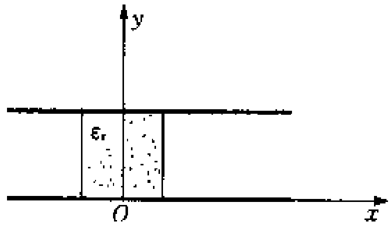
图 3.41　矩形介质波导的截面尺寸

图 3.21(m)所示的陷入式介质波导是由置于金属凹槽中的介质带条构成的，其特点是，当介质波导中传输的电磁能量在波导弯曲段的两边壁方向向外泄漏时，由于金属壁的存在，使泄漏波被反射回来，若凹槽足够深，对单模工作而言，被反射回来的能量将再一次与波导中的传输模式耦合，从而降低了因弯曲引起的辐射损耗。

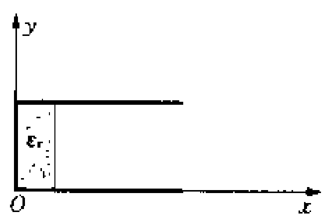
3.2.4　半开放式介质波导

1) H 波导

与传统的金属波导相比，图 3.42(a)所示的 H 波导制作工艺简单，它仅由两块平行的金属板中间插入一块介质带条而构成。H 波导传输混合模式，可分为 LSM 和 LSE 两大类，并有奇、偶模之分。LSE 模的电力线位于与空气——介质交界面相平行的平面内，故得名纵截面电模；LSM 模的磁力线位于与空气——介质交界面相平行的平面内，故得名纵截面磁模。一般说来，H 波导中的传输模式与介质带条的宽度和两平行金属板的间距有关，若合理地选择尺寸，使 H 波导工作于 LSM 模，则两



(a) H 波导



(b) 槽波导

图 3.42　H 波导和槽波导

平行金属板上没有纵向电流，此时 H 波导具有类似于 TE_{0n} 模金属圆波导的特性。此时可在与导波传播方向相正交的方向上开窄槽来抑制其他模式，则不会对这种模式有任何影响。当选择两平行接地板的间距小于 $\lambda/2$ 时，此时的 H 波导即变成了无辐射介质波导(见下面内容)。此外，在 H 波导中还有一种场结构完全类似于矩形金属波导中的 TE_{10} 模的模式，这就是 H 波导中的主模 LSE_{10}(或 TE_{10})模，它的截止频率为零，通过正确选择两平行金属板的间距可使其边缘场减到很小，从而消除因辐射而引起的衰减。

值得指出，当在 H 波导的 $x=0$ 处放置一理想金属板时，则可得到如图 3.42(b)所示的槽波导。这种波导的偶模被抑制，而奇模则不受影响。与 H 波导相比，它除了具有较少的模式数外，还具有结构简单、屏蔽性好等优点。

2) G 波导

G 波导是在有一定厚度的两块平行金属板上开纵向凹槽形成的，如图 3.43 所示。其中纵向凹槽具有与 H 波导的介质带条相同的作用，它使波导中的电磁场沿横向作指数衰减分布。由于 G 波导无需介质带条，故消除了介质损耗，从而使总的衰减下降。研究表明，这种波导并不适用于 100 GHz 以下的频段，原因是尺寸太大。当工作频率高于 100 GHz 时，通过适当地选取尺寸，可使 G 波导在很宽的频带内实现单模传输。

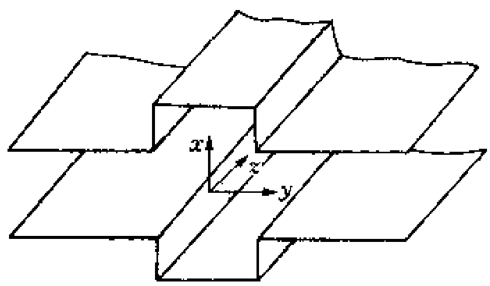


图 3.43　G 波导

G 波导的传输模式可分为几大类，即 TE_o^s、TE_e^s、TM_e^s、TE_o^f、TE_e^f、TM_o^f 以及 TM_e^f，其中下标“o”、“e”分别代表奇、偶模，而上标“s”、“f”则分别代表沿纵向对称面上有效短路 ($E_x=0$) 和有效开路 ($E_x\neq 0$) 的模式。

与金属波导相比，H 波导和 G 波导的损耗低一个数量级，功率容量大一个数量级，且易于加工，激励方便。但在波导的不均匀和不连续处有辐射波出现。

3) 无辐射介质波导(NRD)

当图 3.42(a)所示的两接地板间距小于 $\lambda/2$ 时即形成无辐射介质波导，但由于两导体板的间距小于半个波长，故其工作原理与 H 波导截然不同。无辐射介质波导中传输的模式本质上也是混合模，其工作主模是 LSM 模中的最低次模式 LSM_{110}。这种模式的电场平行于导体板，导波只在介质带内传输，而在介质带外迅速衰减，因而它具有抑制波导不均匀处和不连续处引起辐射的能力。但若使用高介电常数的介质材料作为介质带时，其结构不合理。此外，其工作频带也较窄。由于无辐射介质波导在不均匀处和不连续处不会产生辐射，故不会引起交叉干扰，因此可以利用小半径弯曲和在小体积上做成许多有用的无源和有源元器件。

4) 栅栏波导

栅栏波导(图 3.21(t))是 H 波导的另一种变形，其针状的导体栅取代 H 波导的两平行金属板。当电磁波的电场平行于针状栅栏在其中传播时，针状栅栏就起到与金属板相同的作用。这种波导结构简单，易于制作，但它比前述的几种波导泄漏要大、不实用。

习　题

3-1　圆波导直径为 5 cm，内充空气。

① 求 TE_{11}、TM_{01}、TE_{01}和 TM_{11}模式的截止波长；

② 当工作波长为 7 cm、6 cm、3 cm 时分别出现上述哪些模式；

③ 工作波长为 7 cm 时，求最低次模式的波导波长 λ_g。

3-2　用直径 $D = 51.6$ mm 的紫铜制圆波导传输 $f = 4$ GHz 的电磁波，当需要圆波导传输 100 m，而总衰减小于 10 dB 时，通过计算说明应选择何种工作模式。

3-3　一工作波长为 8 mm 的信号在尺寸为 $a \times b = 7.112\ \text{mm} \times 3.556\ \text{mm}$ 的矩形波导中传输，现转换到用圆波导中的 TE_{01}模传输，要求圆波导与矩形波导相速相同，试求圆波导的直径。

3-4　阐述矩形波导和圆波导中模式简并的异同处。

3-5　一工作波长为 8 mm 的电磁波，用紫铜制圆波导传输，要求工作模式为 TE_{11}模。

试问：① 圆波导的半径应取何值？

② 该圆波导传输 TE_{11}、TM_{01}模时的衰减常数分别为多少？

3-6　试证明圆波导中 TE_{mn}模的衰减常数的表达式（式 3.20）。

3-7　圆波导中 TE_{11}、TM_{01}和 TE_{01}模的特点分别是什么？各有何应用？

3-8　试绘出矩形波导中 TE_{04}、TM_{32}、TE_{32}模的电磁场分布图。

3-9　画出圆波导中 TM_{31}和 TE_{31}模在波导横截面上的场分布图。

3-10　以矩形波导中的 TE_{10}模为例，证明公式：$P'_{br} = P_{br}/\rho$。其中 P_{br}为载行波的波导的功率容量，P'_{br}为载驻波比为 ρ 的行驻波的波导的功率容量。

3-11　一矩形波导管的内部一部分填充空气（区域Ⅰ），另一部分填充无耗介质（区域Ⅱ），其横截面如图 3.44 所示。根据麦克斯韦方程可导出波导管内传输 TE_{10}模时各区域中的电磁场分量分别为

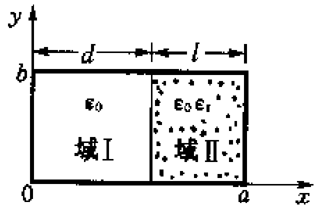


图 3.44　题 3-11 附图

区域Ⅰ（$0 \leqslant x \leqslant d$）：

$$\left.\begin{aligned}
&E_x = 0\\
&E_y = j\omega\mu_0 A\gamma_1 \sin(k_{x1}x)\mathrm{e}^{-\gamma_1 z}\\
&E_z = 0\\
&H_x = A\gamma_1^2 \sin(k_{x1}x)\mathrm{e}^{-\gamma_1 z}\\
&H_y = 0\\
&H_z = -A\gamma_1 k_{x1}\cos(k_{x1}x)\mathrm{e}^{-\gamma_1 z}
\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

区域Ⅱ（$d \leqslant x \leqslant a$）：

$$\left.\begin{aligned}
&E_x = 0\\
&E_y = j\omega\mu_0 B\gamma_2 \sin[k_{x2}(a-x)]\mathrm{e}^{-\gamma_2 z}\\
&E_z = 0\\
&H_x = B\gamma_2^2 \sin[k_{x2}(a-x)]\mathrm{e}^{-\gamma_2 z}\\
&H_y = 0\\
&H_z = -B\gamma_2 k_{x2}\cos[k_{x2}(a-x)]\mathrm{e}^{-\gamma_2 z}
\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

式中，A、B 分别为常数，决定于激励条件；k_{x1}、k_{x2}分别为区域Ⅰ、区域Ⅱ中 x 方向的传播常数。

① 若波导管中存在这种 TE_{10} 模,传播常数 γ_1、γ_2 的关系如何?

② 求证:$k_{x1}\tan(k_{x2}l)=-k_{x2}\tan(k_{x1}d)$;

③ 求证:$k_{x2}^2=k_{x1}^2+(\varepsilon_r-1)k^2$,其中 $k=\omega/c$,c 为真空中的光速;

④ 列出求 TE_{10} 模的传播常数的方程组。

3-12　试详细导出空气圆波导中 TE_{11} 模的平均传输功率的表达式,并给出其功率容量的表达式。

3-13　已知半径为 1 cm 的空气圆波导中传播频率 $f=15\,\text{GHz}$ 的最低次模式,平均传输功率为 100 W,求该模式的磁场强度的激励模值 $|H_0|$。

3-14　在充有 $\varepsilon_r=2.25$ 介质的 5 m 长的同轴线中,传播 20 MHz 的电磁波,当终端短路时,测得输入阻抗为 4.61 Ω;当终端开路时,测得输入阻抗为 1 390 Ω。试计算此同轴线的特性阻抗、衰减常数和电磁波的传播速度。

3-15　如图 3.45 所示,同轴线Ⅰ、Ⅲ两段以空气为填充介质,特性阻抗为 100 Ω,Ⅱ段填充 $\varepsilon_r=4$ 的介质,终端负载阻抗 $Z_l=(200+j50)\Omega$,且 $l_1=l_2=1.5\,\text{cm}$,工作波长为 10 cm。求各段中的驻波系数及端面 AA' 处的输入阻抗。

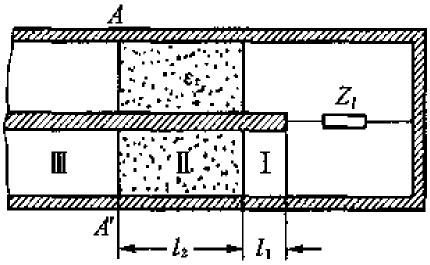


图 3.45　题 3-15 附图

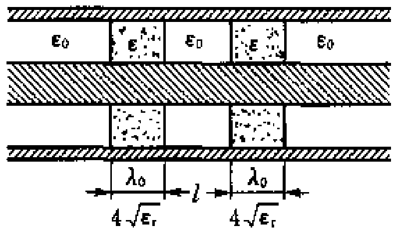


图 3.46　题 3-16 附图

3-16　如图 3.46 所示为一同轴线双介质阻抗变换器,它的结构是在同轴线内外导体间充填长为 $\lambda_0/(4\sqrt{\varepsilon_r})$ 的两块介质。若同轴线原是匹配的,试证明两块介质间的距离由零变到 $\lambda_0/4$ 时输入端驻波系数从 1 变到 ε_r^2。

3-17　试分别导出同轴线中 TM_{mn} 模和 TE_{mn} 模的场量表达式。

3-18　一根以聚四氟乙烯 ($\varepsilon_r=2.1$) 为填充介质的带状线,已知 $b=5\,\text{mm}$,$t=0.25\,\text{mm}$,$W=2\,\text{mm}$。求此带状线的特性阻抗以及不出现高次模式的最高工作频率。

3-19　如图 3.47 所示两根宽导带的带状线,其 b、t 相同。

问:①若 $W_1=W_2$,$\varepsilon_{r1}>\varepsilon_{r2}$,$Z_{c1}$ 和 Z_{c2} 哪一个大?

② 若 $W_1<W_2$,$\varepsilon_{r1}=\varepsilon_{r2}$,$Z_{c1}$ 和 Z_{c2} 哪一个大?

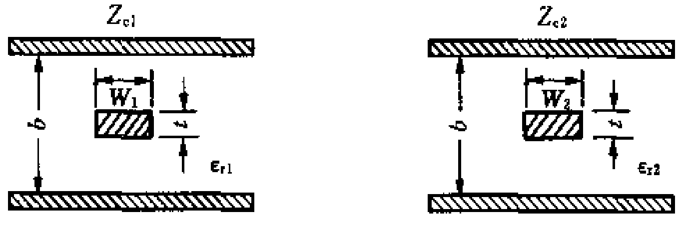


图 3.47　题 3-19 附图

3-20　欲在 $\varepsilon_r=9$ 的介质基片上制作一特性阻抗为 50 Ω 的微带线,试确定 W/h 的值。

3-21　要求微带线的特性阻抗为 75 Ω,介质基片的相对介电常数为 9,基片厚度为

0.88 mm。求微带线的导带宽度 W 及传输准 TEM 模的最短工作波长。

3-22 已知微带线的特性阻抗为 50 Ω，介质的相对介电常数是 9.6，基片厚度为 0.8 mm，导体材料是金，电磁波的频率为 10 GHz。求微带线的导体衰减 α_c 和介质衰减 α_d。

3-23 试采用 MATLAB 编程，计算微带线的特性阻抗 Z_c 以 t/h(= 0.02、0.04、0.08、0.10) 及 ϵ_r(= 2.56、3.78、9.6) 为参量随 W/h(0~3)的变化曲线。

3-24 已知微带线的特性阻抗 $Z_c = 50\,\Omega$，介质基片为相对介电常数 $\epsilon_r = 9.6$ 的氧化铝陶瓷，并设损耗角正切 $\tan\delta = 0.5\times10^{-3}$，工作频率 $f = 9.8$ GHz，求介质的衰减常数 α_d。

3-25 已知一微带线基片的相对介电常数 $\epsilon_r = 3.78$，厚度 $h = 0.635$ mm，特性阻抗 $Z_c = 50\,\Omega$，工作频率 $f = 10$ GHz。求该微带线的波导波长。

3-26 已知一微带线基片的相对介电常数 $\epsilon_r = 9.6$，厚度 $h = 1$ mm，导带宽度 $W = 1$ mm。求该微带线的准 TEM 模的最高工作频率。

3-27 试根据对称耦合微带线长度微元 dz 的等效电路，应用基尔霍夫电压与电流定律导出瞬时电压与电流满足的关系，继而证明式(4.61)。

3-28 证明：在空气耦合微带线情况下，耦合系数与奇、偶模特性阻抗间的关系为

$$k_L = k_C = \frac{Z_{ce}(1) - Z_{co}(1)}{Z_{ce}(1) + Z_{co}(1)}$$

3-29 试从物理概念出发，说明空气耦合微带线的 $Z_{co}(1)$和 $Z_{ce}(1)$随 W/h 和 S/h 的变化关系同图 3.33 所示的 Z_{ce}、Z_{co}随 W/h 和 S/h 的变化关系相似。

3-30 一耦合微带线的 $Z_{ce} = 70\,\Omega$，$Z_{co} = 35.7\,\Omega$，介质基片的 $\epsilon_r = 9$，基片厚度 $h = 1$ mm。求微带的导带宽度 W 和耦合间距 S。

3-31 试比较圆形介质波导中的模式与圆形金属波导中的模式的异同。

3-32 试证明式(3.135)。

3-33 证明圆形介质波导中 TM_{0n}和 TE_{0n}模式的截止频率可表示为

$$f_c = \frac{v_{0n}c}{2\pi R\sqrt{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}}}$$

3-34 证明圆形介质波导中 EH_{1n}和 HE_{1n}模式的截止频率可统一表示为

$$f_c = \frac{v_{1n'}c}{2\pi R\sqrt{\epsilon_{r1} - \epsilon_{r2}}}$$

其中，$v_{1n'}$是 $J_1(v) = 0$ 的第 n' 个根，对 EH_{1n}模，$n' = n$ ($n = 1, 2, \cdots$)；对 HE_{1n}模，$n' = n - 1$（注意：对 $n' = 0$，对应 HE_{11}模）。

3-35 证明：圆形介质波导在 $m \neq 0$ 情况下，TM_{mn}与 TE_{mn}模式必同时存在。

3-36 试简述各种半开放式介质波导的特点。

第 4 章 微波谐振腔

众所周知，一般的低频传输线不能满足在微波波段传输电磁能量的要求，因而发展出了像金属波导那样的一系列微波传输系统。与此类似，微波波段的谐振器也不能用集中参数的 LC 回路来实现，而是采用具有分布参数的谐振腔，但两者的基本功能——储能和选频特性却是相同的。尽管近年来随着微波集成技术和微波单片集成技术的迅猛发展，已能制作工作于 20 GHz 以下频段的集中参数元件和谐振回路，但应用中仍受到一定限制，因此微波谐振腔仍得到广泛应用。微波谐振腔是微波振荡源、放大器、滤波器等的重要组成部分，还可用作波长计、回波箱等，所以微波谐振腔像微波传输系统一样重要。

微波谐振腔的种类很多，按其结构型式分为两大类：(1)传输型谐振腔，如矩形谐振腔、圆柱形谐振腔、同轴形谐振腔、微带谐振腔以及介质谐振腔等，如图 4.1(a)所示；(2)非传输型谐振腔，如电容加载同轴谐振腔、环形谐振腔和球形谐振腔等，如图 4.1(b)所示。

本章主要讨论常用谐振腔的基本特性和分析方法，同时对谐振腔的微扰、微带谐振腔和谐振腔的激励与耦合作简单的介绍。

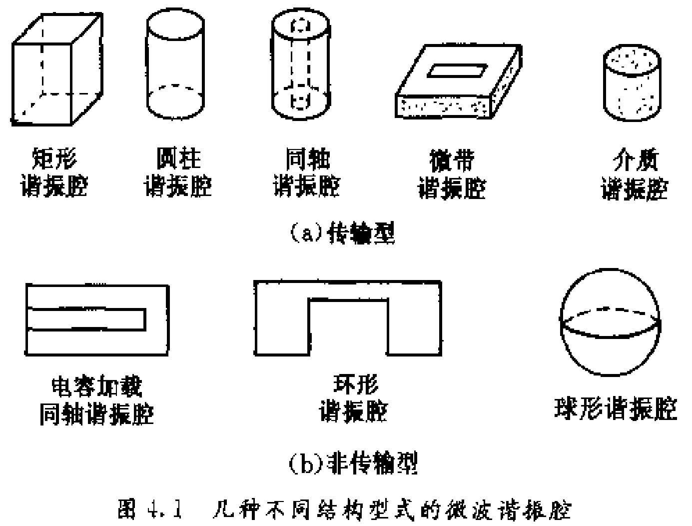


图 4.1 几种不同结构型式的微波谐振腔

4.1 谐振腔的基本特性及其参量

4.1.1 谐振腔的基本特性

微波波段的谐振器之所以采用具有分布参数的谐振腔，而不用集中参数的 LC 谐振回路，其原因主要在于：(1)随着频率的升高，分布参数的影响逐渐显著，到了微波波段，由于 LC 谐振回路的尺寸同电磁波的工作波长可相比拟，辐射损耗很大；(2)由趋肤效应引起的

导体损耗和由介质极化引起的介质损耗大大增加，使得 LC 谐振回路的品质因数降低到难以容许的程度；(3)LC 谐振回路的电感和电容的尺寸都相当小，使加工十分困难且机械强度和电强度均不能达到要求；(4)由于电感和电容很小，为避免击穿不得不降低工作电压，从而降低谐振回路的振荡功率等。为了克服 LC 谐振回路由于频率升高而产生的种种缺陷，人们把 LC 谐振回路逐渐发展到用于微波波段的空腔谐振器(即金属谐振腔)，如图 4.2 所示。由图不难发现 LC 谐振回路的演变过程：为提高频率必须减小电感和电容，减少电容可增大电容器极板间的间距(面积一定)；要减小电感则须减少线圈的匝数，直到减少为一根导线；为进一步提高频率，则可在两极板周围并联多根直导线，直到把电容器的极板封闭起来。这样，不仅电感量大大减小，而且由于频率升高而引起的 LC 谐振回路的辐射损耗、导体损耗等也都相应地被消除或减小。因此，这种封闭的金属空腔具有结构坚固、加工方便和品质因数高等优点。

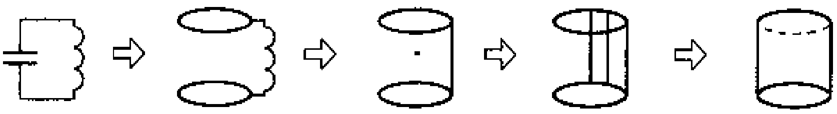


图 4.2 LC 谐振回路到微波谐振腔的演变过程

微波谐振腔中的电磁振荡可用空腔中电磁驻波的现象来描述。在各种微波传输系统中，其电磁场沿横截面呈驻波分布，当沿纵向的一端被短路时，则传输的导波形成纯驻波分布，在距离短路端为某频率的 $\lambda_g/2$ 整数倍处，出现横向电场的波节点，若此处再被短路，则对原来的驻波并不产生影响，这样就构成了谐振腔。这种谐振腔中的电磁振荡过程同 LC 谐振回路的情况相同，当外加信号的频率和谐振腔的谐振频率相同时，谐振腔就产生持续的振荡。不失一般性，我们以如图 4.3 所示的矩形谐振腔的形成为例进行讨论。设频率为 f_1 的电磁波在无限长的矩形波导中沿正 z 方向传播。在 $z=0$ 处的横截面上放一块理想导体板使波导短路，则在 $z=-n\lambda_{g1}/2$ $(n=1, 2, \cdots)$ 处为横向电场的波节点，此时在 $z=-n\lambda_{g1}/2=-l$ 处放一块无限薄的理想导体板，则并不破坏驻波分布，这样就构成了一个振荡频率为 f_1 的矩形谐振腔。若将 $z=-l$ 处的导体板取去，并逐渐升高导波的频率，则矩形波导中横向电场驻波的波节点的位置逐渐向正 z 方向移动，当频率升至 f_2 时，在原来波节点 $z=-l$ 处又出现横向电场驻波节点，此时在该处再放上一块无限薄的理想导体板，则又构成同原来形状尺寸完全相同的矩形谐振腔，但此时矩形谐振腔的谐振频率不是 f_1 而是 f_2。由此可见，谐振腔存在着一系列谐振频率 f_1、f_2…这种现象称为谐振腔的多谐性。

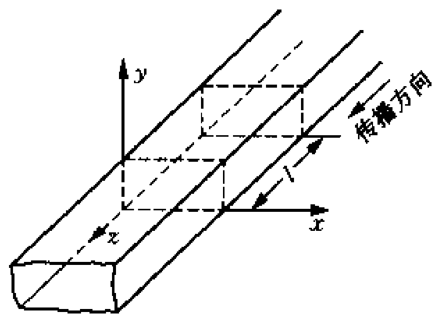


图 4.3 微波谐振腔的形成

4.1.2 谐振腔的基本参量

集中参数谐振回路的基本参量是电感 L、电容 C 和电阻 R，这三个参量不仅容易测量，而且完全能够反映出谐振回路的特性，由此可导出谐振频率、品质因数以及谐振阻抗或导纳。然而，在微波谐振腔中，由于是分布参数电路，因此集中参数 L、C 和 R 已失去它们的具体意义。所以，通常将谐振波长 λ_0(谐振频率 f_0)、品质因数 Q_0 和等效电导 G_0 作为微波

谐振腔的三个基本参量。

1）谐振频率（或谐振波长）

确定谐振腔的谐振频率（谐振波长）是属于求解电磁场边值问题的特征值的问题。在分析谐振腔时，可暂不考虑腔中场的激励和耦合，而将其看成一个封闭的腔体。在此腔体内的电磁场 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 应满足齐次矢量亥姆霍兹方程，即

$$\left.\begin{aligned}\nabla^2\boldsymbol{E}+k^2\boldsymbol{E}=0\\ \nabla^2\boldsymbol{H}+k^2\boldsymbol{H}=0\end{aligned}\right\}\tag{4.1}$$

若将谐振腔的内壁视为理想导体，则腔中电磁场在其内壁上应满足以下的边界条件：

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{E}=0\\ \boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{H}=0\end{aligned}\right\}\tag{4.2}$$

式中，$\boldsymbol{a}_n$ 是腔体内壁表面法线方向的单位矢量。

求解由(4.1)和(4.2)两式所构成的边值问题，可得到一系列确定的 k 值：k_1、k_2…称为谐振腔的特征值。这些 k 值组成一个“离散”的频谱，用 k_n 表示 $(n=1, 2, \cdots)$。求出 k_n 值后，谐振腔的谐振角频率 ω_0 和谐振频率 f_0 可由以下两式求得：

$$\omega_0=\frac{k_n}{\sqrt{\mu\varepsilon}}\tag{4.3a}$$

$$f_0=\frac{k_n v}{2\pi}\tag{4.3b}$$

式中，μ、ε 分别为腔内填充媒质的导磁率和介电常数；v 是电磁波在与腔中媒质相同的媒质中的传播速度。一般说来，k_n 不同，对应的振荡模式就不同，即对应不同的场结构。

对于金属波导型谐振腔，可不必直接求解上述边值问题来确定 k_n，而是利用有关规则金属波导的已有公式，即利用以下表达式：

$$k^2=\beta^2+k_c^2\tag{4.4a}$$

或

$$\omega^2\mu\varepsilon=\left(\frac{2\pi}{\lambda_g}\right)^2+\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2\tag{4.4b}$$

因为考虑的是金属波导型谐振腔，因此腔中的波不仅在横向上呈驻波分布，而且在纵向（z 向）也呈驻波分布。所以，为了满足金属波导两端短路的边界条件，腔长 l 和波导波长 λ_g 之间应满足

$$l=p\frac{\lambda_g}{2}\quad 或\quad \lambda_g=\frac{2l}{p}\tag{4.5}$$

式中，对 TE 模，$p=1, 2, 3\cdots$；对 TM 模，$p=0, 1, 2\cdots$ 若将 l 与 λ_g 的关系式代入式(4.4b)，即可求出金属波导型谐振腔谐振时的角频率 ω_0 和谐振频率 f_0，即

$$\omega_0=v\left[\left(\frac{p\pi}{l}\right)^2+\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2\right]^{1/2}\tag{4.6a}$$

$$f_0=\frac{v}{2\pi}\left[\left(\frac{p\pi}{l}\right)^2+\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2\right]^{1/2}\tag{4.6b}$$

若用谐振波长 λ_0 表示，则为

$$\lambda_0 = \frac{2\pi v}{\omega_0} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{2}{\lambda_c}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}} \tag{4.7}$$

由此可见，谐振波长与空腔的形状、尺寸以及工作模式有关。因此在谐振腔尺寸一定的情况下，与振荡模式相对应的谐振波长有无穷多个。

2）品质因数

用来衡量谐振腔频率选择性的重要参数是品质因数 Q_0，其定义式为

$$Q_0 = \frac{2\pi(\text{谐振腔的储能})}{(\text{一周期内谐振腔的耗能})} = 2\pi\frac{W}{W_T} = 2\pi\frac{W}{P_l T} = \omega_0\frac{W}{P_l} \tag{4.8}$$

式中，W 为谐振腔的（平均）储能；W_T 为一周期内谐振腔的（平均）损耗能量；P_l 为谐振腔的（平均）损耗功率；Q_0 称为谐振腔的无载品质因数（或固有品质因数），一般简称为品质因数。

对金属波导型谐振腔而言，腔体总的储能可以用电场或磁场储能的最大值来表示，即

$$W = W_e + W_m = \frac{1}{2}\int_V \mu\,|\boldsymbol{H}|^2 \mathrm{d}V = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon\,|\boldsymbol{E}|^2 \mathrm{d}V \tag{4.9}$$

一般说来，谐振腔的损耗应包括导体损耗、介质损耗和辐射损耗，但对金属波导型谐振腔，因腔体是封闭的，故辐射损耗不存在。与导体损耗相比，介质损耗也相对较小，因此金属波导型谐振腔的损耗主要是导体损耗。若假定介质无耗，则金属波导型谐振腔的损耗只是腔壁的导体损耗，此时可按计算金属波导的导体衰减公式计算腔体的损耗功率，即

$$P_l = \frac{1}{2}R_S\oint_S |\boldsymbol{J}_S|^2 \mathrm{d}S = \frac{1}{2}R_S\oint_S |\boldsymbol{H}_\tau|^2 \mathrm{d}S \tag{4.10}$$

式中，R_S 为腔体内壁表面的表面电阻；$\boldsymbol{H}_\tau$ 为内壁表面附近的切向磁场，而 $\boldsymbol{J}_S = \boldsymbol{a}_n \times \boldsymbol{H}_\tau$。

将(4.9)和(4.10)两式代入式(4.8)，得

$$Q_0 = \frac{\omega_0\mu}{R_S}\frac{\int_V |\boldsymbol{H}|^2 \mathrm{d}V}{\oint_S |\boldsymbol{H}_\tau|^2 \mathrm{d}S} = \frac{2}{\delta}\frac{\int_V |\boldsymbol{H}|^2 \mathrm{d}V}{\oint_S |\boldsymbol{H}_\tau|^2 \mathrm{d}S} \tag{4.11}$$

式中，$\delta = \sqrt{2/(\omega_0\mu\sigma)} = 1/\sqrt{\pi f_0\mu\sigma}$，是腔体内壁表面的趋肤深度；$R_S = \sqrt{\pi f_0\mu/\sigma} = 1/\sigma\delta$。式(4.11)是谐振腔的无载品质因数的一般计算公式，原则上只要知道腔体中的场分布，即可求得其无载品质因数。

为粗略地估计腔体的 Q_0 值，可近似认为 $|\boldsymbol{H}| = |\boldsymbol{H}_\tau|$，这样式(4.11)近似表示为

$$Q_0 \approx \frac{2}{\delta}\frac{V}{S} \tag{4.12}$$

此近似式表明，谐振腔的品质因数 Q_0 正比于腔体的体积 V，反比于腔体内壁的穿透深度 δ 和腔体内壁的表面积 S，即 V/S 越大，Q_0 值越高。因此，为获得高 Q_0 值的谐振腔，应选用体积大而表面积小的腔体。显然球形腔最为理想，但球形腔不易制造，往往则采用圆柱腔。此外，为获得较高的 Q_0 值，应采用高电导率的材料来制造谐振腔。一般情况下，谐振腔的线

尺寸与工作波长 λ_0 成正比，因此可以认为 $V \propto \lambda_0^3$ 和 $S \propto \lambda_0^2$，由式(4.12)，有

$$Q_0 \propto \frac{\lambda_0}{\delta} \tag{4.13}$$

在厘米波段，由于腔壁的趋肤深度 δ 仅为几微米，故 Q_0 值约为 $10^4 \sim 10^5$ 数量级。可见谐振腔的 Q_0 值远大于集中参数谐振器的 Q_0 值。

应指出，前面推导 Q_0 的计算公式时并未考虑谐振腔的介质损耗。实际上，介质总存在损耗。若谐振腔填充介质的电导率为 σ_d，介电常数为 ε_d，则由介质引起的损耗功率为

$$P_d = \frac{1}{2}\sigma_d \int_V |E|^2 dV \tag{4.14}$$

而腔体内的储能可用电场储能的最大值来表示，即

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon_d' \int_V |E|^2 dV \tag{4.15}$$

根据式(4.8)，可求得仅考虑介质损耗时谐振腔无载品质因数的表示式为

$$Q_d = \frac{\omega_0 \varepsilon_d'}{\sigma_d} = \frac{1}{\tan\delta} \tag{4.16}$$

式中，$\tan\delta$ 为介质的损耗角正切。

综上所述，若既考虑谐振腔的导体损耗又考虑介质损耗，则谐振腔的无载品质因数 Q_0 的表达式为

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W}{P_l} = \frac{\omega_0 W}{P_c + P_d} = \frac{1}{\frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d}} = \frac{Q_c}{1 + Q_c \tan\delta} \tag{4.17}$$

式中，Q_c、Q_d 分别为只考虑导体损耗和介质损耗时谐振腔的无载品质因数 Q_0。

3) 等效电导

等效电导 G_0 是表征谐振腔功率损耗特性的一个参量。为定义 G_0，可借助如图 4.4 所示的谐振腔的等效电路。设谐振腔本身损耗功率为 P_l，则

$$P_l = \frac{1}{2}G_0 U^2 \tag{4.18}$$

式中，U 为等效电路两端电压的振幅，也即腔内某参考面处的等效电压的幅值。于是

$$G_0 = \frac{2P_l}{U^2} \tag{4.19}$$

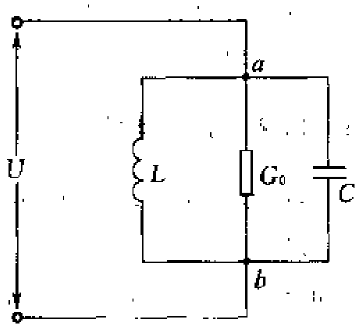


图 4.4 微波谐振腔的等效电路

在谐振腔中，P_l 可按式(4.10)计算，因此只要能确定 U，则 G_0 即可求出。但由于谐振腔内无论哪个参考面都不是似稳场，若按不同路径作电场积分求两点间的电压，则电压值必与所选的积分路径有关。换言之，谐振腔的电压具有多值性。不过，若一旦选定要计算参考面上两点间的积分路径，则可将沿此路径的电场的积分看作是谐振腔的等效电压。假设两个计

算点为 a、b，则有

$$U = \int_a^b \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} \tag{4.20}$$

将(4.10)和(4.20)两式代入式(4.19)，得

$$G_0 = \sqrt{\frac{\omega_0 \mu}{2\sigma}} \frac{\oint_S |\boldsymbol{H}_\tau|^2 dS}{(\int_a^b \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l})^2} = R_S \frac{\oint_S |\boldsymbol{H}_\tau|^2 dS}{(\int_a^b \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l})^2} \tag{4.21}$$

可见，只要知道谐振腔中的场分布，原则上就可通过上式计算等效电导 G_0。

值得指出，以上导出的三个基本参量 λ_0(或 f_0)、Q_0 和 G_0 的计算公式，都是对一定的振荡模式而言的，振荡模式不同所得的参量值也不同。同时，对形状不规则的腔体，这三个参量也难以利用上述公式计算。即使是形状简单的规则谐振腔，在计算 Q_0 和 G_0 时，由于影响它们的因素很多，计算误差仍相当大。因此，在工程上，通常采用等效电路的概念，通过测量的方法确定 λ_0(或 f_0)、Q_0 和 G_0。

4.2 矩形谐振腔

矩形谐振腔是由两端短路了的一段矩形波导所构成，如图 4.5 所示。导波一旦在矩形谐振腔中被激励，就将在两端面之间形成驻波，调节两端面间的距离使之满足某频率的 $\lambda_g/2$ 整数倍条件，即可产生驻波振荡。求解矩形谐振腔中的场结构，原则上可在给定边界条件下，求解电磁场量的亥姆霍兹方程而得到。但对矩形谐振腔，则可借助于矩形波导的分析结果，采用驻波分析法求解谐振腔内的场结构，即将谐振腔内的电磁场看成是矩形波导中的入射波和反射波在两短路面间来回反射叠加而成。下面采用驻波法分析矩形谐振腔。

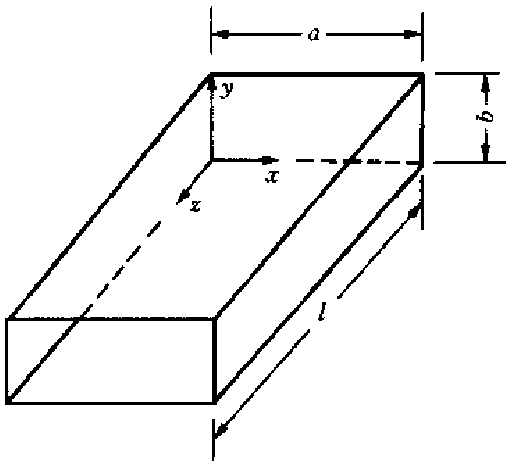


图 4.5 矩形谐振腔及其坐标系

4.2.1 振荡模式及其场分布

与矩形波导相似，矩形谐振腔中存在两类振荡模式，即 TE 和 TM 振荡模式。

1) TE 振荡模式

选取矩形谐振腔的尺寸和坐标如图 4.5 所示。由矩形波导的分析已知，矩形波导中沿正、负 z 方向传播的 TE 模的纵向磁场分量 H_z 为

$$H_z^{\mp} = H_0^{\mp} \cos \frac{m\pi}{a}x \cos \frac{n\pi}{b}y e^{\mp j\beta z}$$

式中，“±”分别代表正、负 z 方向。于是，矩形谐振腔中合成电磁场的纵向磁场分量应为

$$H_z = H_z^+ + H_z^- = H_0^+ \cos \frac{m\pi}{a}x \cos \frac{n\pi}{b}y e^{-j\beta z} + H_0^- \cos \frac{m\pi}{a}x \cos \frac{n\pi}{b}y e^{j\beta z} \tag{4.22}$$

在两块短路板的位置处，电磁场量应满足以下边界条件：

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{a}_n \times \boldsymbol{E}_t \big|_{z=0,\,l} &= 0 \\ \boldsymbol{a}_n \cdot \boldsymbol{H} \big|_{z=0,\,l} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{或} \quad \left.\begin{aligned} E_t \big|_{z=0,\,l} &= 0 \\ H_z \big|_{z=0,\,l} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

将式(4.22)代入上式中的下式，得

$$H_0^- = -H_0^+ = -H_0$$

$$e^{-j\beta l} - e^{j\beta l} = -j2\sin\beta l = 0 \text{ 或 } \beta = \frac{p\pi}{l},\ p = 1,\ 2,\ \cdots$$

因而式(4.22)变为

$$H_z = -j2H_0\cos\frac{m\pi}{a}x\cos\frac{n\pi}{b}y\sin\frac{p\pi}{l}z \tag{4.23}$$

根据麦克斯韦两个旋度方程，TE 振荡模式的四个横向场分量可用 H_z 表示为

$$\left.\begin{aligned} H_x &= \frac{1}{k_c^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial x\partial z} & E_x &= -\frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial y} \\ H_y &= \frac{1}{k_c^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial y\partial z} & E_y &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial x} \end{aligned}\right\} \tag{4.24}$$

式中，$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = (m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2$。于是，可求得矩形谐振腔中 TE 振荡模式的场分量表达式为

$$\left.\begin{aligned} E_x &= \frac{2\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)H_0\cos\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y\sin\frac{p\pi}{l}z \\ E_y &= -\frac{2\omega\mu}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)H_0\sin\frac{m\pi}{a}x\cos\frac{n\pi}{b}y\sin\frac{p\pi}{l}z \\ E_z &= 0 \\ H_x &= j\frac{2}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)\left(\frac{p\pi}{l}\right)H_0\sin\frac{m\pi}{a}x\cos\frac{n\pi}{b}y\cos\frac{p\pi}{l}z \\ H_y &= j\frac{2}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)\left(\frac{p\pi}{l}\right)H_0\cos\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y\cos\frac{p\pi}{l}z \\ H_z &= -j2H_0\cos\frac{m\pi}{a}x\cos\frac{n\pi}{b}y\sin\frac{p\pi}{l}z \end{aligned}\right\} \tag{4.25}$$

此式对应的振荡模式为 TE_{mnp}。显然，矩形谐振腔中 TE 振荡模式有无穷多个。

2) TM 振荡模式

将矩形波导中沿正、负 z 方向传播的 TM 模式的纵向电场分量进行叠加，可得

$$E_z = E_z^+ + E_z^- = (E_0^+ e^{-j\beta z} + E_0^- e^{j\beta z})\sin\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y \tag{4.26}$$

由边界条件可知，在矩形谐振腔的短路端面上 $E_z \neq 0$，而 $E_x = 0$ 和 $E_y = 0$。因此必须利用纵向场分量与横向场分量间的关系式求出 E_x(或 E_y)分量的表达式，再由边界条件确定 E_z^+ 和 E_z^- 间的关系以及相移常数 β。为此，将式(4.26)代入本书上册式(5.29a)，得

$$E_x = \frac{-j\beta}{k_c^2}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) = \frac{-j\beta}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)(E_0^- e^{-j\beta z} - E_0^+ e^{j\beta z})\cos\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y \tag{4.27}$$

将上式代入边界条件：$E_t|_{z=0,l}=0$，有

$$E_0^- = E_0^+ = E_0$$

$$\beta = \frac{p\pi}{l},\ p = 0,\ 1,\ 2,\ \cdots$$

于是

$$E_z = 2E_0\sin\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y\cos\frac{p\pi}{l}z \tag{4.28}$$

利用推导式(4.25)的同样方法，可得 TM_{mnp} 振荡模式的各个场分量表达式为

$$\left.\begin{aligned}
E_x &= -\frac{2}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)\left(\frac{p\pi}{l}\right)E_0\cos\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y\sin\frac{p\pi}{l}z\\
E_y &= -\frac{2}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)\left(\frac{p\pi}{l}\right)E_0\sin\frac{m\pi}{a}x\cos\frac{n\pi}{b}y\sin\frac{p\pi}{l}z\\
E_z &= 2E_0\sin\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y\cos\frac{p\pi}{l}z\\
H_x &= j\frac{2\omega\varepsilon}{k_c^2}\left(\frac{n\pi}{b}\right)E_0\sin\frac{m\pi}{a}x\cos\frac{n\pi}{b}y\cos\frac{p\pi}{l}z\\
H_y &= -j\frac{2\omega\varepsilon}{k_c^2}\left(\frac{m\pi}{a}\right)E_0\cos\frac{m\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y\cos\frac{p\pi}{l}z\\
H_z &= 0
\end{aligned}\right\} \tag{4.29}$$

(4.25)和(4.29)两式中的下标 m、n 和 p 分别表示 TE_{mnp} 和 TM_{mnp} 模的场沿 x、y 和 z 方向变化的半波数，对应不同的 m、n 和 p 便决定谐振腔中不同的振荡模式。从两类振荡模式的场分量表达式可见，当 $p=0$ 时，谐振腔中 TE_{mnp} 模的各个场分量均为零，故 TE_{mn0} 模式不存在；TM_{mnp} 模的场分量不全为零，TM_{mn0} 模存在。这一点可从物理概念加以解释：当 $p=0$ 时，$\lambda_0=\lambda_c$，而 $\lambda_g\to\infty$，这表明谐振腔中沿 z 轴方向的场无变化。由于谐振腔在 $z=0$ 和 $z=l$ 处有两个导体端面存在，对 TE_{mnp} 模而言，无纵向电场分量存在。此外，要满足两导体端面处的边界条件，两横向电场分量 E_x 和 E_y 也必为零，故 TE_{mn0} 模不存在。但对 TM_{mnp} 模而言，尽管电场的两个横向分量为零，但不随 z 轴变化的纵向电场分量却可存在，故 TM_{mn0} 模可以存在。从(4.25)和(4.29)两式还可发现，E_x 与 H_y 以及 E_y 与 H_x 在空间与时间上均存在 90°的相位差，由坡印亭矢量可知，在谐振腔中沿 z 方向也只发生电磁能量交换，无能量传输。由此也证实了谐振腔中的场只可能存在驻波分布而不可能存在行波的结论。

4.2.2 谐振波长

矩形谐振腔的谐振波长可由式(4.7)得到，即

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\lambda_c}\right)^2+\left(\frac{1}{\lambda_g}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2+\left(\frac{p}{l}\right)^2}} \tag{4.30}$$

对应的谐振频率为

$$f_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2} \tag{4.31}$$

可见,矩形谐振腔的谐振波长与腔体的尺寸以及振荡模式有关,不同的 m、n 和 p 就对应不同的谐振波长。对于 m、n 和 p 相同的 TE_{mnp} 和 TM_{mnp} 振荡模式,虽振荡模式不同,但其谐振波长相同,这种现象称为(振荡)模式的简并,对应的振荡模式为简并模式。在实际应用中,一般要设法消除谐振腔中的简并模式。

4.2.3 品质因数

将矩形谐振腔中相应模式的场分量表达式代入式(4.11),即可导出其 Q_0 的计算公式,不过推导过程较繁,这里只提供 Q_0 的一般表达式,略去推导过程。

对 TE_{mnp} 振荡模式,当 $m \neq 0$, $n \neq 0$ 时,有

$$Q_0 = \frac{abl\lambda_0}{4\delta} \frac{\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}+\frac{p^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{al\left[\frac{m^2}{a^2}\frac{p^2}{l^2}+\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2\right]+bl\left[\frac{n^2}{b^2}\frac{p^2}{l^2}+\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)^2\right]+ab\frac{p^2}{l^2}\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)} \tag{4.32}$$

对 TM_{mnp} 模,当 $p \neq 0$ 时,有

$$Q_0 = \frac{abl\lambda_0}{4\delta} \frac{\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}+\frac{p^2}{l^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\frac{m^2}{a^2}b(a+l)+\frac{n^2}{b^2}a(b+l)} \tag{4.33}$$

4.2.4 矩形谐振腔中的 TE_{101} 模

1) 场分量表达式和场结构

由于矩形波导中的主模是 TE_{10} 模,因此当满足 $b < \min(a, l)$ 时,矩形谐振腔中的 TE_{101} 模也是最低次振荡模式,即主模。这种振荡模式的谐振波长最长,一般矩形谐振腔的工作模式都是 TE_{101} 模。

将 $m=1$、$n=0$ 及 $p=1$ 代入式(4.25),即可得到 TE_{101} 模的场分量表达式,即

$$\left.\begin{aligned} E_y &= -2\frac{\eta}{l}\sqrt{a^2+l^2}H_0\sin\frac{\pi}{a}x\sin\frac{\pi}{l}z \\ H_x &= j2\left(\frac{a}{l}\right)H_0\sin\frac{\pi}{a}x\cos\frac{\pi}{l}z \\ H_z &= -2jH_0\cos\frac{\pi}{a}x\sin\frac{\pi}{l}z \\ H_y &= E_x = E_z = 0 \end{aligned}\right\} \tag{4.34}$$

由此可见,各场分量沿 y 方向均无变化;电场只有 E_y 分量,它沿 x 和 z 方向均按正弦分布;磁场只有 H_x 和 H_z 两个分量,H_x 沿 x 方向按正弦分布,沿 z 方向则按余弦分布,而 H_z 沿

x 方向按余弦分布，沿 z 方向则按正弦分布。图 4.6 是 TE_{101} 模式的场结构图。

2）谐振波长

TE_{101} 模的谐振波长可由式(4.31)得到，即

$$\lambda_0 = \frac{2al}{\sqrt{a^2+l^2}} \tag{4.35}$$

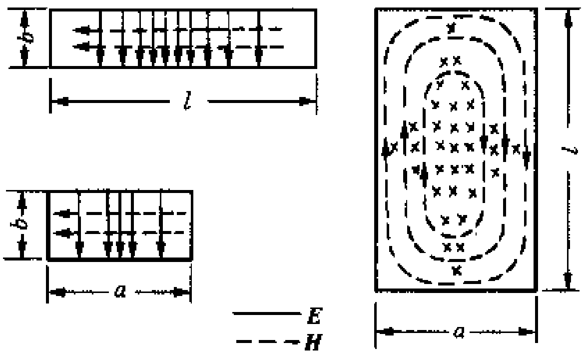


图 4.6 矩形谐振腔中 TE_{101} 模式的场结构图

当 $a=b=l$ 时，立方体谐振腔的谐振波长为

$$\lambda_0 = \sqrt{2}a \tag{4.36}$$

此时 TE_{101}、TE_{011} 和 TM_{110} 振荡模式具有相同的谐振波长，三者成为简并模式。因此，为消除简并模式，应选取腔体的尺寸满足 $b < \min(a, l)$。

3）品质因数

由 TE_{101} 模的磁场分量表达式，可导出式(4.11)的分子为

$$\begin{aligned}\int_V |\boldsymbol{H}|^2 \mathrm{d}V &= \int_0^l\int_0^b\int_0^a (|H_x|^2 + |H_z|^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \\ &= 4H_0^2\left(1+\frac{a^2}{l^2}\right)\frac{abl}{4} = H_0^2(a^2+l^2)\frac{ab}{l}\end{aligned} \tag{4.37}$$

由于在 $z=0$ 和 $z=l$ 处的端面上，$|\boldsymbol{H}_\tau|^2 = |H_x|^2 = 4H_0^2\frac{a^2}{l^2}\sin^2\frac{\pi}{a}x$；在 $x=0$ 和 $x=a$ 处的腔壁上，$|\boldsymbol{H}_\tau|^2 = |H_z|^2 = 4H_0^2\sin^2\frac{\pi}{l}x$；在 $y=0$ 和 $y=b$ 处的腔壁上，$|\boldsymbol{H}_\tau|^2 = |H_x|^2 + |H_z|^2 = 4H_0^2\left(\cos^2\frac{\pi}{a}x\sin^2\frac{\pi}{l}z + \frac{\pi^2}{l^2}\sin^2\frac{\pi}{a}x\cos^2\frac{\pi}{l}z\right)$。因此，式(4.11)的分母为

$$\begin{aligned}\oint_S |\boldsymbol{H}_\tau|^2\mathrm{d}S &= 2\int_0^b\int_0^a |H_x|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y + 2\int_0^l\int_0^b |H_z|^2\mathrm{d}y\mathrm{d}z + 2\int_0^l\int_0^a (|H_x|^2+|H_z|^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}z \\ &= \frac{2H_0^2}{l^2}[2b(a^3+l^3) + al(a^2+l^2)]\end{aligned} \tag{4.38}$$

将(4.37)和(4.38)两式代入式(4.11)，可得矩形谐振腔中 TE_{101} 模的无载品质因数 Q_0，即

$$Q_0 = \frac{1}{\delta}\frac{abl(a^2+l^2)}{[2b(a^3+l^3)+al(a^2+l^2)]} \tag{4.39}$$

对立方体谐振腔，因 $a=b=l$，故

$$Q_0 = \frac{1}{\delta}\frac{a}{3} \tag{4.40}$$

4）等效电导

对矩形谐振腔中的 TE_{101} 模而言，不妨选取空腔的顶壁和底壁的中心作为等效电压的两个计算点，且线积分路径与壁面垂直，则等效电压的平方为

$$U^2 = \left(\int_a^b \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}\right)^2 = \left(\int_0^b E_y\mathrm{d}y\right)^2 = \left[\int_0^b\left(\frac{2\omega_0\mu a}{\pi}H_0\sin\frac{\pi}{a}x\sin\frac{\pi}{l}z\right)\Big|_{x=\frac{a}{2},\,z=\frac{l}{2}}\mathrm{d}y\right]^2$$

$$= \frac{4b^2(a^2+l^2)}{l}\eta^2 H_0^2 \tag{4.41}$$

而腔壁的损耗功率为

$$P_l = \frac{1}{2}R_S\oint_l |\boldsymbol{H}_t|^2 \mathrm{d}l = \frac{R_S H_0^2}{l^2}[2b(a^3+l^3)+al(a^2+l^2)] \tag{4.42}$$

将式(4.41)和上式代入式(4.21)，可得

$$G_0 = \frac{1}{\sigma\delta\eta^2}\frac{(a^3+l^3)+\frac{al}{2b}(a^2+l^2)}{b(a^2+l^2)} = \frac{al}{2b\sigma\delta^2\eta^2 Q_0} \tag{4.43}$$

4.3　圆柱形谐振腔

圆柱形谐振腔和矩形谐振腔一样，可以看成是一段圆波导的两端用理想导体板短路而构成，如图4.7所示。圆柱形谐振腔结构简单，制造方便，Q_0值高，在微波技术中应用广泛。与矩形谐振腔的分析方法相同，下面也采用驻波法分析圆柱形谐振腔。

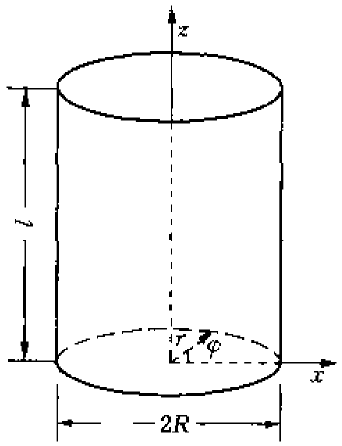


图4.7　圆柱形谐振腔及其坐标系

4.3.1　振荡模式及其场分布

圆柱形谐振腔中也存在两类振荡模式，即TE和TM振荡模式。

1) TE振荡模式

根据圆波导中TE_{mn}模的场分量表达式(3.11)和(3.14)，可写出圆柱形谐振腔中沿正z方向传输的正向波和沿负z方向传输的反向波合成的驻波场量表达式为

$$\left.\begin{aligned}
H_z &= \mathrm{J}_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}(H_0^+ \mathrm{e}^{-j\beta z} + H_0^- \mathrm{e}^{j\beta z})\\
H_r &= -\frac{j\beta}{k_c}\mathrm{J}'_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}(H_0^+ \mathrm{e}^{-j\beta z} - H_0^- \mathrm{e}^{j\beta z})\\
H_\varphi &= -\frac{j\beta m}{k_c^2 r}\mathrm{J}_m(k_c r)\begin{Bmatrix}-\sin m\varphi\\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}(H_0^+ \mathrm{e}^{-j\beta z} - H_0^- \mathrm{e}^{j\beta z})\\
E_r &= -\frac{j\omega\mu m}{k_c^2 r}\mathrm{J}_m(k_c r)\begin{Bmatrix}-\sin m\varphi\\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}(H_0^+ \mathrm{e}^{-j\beta z} + H_0^- \mathrm{e}^{j\beta z})\\
E_\varphi &= \frac{j\omega\mu}{k_c}\mathrm{J}'_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi\\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}(H_0^+ \mathrm{e}^{-j\beta z} + H_0^- \mathrm{e}^{j\beta z})\\
E_z &= 0
\end{aligned}\right\} \tag{4.44}$$

式中，H_0^-前面的负号是考虑腔体两端面处的边界条件引入的。

由腔体在$z=0$、$z=l$两端面处的边界条件：$E_r|_{z=0,l} = E_\varphi|_{z=0,l} = H_z|_{z=0,l} = 0$，可知

必有

$$\left.\begin{aligned} &H_0^- = -H_0^+ = -H_0 \\ &\beta = \frac{p\pi}{l},\ p = 1,\ 2,\ \cdots \end{aligned}\right\} \tag{4.45}$$

将上式代入式(4.44),即得圆柱形谐振腔中 TE_{mnp} 振荡模式的场分量表达式为

$$\left.\begin{aligned} &H_z = -2jH_0 J_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\sin\frac{p\pi}{l}z \\ &H_r = -j\frac{2}{k_c}\left(\frac{p\pi}{l}\right)H_0 J_m'(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\cos\frac{p\pi}{l}z \\ &H_\varphi = -j\frac{2m}{k_c^2 r}\left(\frac{p\pi}{l}\right)H_0 J_m(k_c r)\begin{Bmatrix}-\sin m\varphi \\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}\cos\frac{p\pi}{l}z \\ &E_r = -\frac{2\omega\mu m}{k_c^2 r}H_0 J_m(k_c r)\begin{Bmatrix}-\sin m\varphi \\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}\sin\frac{p\pi}{l}z \\ &E_\varphi = \frac{2\omega\mu}{k_c}H_0 J_m'(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\sin\frac{p\pi}{l}z \\ &E_z = 0 \end{aligned}\right\} \tag{4.46}$$

式中，$k_c = \mu_{mn}/R$，μ_{mn} 是第一类 m 阶贝塞尔函数的导数的第 n 个根。

2) TM 振荡模式

通过类似的分析,可导出圆柱形谐振腔内 TM_{mnp} 振荡模式的场分量表达式为

$$\left.\begin{aligned} &E_r = -\frac{2}{k_c}\left(\frac{p\pi}{l}\right)E_0 J_m'(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\sin\frac{p\pi}{l}z \\ &E_\varphi = -\frac{2m}{k_c^2 r}\left(\frac{p\pi}{l}\right)E_0 J_m(k_c r)\begin{Bmatrix}-\sin m\varphi \\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}\sin\frac{p\pi}{l}z \\ &E_z = 2E_0 J_m(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\cos\frac{p\pi}{l}z \\ &H_r = j\frac{2m\omega\varepsilon}{k_c^2 r}E_0 J_m(k_c r)\begin{Bmatrix}-\sin m\varphi \\ \cos m\varphi\end{Bmatrix}\cos\frac{p\pi}{l}z \\ &H_\varphi = -j\frac{2\omega\varepsilon}{k_c}E_0 J_m'(k_c r)\begin{Bmatrix}\cos m\varphi \\ \sin m\varphi\end{Bmatrix}\cos\frac{p\pi}{l}z \\ &H_z = 0 \end{aligned}\right\} \tag{4.47}$$

式中，$k_c = v_{mn}/R$，v_{mn} 是第一类 m 阶贝塞尔函数的第 n 个根。

由(4.46)和(4.47)两式可见,对应不同的 m、n 和 p 的值,就对应不同的振荡模式。TM_{mnp} 和 TE_{mnp} 的下标 m 代表腔体内电磁场分量在半圆周上出现极大值的个数;n 代表场量在径向上出现极大值的个数;p 代表场量在腔体长度上出现极大值的个数。在圆柱形谐振腔中 TE_{mn0} 模不存在,但 TM_{mn0} 模存在。

4.3.2 谐振波长和品质因数

1) 谐振波长

将圆波导中TM模和TE模的截止波长表达式(3.16)及(3.17)两式分别代入式(4.7),即可得到圆柱形谐振腔中TM_{mnp}和TE_{mnp}振荡模式的谐振波长分别为

$$(\lambda_0)_{TM_{mnp}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{v_{mn}}{\pi R}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}} \tag{4.48}$$

$$(\lambda_0)_{TE_{mnp}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{\mu_{mn}}{\pi R}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}} \tag{4.49}$$

它们对应的谐振频率分别为

$$(f_0)_{TM_{mnp}} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{v_{mn}}{\pi R}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2} \tag{4.50}$$

$$(f_0)_{TE_{mnp}} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{\mu_{mn}}{\pi R}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2} \tag{4.51}$$

2) 品质因数

圆柱形谐振腔的品质因数Q_0的推导方法同矩形谐振腔的一样,不过推导过程更为复杂,这里只给出最后的结果。

TE_{mnp}振荡模式:

$$Q_0 = \frac{\lambda_0(\mu_{mn}^2 - m^2)\left[\mu_{mn}^2 + \left(\frac{p\pi R}{l}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{2\pi\delta\left[\mu_{mn}^4 + 2p^2\pi^2\mu_{mn}^2\frac{R^3}{l^3} + \left(\frac{p\pi mR}{l}\right)^2\left(1 - \frac{2R}{l}\right)\right]} \tag{4.52}$$

TM_{mnp}振荡模式:

$$Q_0 = \frac{\lambda_0\left[v_{mn}^2 + \left(\frac{p\pi R}{l}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{2\pi\delta\left(1 + \frac{\delta_p R}{l}\right)} = \frac{R}{\delta}\left(1 + \frac{\delta_p R}{l}\right)^{-1} \tag{4.53}$$

式中,$\delta_p = \begin{cases}1,\ p = 0\\ 2,\ p \neq 0\end{cases}$。

从(4.52)和(4.53)两式可见,圆柱形谐振腔的品质因数Q_0与腔体的尺寸、振荡模式、腔壁的材料以及谐振波长有关,不便作普遍性的讨论。因此,在设计圆柱形谐振腔时还时常引入一个新的物理量——波形因数$P(=Q_0\delta/\lambda_0)$来表征圆柱形谐振腔的特性。显然,P只与腔体的尺寸和振荡模式有关,根据(4.52)和(4.53)两式很容易导出圆柱形谐振腔中两类振荡模式的波形因数。图4.8示出了铜制圆柱形谐振腔中若干振荡模式的P随$2R/l$的变化曲线。由图可见,当$2R/l=1$时,TE_{01p}模的P出现最大值,且模序数p越大,P也愈大,其Q_0值愈高,而其他模式一般无最大值出现。因此,TE_{01p}模常被用作为高Q_0值圆柱形谐振腔的工作模式。

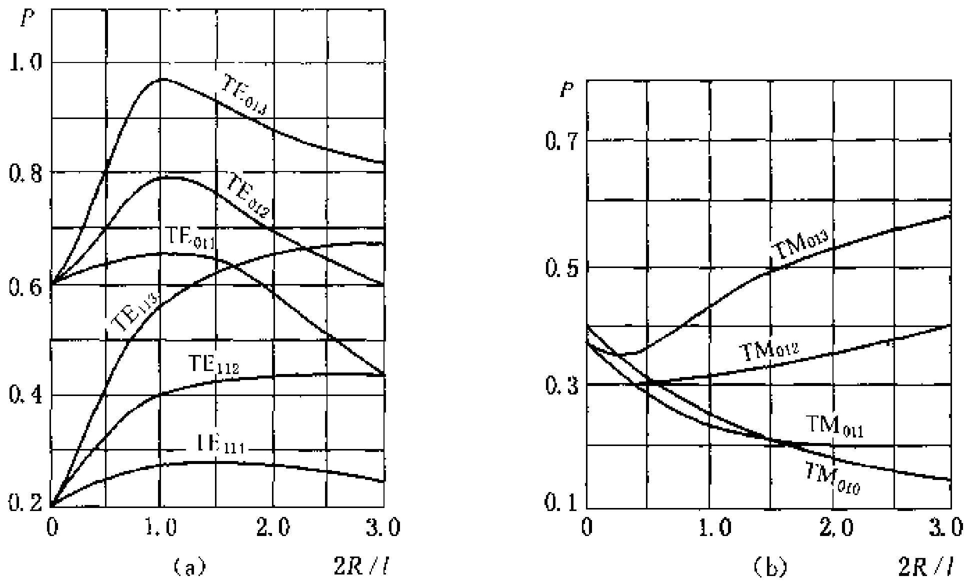
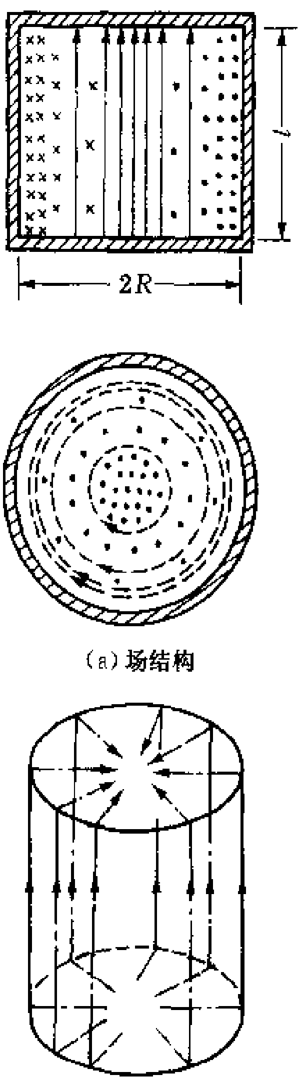


图 4.8 圆柱形谐振腔中若干振荡模式的 P 随 $2R/l$ 的变化曲线

4.3.3 圆柱形谐振腔中几种常用的振荡模式



(a) 场结构

(b) 面电流分布

图 4.9 圆柱形谐振腔中 TM_{010} 模式的场结构和面电流的分布图

在圆柱形谐振腔的振荡模式中，常用的是 TM_{010}、TE_{011} 及 TE_{111} 三种振荡模式。下面分别加以讨论。

1) TM_{010} 振荡模式

将 $m=0$、$n=1$、$p=0$ 代入 TM 振荡模式的场分量表达式(4.47)，可得 TM_{010} 振荡模式的场分量表达式为

$$
\left.\begin{aligned}
E_z &= 2E_0 J_0\left(\frac{v_{01}}{R}r\right)\\
H_\varphi &= j2\,\frac{k_0 R}{v_{01}\,\eta}E_0 J_1\left(\frac{v_{01}}{R}r\right)\\
E_r &= E_\varphi = H_r = H_z = 0
\end{aligned}\right\}
\tag{4.54}
$$

TM_{010} 模式的场结构如图 4.9(a)所示。由图和上式可见，腔中的电场只有 E_z 分量，磁场只有 H_φ 分量，它们沿 z 方向和 φ 方向均无变化，且在 $r=0$（轴心）处电场最强，磁场的最强处由第一类一阶贝塞尔函数的第一个极大值决定。在腔体的上、下底面上面电流沿径向，在其侧壁上则沿 z 方向，如图 4.9(b)所示。

TM_{010} 模式的谐振波长为

$$
(\lambda_0)_{TM_{010}} = \frac{2\pi R}{v_{01}} = 2.62R \tag{4.55}
$$

由上式可知，圆柱形谐振腔中 TM_{010} 模的谐振波长与圆波导中 TM_{01} 模的截止波长相同，与腔长无关，因此这种模式可视为工作在 $\lambda_0=\lambda_c=2.62R$ 状态下的截止圆波导。当圆柱形谐振腔的形状为扁盒形时，即满足 $(\lambda_0)_{TE_{111}}-1.$

$\sqrt{(1/3.41R)^2+(1/2l)^2}<(\lambda_0)_{TM_{010}}=2.62R$ 或 $l<2.05R$ 时，TM_{010} 模具有比 TE_{111} 模更长的谐振波长，此时 TM_{010} 模是圆柱形谐振腔中的最低次振荡模式。因此，圆柱形谐振腔工作于 TM_{010} 模产生杂波的可能性较小，工作较为稳定。但因 TM_{010} 模的谐振波长与腔体长度无关，所以要改变 TM_{010} 模谐振腔的谐振波长，就要改变腔体的半径，很不方便。TM_{010} 模谐振腔的调谐方法通常是，沿腔体的中心轴向插入圆柱形调谐杆，调节调谐杆插入腔体的深度即可使谐振频率发生变化。调谐杆的插入，使腔体的振荡频率降低（因腔体中的电力线向外扩张，故相当于腔体半径增加）。

TM_{010} 模谐振腔的品质因数 Q_0 为

$$(Q_0)_{TM_{010}}=\frac{2.405\lambda_0}{2\pi\delta\left(1+\frac{R}{l}\right)} \tag{4.56a}$$

因 $\lambda_0=2\pi R/2.405$，故上式可写成

$$(Q_0)_{TM_{010}}=\frac{2\pi R^2 l}{\delta(2\pi Rl+2\pi R^2)}=\frac{2}{\delta}\frac{V}{S} \tag{4.56b}$$

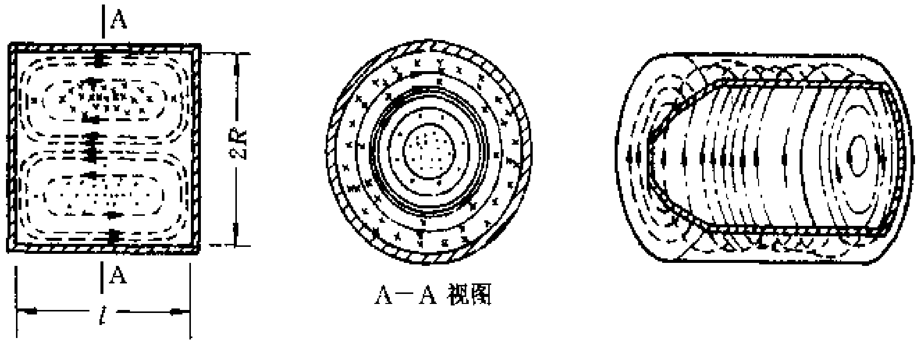
式中，V 和 S 分别为谐振腔的体积和腔体内壁的表面积。从式(4.56)可知，V/S 的值越大，则 Q_0 值越高，也即 R/l 的值越小，Q_0 值就越高。由于 TM_{010} 模式的谐振波长与腔体半径有关，所以当 λ_0 选定时，R 也被确定。显然，要减小 R/l 的值，就要增加腔体的长度，但应使腔体尺寸满足 $l<2.05R$。

2) TE_{011} 振荡模式

将 $m=0$、$n=1$、$p=1$ 代入式(4.44)，可导出圆柱形谐振腔中 TE_{011} 模的场分量表达式为

$$\left.\begin{aligned}
E_\varphi &= \frac{2\omega\mu}{k_c}H_0 J_0'\left(\frac{\mu_{01}}{R}r\right)\sin\frac{\pi}{l}z\\
H_r &= -j\frac{2}{k_c}\frac{\pi}{l}H_0 J_0'\left(\frac{\mu_{01}}{R}r\right)\cos\frac{\pi}{l}z\\
H_z &= -j2H_0 J_0\left(\frac{\mu_{01}}{R}r\right)\sin\frac{\pi}{l}z\\
E_r &= E_z = H_\varphi = 0
\end{aligned}\right\} \tag{4.57}$$

TE_{011} 模的场结构如图 4.10(a)所示。由图和式(4.57)可知，电场只有 φ 向分量，且在横截面



(a) 场结构 (b) 面电流分布

图 4.10 圆柱形谐振腔中 TE_{011} 模式的场结构和面电流的分布图

内形成同心圆；磁场在两端面附近只有 r 分量，无 φ 向分量，在侧壁附近只有 z 向分量。因此，在腔体的两端壁上没有 r 向电流，而在侧壁上则没有 z 向电流。所有腔壁电流都沿 φ 向流动并构成闭合圈，没有电流流过端壁和侧壁间的交界处，如图 4.10(b)所示。基于 TE_{011} 模的面电流分布特点，可将腔体的一个端壁做成非接触式活塞进行调谐，这样可以有效地抑制不需要的干扰模式，如图 4.11 所示。

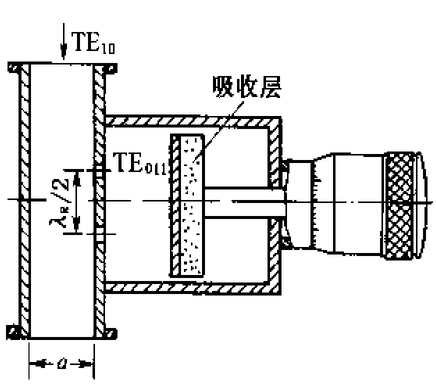


图 4.11　高精度 TE_{011} 模谐振腔式波长计的结构示意图

TE_{011} 模不是圆柱形谐振腔中的最低次振荡模式，其谐振波长为

$$(\lambda_0)_{TE_{011}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{1.64R}\right)^2 + \left(\frac{1}{2l}\right)^2}} \tag{4.58}$$

由于 TE_{011} 模无 z 向电流，导体损耗小，且导体损耗随频率升高而降低，故 Q_0 值特别高，可达数万至数十万。此外，由于 TE_{011} 模的场分布沿 φ 向无变化，故不存在极化简并模式，即使腔体有些变形也不会对谐振频率产生大的影响。所以，TE_{011} 模圆柱形谐振腔广泛用作高精度波长计、回波箱等。但由于 TE_{011} 模不是最低次振荡模式，因此 TE_{011} 模圆柱形谐振腔的体积较大，并且在设计时需设法抑制干扰模式。

3) TE_{111} 振荡模式

将 $m=1$、$n=1$、$p=1$ 代入式(4.44)即可得到 TE_{111} 模式的场分量表达式，由此可画出其场结构图如图 4.12 所示。

TE_{111} 模的谐振波长 λ_0 为

$$(\lambda_0)_{TE_{111}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{3.41R}\right)^2 + \left(\frac{1}{2l}\right)^2}} \tag{4.59}$$

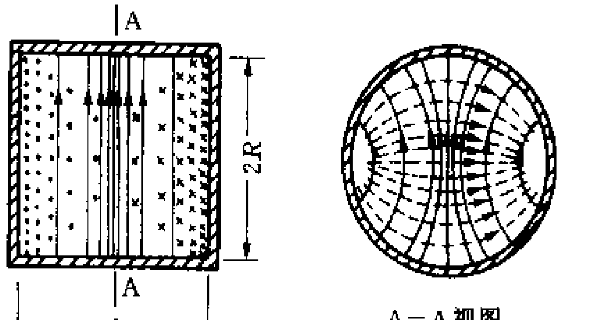


图 4.12　圆柱形谐振腔中 TE_{111} 模式的场结构图

与 TM_{010} 模的谐振波长比较可知，当满足 $l > 2.05R$ 时，TE_{111} 模是圆柱形谐振腔中的最低次振荡模式。由于 TE_{111} 模是 TE_{mnp} 振荡模式中的最低次模式，故 TE_{111} 模圆柱形谐振腔的体积较小。由圆柱形谐振腔的波形因数曲线(图 4.8)可看出，在相同的谐振频率下，TE_{111} 模圆柱形谐振腔的 Q_0 值只有 TE_{011} 模圆柱形谐振腔的 Q_0 值的一半左右。因此 TE_{111} 模圆柱形谐振腔作为波长计使用时，只能达到中等精度。此外，由于 TE_{111} 模存在极化简并模式，故当圆柱形谐振腔因加工等原因稍引起椭圆度时，空腔中的振荡模式便分解为极化方向分别与椭圆长、短轴相一致的两组 TE_{111} 模。鉴于上述原因，TE_{111} 模圆柱形谐振腔的应用场合受到一定限制。

4.4　同轴谐振腔

利用两端短路或一端短路另一端开路等的一段同轴线中的驻波振荡构成的谐振腔称为

同轴谐振腔，简称为同轴(谐振)腔。因同轴线的工作模式是 TEM 模，故用同轴线构成的谐振腔具有场结构稳定、工作可靠、频带宽等优点，在低于厘米波波段的频率上工作的振荡器、倍频器、波长计中获得广泛应用。同轴谐振腔有 $\lambda_0/2$ 型、$\lambda_0/4$ 型和电容加载型三种型式。下面分别加以讨论。

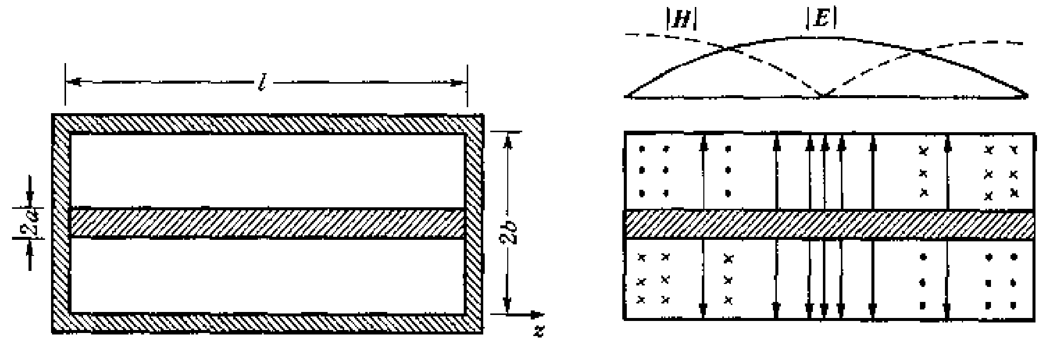
4.4.1 $\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔

$\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔是由两端皆短路的同轴线构成，如图 4.13(a)所示。当同轴线中激励起 TEM 模后，因这种谐振腔的两端皆短路，故电磁波在腔中来回反射形成驻波，因而可根据同轴线中沿正 z 方向传输的正向波和沿负 z 方向传输的反向波叠加得到其场分布。由本书上册式(5.123)和式(5.124)，有

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}^+ + \boldsymbol{E}^- = \boldsymbol{a}_r \frac{1}{r}(E_0^+ \mathrm{e}^{-jkz} + E_0^- \mathrm{e}^{jkz}) = E_r \boldsymbol{a}_r \tag{4.60}$$

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}^+ + \boldsymbol{H}^- = \boldsymbol{a}_\varphi \frac{1}{Z_{\mathrm{TEM}} r}(E_0^+ \mathrm{e}^{-jkz} - E_0^- \mathrm{e}^{jkz}) = H_\varphi \boldsymbol{a}_\varphi \tag{4.61}$$

式中，$E_0^+ = U_0/\ln(b/a)$，上标“+”、“−”分别代表正、反向。



(a) 结构尺寸　　(b) 最低次振荡模式的场结构

图 4.13 $\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔的结构尺寸和最低次振荡模式的场结构图

将式(4.60)代入腔体两端面处的边界条件：$E_r|_{z=0,l}=0$，得

$$E_0^- = -E_0^+ = -E_0$$

$$\sin kl = 0 \quad 或 \quad k = \frac{p\pi}{l} \quad (p = 1, 2, \cdots) \tag{4.62}$$

于是，$\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔中电磁场的表达式为

$$\boldsymbol{E} = E_r \boldsymbol{a}_r = -\boldsymbol{a}_r j 2\frac{E_0}{r}\sin\frac{p\pi}{l}z$$

$$\boldsymbol{H} = H_\varphi \boldsymbol{a}_\varphi = \boldsymbol{a}_\varphi \frac{2E_0}{Z_{\mathrm{TEM}} r}\cos\frac{p\pi}{l}z \tag{4.63}$$

可见，$\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔的场分布为纯驻波，根据式(4.63)不难作出各振荡模式的场结构图。图 4.13(b)是 $\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔中最低次模式的场结构图。

$\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔的谐振波长由 l 决定，可表示为

$$\lambda_0 = \frac{2l}{p} \quad (p = 1, 2, \cdots) \tag{4.64}$$

由上式可知，当腔长一定时，对应有无穷多个谐振波长，即有无穷多个振荡模式存在。反之，当谐振波长一定时，有无穷多个谐振长度与之对应。

$\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔的品质因数 Q_0 可由定义式(4.11)导出，即

$$Q_0 = \frac{2}{\delta}\frac{\int_V |\boldsymbol{H}|^2 \mathrm{d}V}{\oint_S |\boldsymbol{H}_\tau|^2 \mathrm{d}S}$$

$$= \frac{2}{\delta}\frac{\int_0^{2\pi}\int_a^b\int_0^l |H_\varphi|^2 r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z}{\left[\int_0^{2\pi}\int_0^l |H_\varphi|^2_{r=a} a\,\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z + \int_0^{2\pi}\int_0^l |H_\varphi|^2_{r=b} b\,\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z + 2\int_0^{2\pi}\int_a^b |H_\varphi|^2_{z=0} r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi\right]}$$

$$= \frac{2}{\delta}\frac{\ln\frac{b}{a}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{l}\ln\frac{b}{a}} \tag{4.65}$$

此式表明，$\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔的 Q_0 值与腔体尺寸和导体趋肤深度有关。当同轴线外导体的内半径 b 一定，选取 $b/a=3.59$ 时，同轴线的导体衰减最小，此时同轴谐振腔的 Q_0 值达最大。此外，因导体趋肤深度反比于频率的平方根，故 Q_0 值正比于频率的平方根，即

$$Q_0 \propto \sqrt{f_0}$$

显然，同轴腔的 Q_0 值一般可达数千，比集中参数 LC 谐振回路的 Q_0 值大两个数量级左右。

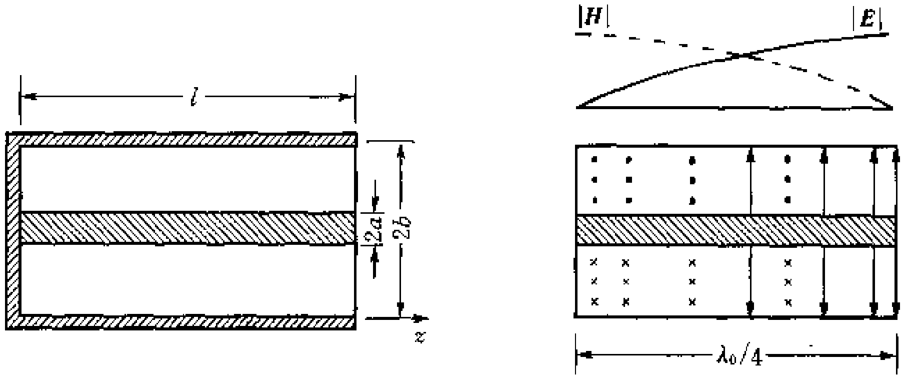
4.4.2　$\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔

$\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔是由一段一端短路另一端开路的同轴线构成，如图 4.14(a)所示。$\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔的场分布与 $\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔相同，但其边界条件不同，即 $z=0$ 处为短路，$z=l$ 处为开路，故在 $z=l$ 处 $H_\varphi=0$。将式(4.61)代入，并考虑到 $E_0^+=-E_0^-$，有

$$\cos kl = 0 \quad 或 \quad k=\frac{(2p-1)\pi}{2l} \quad (p=1,2,\cdots)$$

于是，谐振腔的谐振长度为

$$l=\frac{(2p-1)\lambda_0}{4} \tag{4.66}$$



(a) 结构尺寸　　(b) 最低次振荡模式的场结构

图 4.14　$\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔的结构尺寸和最低次振荡模式的场结构图

或谐振波长为

$$\lambda_0 = \frac{4l}{2p-1} \tag{4.67}$$

显然，当 $p=1$ 时，$\lambda_0 = 4l$ 为最低次振荡模式的谐振波长。

$\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔中最低次振荡模式的场结构如图 4.14(b)所示。可见，此场结构恰好是 $\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔中最低次振荡模式的场结构的一半。

$\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔 Q_0 值的计算方法与 $\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔的相同，由于 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔只有一个端面，因此端面的损耗功率应比 $\lambda_0/2$ 型同轴谐振腔小 1 倍，由式(4.65)可得 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔的 Q_0 的表示式为

$$Q_0 = \frac{2}{\delta}\frac{\ln\frac{b}{a}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{2}{l}\ln\frac{b}{a}} \tag{4.68}$$

因 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔的开路端会有电磁波逸出，不能付诸实用，故通常将同轴谐振腔的外导体延长一段而形成一段截止圆波导，以减少辐射损耗。为保证这种腔一端开路，同轴谐振腔的最短谐振波长应大于圆波导中 TE_{11} 模的截止波长，即

$$(\lambda_0)_{\min} > 3.41b = (\lambda_c)_{TE_{11}} \tag{4.69}$$

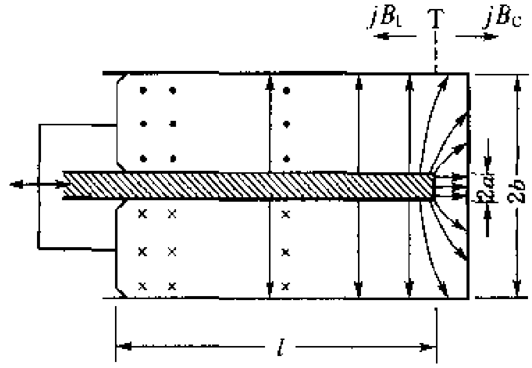
此外，在同轴谐振腔部分，要求只存在 TEM 模，其他高次模式应截止，这就要求最短谐振波长满足下式：

$$(\lambda_0)_{\min} > \pi(a+b) \tag{4.70}$$

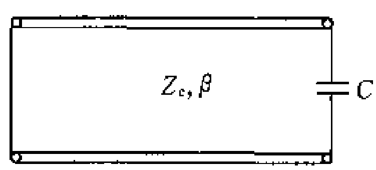
4.4.3 电容加载型同轴谐振腔

一端短路，另一端的内导体末端与端面之间形成电容间隙的一段同轴线构成电容加载同轴谐振腔，如图 4.15(a)所示。这种腔体的内导体长度 $l < (2p-1)\lambda_0/4$，这是因为当内导体的末端远离端面时，端电容 $C=0$，此时的谐振腔就是 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔。因此，从端面 T 向左侧看去的电纳 $B_L < 0$，向右侧看去的电纳 $B_C > 0$，其等效传输线电路如图 4.15(b) 所示。

若同轴线内导体的长度为 l，特性阻抗为 Z_c，则从参考面 T 向左看去的输入导纳为



(a) 结构尺寸



(b) 等效电路

图 4.15 电容加载同轴谐振腔及其等效电路

$$Y_{in} = jB_L = -j\frac{1}{Z_c}\cot\beta l$$

而电容 C 的导纳为

$$Y_C = jB_C = j\omega C$$

谐振时，T 面上的并联导纳为零。由此可得谐振条件

$$B_C + B_L = 0$$

或

$$\omega_0 C = \frac{1}{Z_c}\cot\left(\frac{\omega_0 l}{v}\right) \tag{4.71}$$

式中，$v = 1/\sqrt{\mu\varepsilon}$，而 C 为平板电容 C_P 和边缘电容 C_f 之和，即

$$C = C_P + C_f = \frac{\varepsilon\pi a^2}{d} + 4\varepsilon a\ln\frac{b-a}{d} \tag{4.72}$$

式(4.71)是一超越方程，利用图解法可求得此方程的一系列谐振角频率 ω_{01}、ω_{02}…，它们是直线 $B_C = \omega C$ 和余切曲线 $-B_L = \dfrac{1}{Z_c}\cot(\omega l/v)$ 的各个交点，如图 4.16 所示。由图可见，当端电容 C 减小时，直线斜率减小，谐振频率 ω_{01}、ω_{02}…升高，直至端电容 C 为零时，成为 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔。而当电容 C 增加时，直线斜率增大，频率降低。由于谐振频率有无穷多个，因此对应的振荡模式也有无穷多个。

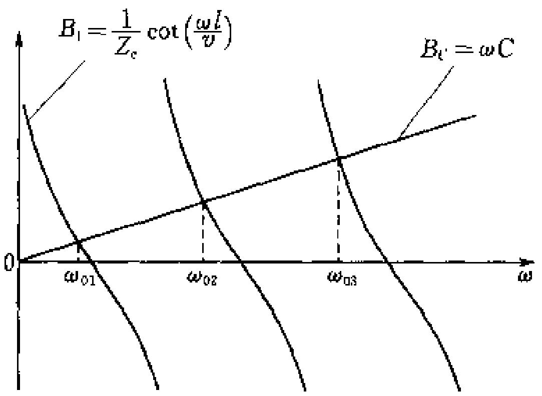


图 4.16 方程(4.71)中 l 和 C 的图解曲线

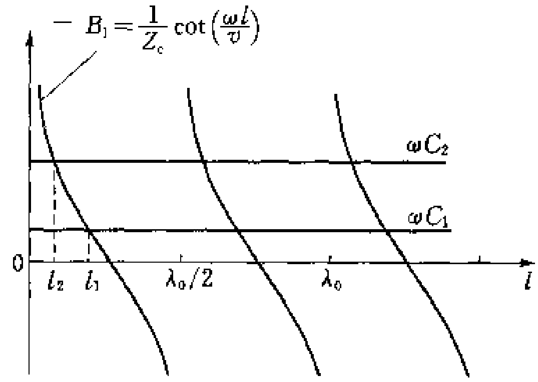


图 4.17 方程(4.71)中 ω_0 和 C 的图解曲线

图 4.17 示出了当谐振频率一定时，腔长 l 随电容 C 的变化情况。由图可见，随着电容 C 的增加，腔长 l 快速缩短，因此这种谐振腔又称为缩短电容谐振腔。当 $C=0$ 时，谐振腔的长度为 $\lambda_0/4$、$3\lambda_0/4$ …，这就是 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔的情况。

由于电容加载同轴谐振腔中电场主要集中在端电容附近，使流过腔壁的电流增加，因而损耗增加，故这种腔的 Q_0 值低于 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔的 Q_0 值。但这种谐振腔的工作频带比 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔频带要宽，因此适合于用来制作宽带波长计。

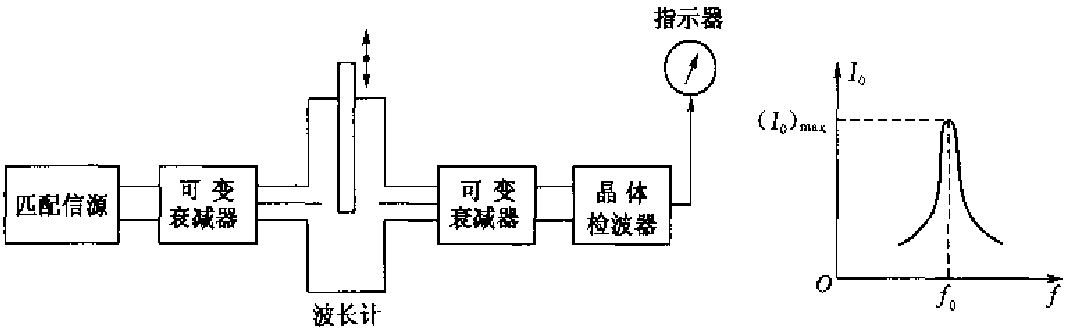
4.4.4 应用实例——波长计

圆柱形波长计和同轴型波长计实际上是谐振波长已经定标的可调圆柱形谐振腔和同轴

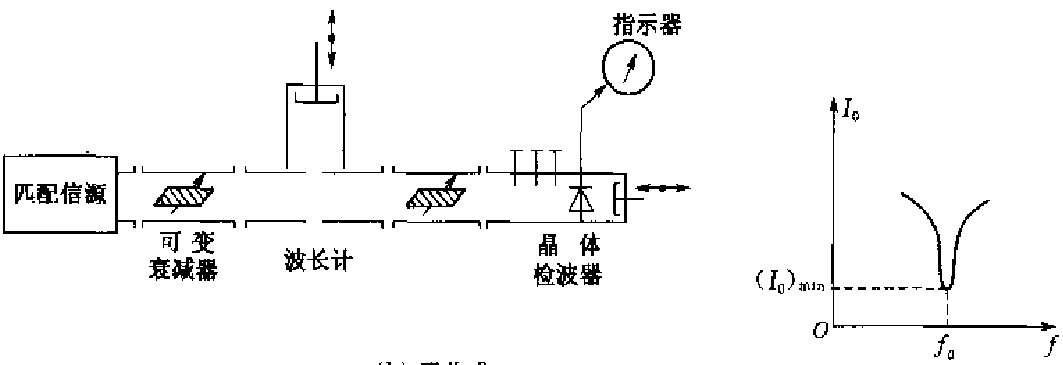
形谐振腔。波长计是微波测量中常用的一种测量工具,用它可以测量微波信号源的波长或频率。波长计按其耦合方式可分为两种:通过式和吸收式。

1) 通过式波长计

这种波长计在测量系统中的接法如图 4.18(a)所示。波长计通过两个耦合结构(输入端和输出端)串接在测量系统中。测量时,只要调节波长计调谐杆或活塞,使谐振腔的谐振频率 f_0 等于待测信号的频率 f,腔体产生谐振,此时腔中的电磁场最强,这样通过输出耦合结构耦合输出的功率最大,从而通过检波器输出的检波电流 I_0 也最大。当调节波长计的调谐杆或活塞使腔体失谐时,此时腔中的电磁场很弱,因而 I_0 也相应较小甚至为零。检波电流 I_0 与频率 f 的关系如图 4.18(a)所示。



(a) 通过式



(b) 吸收式

图 4.18　波长计在测量系统中的接法

2) 吸收式波长计

吸收式波长计在测量系统中的接法如图 4.18(b)所示,波长计的腔体只有一个耦合结构。当调节波长计的调谐活塞使腔体的谐振频率 f_0 等于待测信号的频率 f 时,腔体产生谐振,此时系统中有部分能量进入腔体,使检波器输出的检波电流 I_0 减至最小。当腔体失谐时,腔中的电磁场很弱,几乎不吸收系统中的能量,指示器具有正常的输出。检波电流 I_0 与频率 f 的关系如图 4.18(b)所示。

4.5　谐振腔的微扰

实际使用的谐振腔常出现微小的变形或其他微小的变化,这就是谐振腔的微扰。谐振腔的微扰常有三种方式:①腔体内填充的媒质发生微小变化;②腔体的尺寸、形状出现微小

的变化；③腔体材料发生微小变化。一般情况下，这些微扰对腔体性能的影响要进行准确计算较为困难，通常只能求其近似解。下面仅简单介绍腔体壁面形状的微扰。

如图 4.19 所示，为一壁面内向微扰（即腔壁凹入）的金属谐振腔。设微扰前，腔体的体积为 V_0，内壁的表面积为 S_0，腔内填充媒质的电参数为 (ε, μ)，腔内的电磁场和谐振角频率分别为 $\boldsymbol{E}_0$、$\boldsymbol{H}_0$ 和 ω_0，如图 4.19(a) 所示；微扰后，腔体内的微扰体积为 ΔV，填充媒质的电参数仍为 (ε, μ)，腔内的电磁场和谐振角频率分别为 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{H}$ 和 ω，如图 4.19(b) 所示。于是，微扰前后腔体内的电磁场满足以下的麦克斯韦方程：

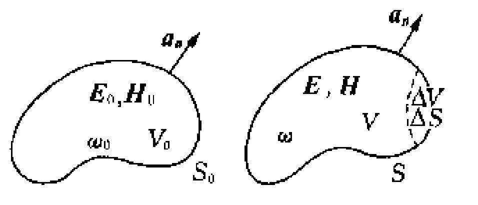


图 4.19　腔体壁面微扰前、后的结构示意图

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_0 = -j\omega_0\mu\boldsymbol{H}_0 \tag{4.73a}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_0 = j\omega_0\varepsilon\boldsymbol{E}_0 \tag{4.73b}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega\mu\boldsymbol{H} \tag{4.73c}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega\varepsilon\boldsymbol{E} \tag{4.73d}$$

用 $\boldsymbol{H}$ 点乘式(4.73a)的共轭式，以及用 $\boldsymbol{E}_0^*$ 点乘式(4.73d)，并将两者相减，得

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{E}_0^* \times \boldsymbol{H}) = j\omega_0\mu\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{H}_0^* - j\omega\varepsilon\boldsymbol{E}_0^* \cdot \boldsymbol{E} \tag{4.74}$$

用 $\boldsymbol{H}_0^*$ 点乘式(4.73c)，以及用 $\boldsymbol{E}$ 点乘式(4.73b)的共轭式，再将两者相减，得

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}_0^*) = j\omega_0\varepsilon\boldsymbol{E}_0^* \cdot \boldsymbol{E} - j\omega\mu\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{H}_0^* \tag{4.75}$$

将以上两式相加，并对体积 $V(=V_0-\Delta V)$ 进行体积分，得

$$\oint_S [(\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{E}_0^*) + (\boldsymbol{H}_0^* \times \boldsymbol{E})] \cdot \boldsymbol{a}_n \mathrm{d}S = j(\omega-\omega_0)\int_V (\mu\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{H}_0^* + \varepsilon\boldsymbol{E}_0^* \cdot \boldsymbol{E})\mathrm{d}V \tag{4.76}$$

式中，$\boldsymbol{a}_n$ 为腔体内壁表面上的单位法向矢量。由于微扰后腔体内的电场 $\boldsymbol{E}$ 满足 S 上的边界条件：$\boldsymbol{a}_n \times \boldsymbol{E} = 0$，故上式左端的第二项为零。于是，有

$$\oint_S (\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{E}_0^*) \cdot \boldsymbol{a}_n \mathrm{d}S = j(\omega-\omega_0)\int_V (\mu\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{H}_0^* + \varepsilon\boldsymbol{E}_0^* \cdot \boldsymbol{E})\mathrm{d}V \tag{4.77}$$

又因为 $S = S_0 - \Delta S$，故上式左端变为

$$\oint_S (\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{E}_0^*) \cdot \boldsymbol{a}_n \mathrm{d}S = \oint_{S_0} (\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{E}_0^*) \cdot \boldsymbol{a}_n \mathrm{d}S - \oint_{\Delta S} (\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{E}_0^*) \cdot \boldsymbol{a}_n \mathrm{d}S$$

又由于腔体微扰前腔内电场 $\boldsymbol{E}_0$ 在 S_0 上满足边界条件：$\boldsymbol{a}_n \times \boldsymbol{E}_0 = 0$，故上式右端第一项为零。于是，式(4.77)变为

$$-\oint_{\Delta S} (\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{E}_0^*) \cdot \boldsymbol{a}_n \mathrm{d}S = j(\omega-\omega_0)\int_V (\mu\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{H}_0^* + \varepsilon\boldsymbol{E}_0^* \cdot \boldsymbol{E})\mathrm{d}V$$

或

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = \frac{j\oint_{\Delta S} (\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{E}_0^*) \cdot \boldsymbol{a}_n \mathrm{d}S}{\int_V (\mu\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{H}_0^* + \varepsilon\boldsymbol{E}_0^* \cdot \boldsymbol{E})\mathrm{d}V} \tag{4.78}$$

这是腔壁内向微扰引起谐振频率变化的准确表达式。由于上式中包括微扰后的场 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$，故不便应用。事实上，式(4.78)中的 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{H}$ 可用 $\boldsymbol{E}_0$、$\boldsymbol{H}_0$ 代替，因为微扰所引起的局部微小变化对整个腔体体积的积分影响较小，即

$$\int_V (\mu\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{H}_0^* + \varepsilon\boldsymbol{E}_0^*\cdot\boldsymbol{E})\mathrm{d}V \approx \int_{V_0}(\mu H_0^2 + \varepsilon E_0^2)\mathrm{d}V = 4W_0$$

此外，在壁面形状微扰的条件下，可认为在微扰表面处磁场切向分量在微扰前后的值变化不大，因为微扰的导体表面处切向电场和法向磁场为零，而其表面处的法向电场及切向磁场则只有微小变化。因此，式(4.78)分子中的 $\boldsymbol{H}$ 也可用 $\boldsymbol{H}_0$ 代替，同时应用能量守恒定律(复坡印亭定理)，并注意到损耗功率 $P_l = 0$ 以及 $\omega = \omega_0$，得

$$\begin{aligned}\oint_{\Delta S}(\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{E}_0^*)\cdot\boldsymbol{a}_n\mathrm{d}S &\approx \oint_{\Delta S}(\boldsymbol{H}_0\times\boldsymbol{E}_0^*)\cdot\boldsymbol{a}_n\mathrm{d}S \\ &= -j4\omega_0\int_{\Delta V}(\mu H_0^2 - \varepsilon E_0^2)\mathrm{d}V = j4\omega_0(\Delta W_m - \Delta W_e)\end{aligned} \tag{4.79}$$

式中，ΔW_m、ΔW_e 分别是按未微扰的场 $\boldsymbol{H}_0$、$\boldsymbol{E}_0$ 估算的体积 ΔV 内的平均磁场储能和电场储能。于是，可得微扰后腔体谐振频率的偏移公式为

$$\frac{\omega-\omega_0}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta W_m - \Delta W_e}{W_0} = \frac{\int_{\Delta V}(\mu H_0^2 - \varepsilon E_0^2)\mathrm{d}V}{\int_V(\mu H_0^2 + \varepsilon E_0^2)\mathrm{d}V} \tag{4.80a}$$

同理，对腔壁外向微扰(即腔壁凸出)，有

$$\frac{\omega-\omega_0}{\omega_0} = \frac{\Delta W_e - \Delta W_m}{W_0} \tag{4.80b}$$

上述结果表明：①当腔壁凹入时，若微扰处的磁场较强，则腔体的谐振频率升高；若微扰处的电场较强，则腔体的谐振频率降低；②当腔壁凸出时，若微扰处的磁场较强，则腔体的谐振频率降低；若微扰处的电场较强，则腔体的谐振频率升高。显然，若微扰发生在电场(或磁场)最强而磁场(或电场)为零处，则谐振频率变化达最大。

例 4.1　有一半径为 4 cm，长度为 6 cm 的圆柱形谐振腔，在其端面中心旋入一金属螺杆，金属螺杆的体积 ΔV 为原腔体体积的 1%。求微扰后圆柱形谐振腔的最低次振荡模式的谐振频率。

解：

因腔体的尺寸满足 $l > 2.05R$，故腔体的工作模式为 TM_{010}。于是，在微扰前，有

$$\lambda_0 = 2.62R = 10.48\ \mathrm{cm}$$

$$f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = 2.87\ \mathrm{GHz}$$

又因 TM_{010} 模的场量表达式可表示为

$$E_z = 2E_0'\mathrm{J}_0\left(\frac{v_{01}}{R}r\right)$$

$$H_\varphi = j2\frac{k_0 R}{v_{01}\eta}E'_0 J_1\left(\frac{v_{01}}{R}r\right)$$

在螺杆旋入处（$r=0$），可近似认为场均匀分布，即 $E_z = 2E'_0 J_0(0) = 2E'_0$，$H_\varphi = 0$。于是

$$\Delta W = \frac{1}{4}\int_{\Delta V}(\mu_0 H_0^2 - \varepsilon_0 E_0^2)\mathrm{d}V \approx -\varepsilon_0 E'^2_0 \Delta V \tag{4.81}$$

而腔体中总的电磁场储能为

$$\begin{aligned} W_0 &= \frac{1}{4}\int_V(\mu_0 H_0^2 + \varepsilon_0 E_0^2)\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\int_V(\varepsilon_0 E_0^2)\mathrm{d}V \\ &= \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^R\int_0^l 4E'^2_0 J_0^2(k_c r) r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z \\ &= 2\varepsilon_0 E'^2_0 J_1^2(2.405)\pi R^2 l = 2\varepsilon_0 E'^2_0 J_1^2(2.405)V \end{aligned} \tag{4.82}$$

式中利用了贝塞尔函数的积分公式：

$$\int_0^R J_m^2(k_c r) r\mathrm{d}r = \frac{R^2}{2}\left[J'^2_m(k_c R) + \left(1 - \frac{m^2}{k_c^2 R^2}\right)J_m^2(k_c R)\right]$$

将式(4.81)和式(4.82)代入式(4.80a)，得

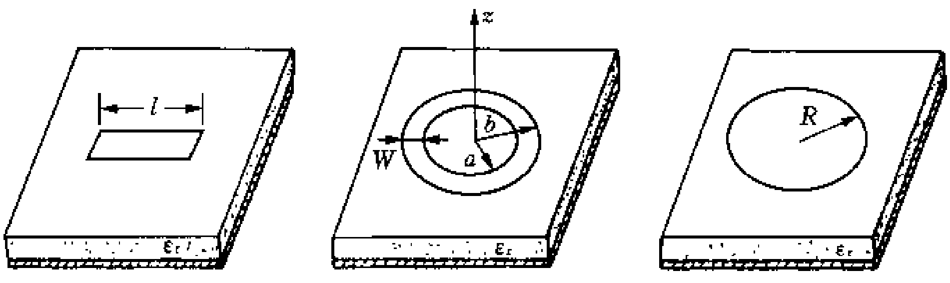
$$\begin{aligned} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} &= \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta W}{W_0} = -\frac{1}{2J_1^2(2.405)}\frac{\Delta V}{V} \\ &= -\frac{1}{2(0.519\,1)^2}\times 0.01 \approx -0.018\,6 \end{aligned}$$

因此，微扰后的谐振频率为

$$f = \left(1 + \frac{\Delta f}{f_0}\right)f_0 = 2.81\ \mathrm{GHz}$$

4.6 微带谐振腔

微带谐振腔的结构型式很多，常见的有两端开路、两端短路或一端开路另一端短路的微带线节谐振腔、环形谐振腔、圆形谐振腔，如图 4.20 所示。它们在有源、无源微波集成电路中应用广泛，可用来制成滤波器、振荡器等，还可用作微带贴片天线阵的单元。



(a) 微带线节谐振腔　(b) 环形谐振腔　(c) 圆形谐振腔

图 4.20 三种常见的微带谐振腔

4.6.1　微带线节谐振腔

同微带线类似，当微带线节谐振腔工作于准 TEM 振荡模式时，可用传输线理论处理。一段长为 l 的微带线终端开路时，其输入端的阻抗为

$$Z_{in} = -jZ_c\cot\beta l \tag{4.83}$$

式中，$\beta = 2\pi/\lambda_g$，λ_g 为微带线的波导波长（带内波长）。

根据并联谐振条件 $Y_{in} = 0$，由式(4.83)得

$$l = \frac{p\lambda_{g0}}{2} \quad 或 \quad \lambda_{g0} = \frac{2l}{p} \quad (p = 1, 2, \cdots) \tag{4.84}$$

根据串联谐振条件 $Z_{in} = 0$，由式(4.83)得

$$l = \frac{(2p-1)\lambda_{g0}}{4} \quad 或 \quad \lambda_{g0} = \frac{4l}{2p-1} \quad (p = 1, 2, \cdots) \tag{4.85}$$

式中，λ_{g0} 为带内谐振波长。

由此可见，微带线节谐振腔与同轴谐振腔相似，长为 $\lambda_{g0}/2$ 整数倍两端开路的微带线节构成 $\lambda_{g0}/2$ 型微带谐振腔；长为 $\lambda_{g0}/4$ 奇数倍的一端开路另一端短路的微带线节构成 $\lambda_{g0}/4$ 型微带谐振腔。但由于微带线存在介质基片，工艺上实现短路比实现开路困难，因此微带线节谐振腔常采用开路状态。此外，由于微带线的导带断开处并不是理想的开路，而是存在边缘效应，即引入一个不连续电容，该电容的作用是使微带线的长度增加，因而微带线节谐振腔的实际长度比计算得到的谐振长度要短。由式(4.84)可知，两端开路的 $\lambda_{g0}/2$ 型微带线节谐振腔的谐振条件应为

$$l_1 + 2\Delta l = p\frac{\lambda_{g0}}{2} \tag{4.86}$$

式中，l_1 为实际导带的长度；Δl 为缩短长度，通常取 $\Delta l = 0.4h$，h 为介质基片的厚度。

微带线节谐振腔在开路端存在着辐射损耗，它会导致谐振腔的品质因数下降以及相邻电路间的耦合，此时 Q_0 可表示为

$$Q_0 = \left(\frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_r}\right)^{-1} \tag{4.87}$$

式中，Q_c、Q_d 和 Q_r 分别是由导体损耗、介质损耗和辐射损耗引起的品质因数，Q_c 和 Q_d 可按以下两式计算：

$$Q_c = \frac{27.3}{\alpha_c\lambda_g} \tag{4.88}$$

$$Q_d = \frac{\varepsilon_{re}}{\varepsilon_r}\frac{1}{q\tan\delta} \tag{4.89}$$

而 α_c 为微带线的导体衰减常数，单位是 dB/m，ε_{re}、q 分别是微带线的等效介电常数和填充因子。当介质基片很薄，即厚度 h 满足

$$h \leqslant \frac{6.79\arctan\varepsilon_r}{f\sqrt{\varepsilon_r - 1}}\ \text{cm} \tag{4.90}$$

时，辐射损耗很小，可以忽略不计。其中 f 的单位是 GHz。通常 $Q_r \gg Q_d \gg Q_c$，即腔体的 Q_0 值主要决定于导体损耗。

4.6.2　微带环形和圆形谐振腔

微带环形谐振腔的结构如图 4.20(b)所示。分析表明，这种谐振腔的振荡模式为 TM_{mn0}，主模为 TM_{110}。为避免出现高次振荡模式，环的尺寸应选为

$$\frac{W}{R} \leqslant 0.1 \tag{4.91}$$

式中，R 为环的平均半径，即 $R = (a+b)/2$。

TM_{m10} 模式的谐振波长可按下式计算：

$$\lambda_0 = \frac{2\pi R}{m} \tag{1.92}$$

图 4.21(a)示出了两种振荡模式的场结构。由图可见，这些模式只存在 E_z、H_r 和 H_φ 分量；主模 TM_{110} 的场在接地板和环形导带之间基本上呈闭合状，辐射损耗很小，故 TM_{110} 模微带环形谐振腔的 Q_r 值近似等于微带线本身的 Q_0 值。

微带圆形谐振腔的结构如图 4.20(c)所示。它实际上是微带环形谐振腔在 $W/R \to 1$ 时的极限情况，其振荡模式也是 TM_{mn0}，主模为 TM_{110} 模。图 4.21(b)中示出了微带圆形谐振腔两种振荡模式的场结构。

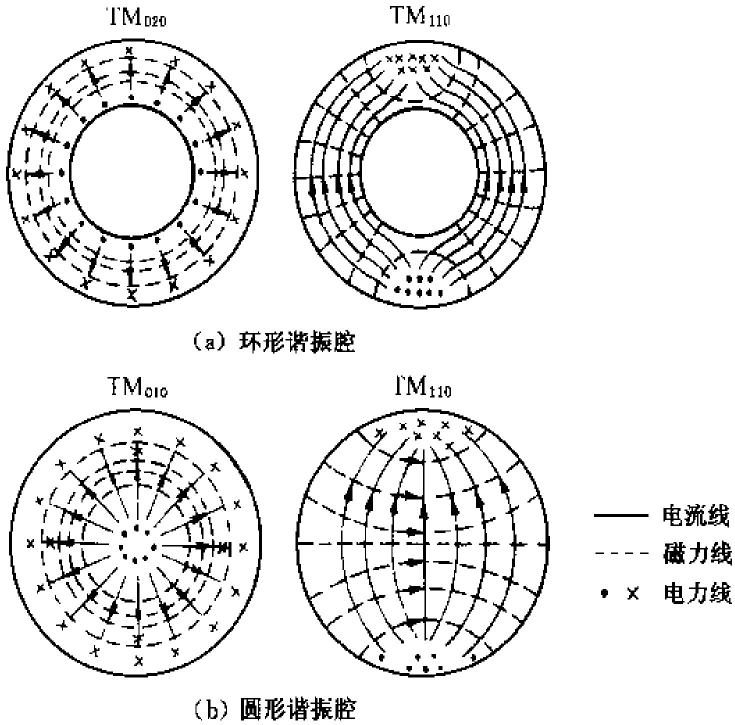


图 4.21　环形谐振腔和圆形谐振腔中两种振荡模式的场结构图

4.7　谐振腔的激励与耦合

前面讨论的谐振腔是孤立的情况，没有考虑谐振腔与外界的联系，而实际的谐振腔总是与外部(源或负载)发生能量耦合，这是属于谐振腔激励和耦合的问题。但当腔内没有非互易媒质存在时，激励和耦合是互易的。下面先介绍谐振腔的耦合装置，然后再简单引出耦合谐振腔的耦合参量。

4.7.1　谐振腔的激励与耦合

将电磁能量耦合到谐振腔或将电磁能量从谐振腔耦合出来的装置，称为谐振腔的耦合装置。在谐振腔的耦合装置中常用的耦合结构有四种，即直接耦合、磁环耦合、探针耦合和

孔(或缝)耦合。其中直接耦合常见于微带线、介质波导等与微带谐振腔、介质谐振腔等之间的耦合。后三种耦合主要用于同轴线与同轴谐振腔、金属谐振腔以及金属波导与金属谐振腔之间的能量耦合,其耦合原则和要求与金属波导的激励或耦合情况完全相同。

图4.22示出了几种常见谐振腔的耦合。其中图(a)是矩形波导通过小孔激励矩形谐振腔的TE_{101}模;图(b)是矩形波导通过宽壁上靠近窄壁处的纵向窄缝激励圆柱形谐振腔的TE_{111}模;图(c)、(d)是矩形波导分别通过小孔激励圆柱形谐振腔的TE_{011}和TM_{010}模;图(e)是同轴谐振腔以探针作电激励;图(f)是同轴谐振腔以磁环作磁激励;图(g)、(h)分别是微带线与微带谐振腔、圆形介质谐振腔之间的直接耦合。

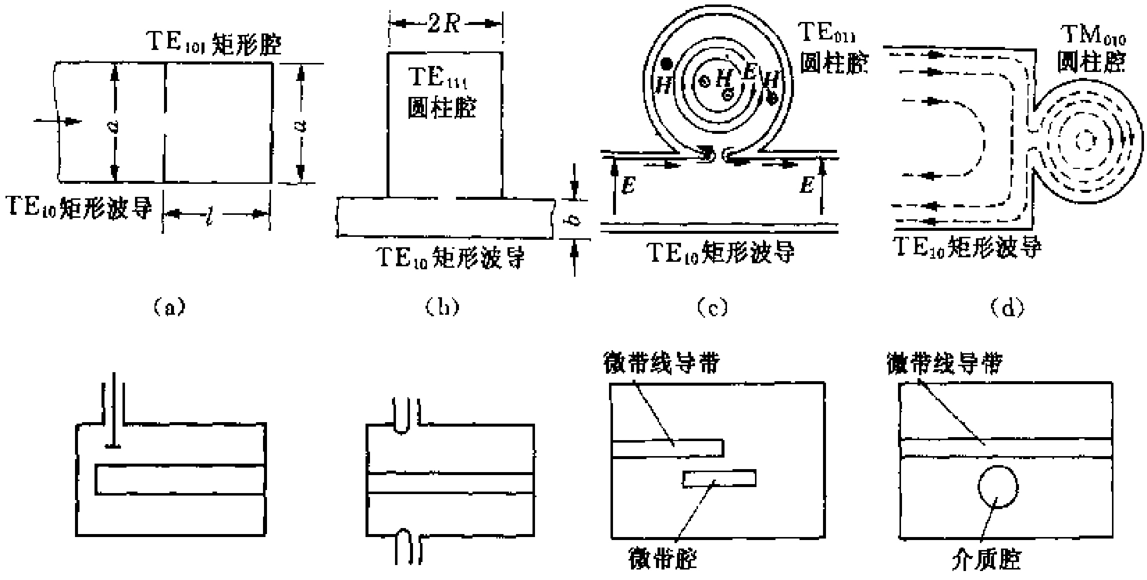


图4.22　几种常见谐振腔的耦合

4.7.2　耦合谐振腔的耦合参量

当谐振腔与外电路相耦合时,对谐振腔来说,外电路要吸收部分功率,此时谐振腔的品质因数应为有载品质因数Q_l。根据品质因数的定义,有

$$Q_l = \frac{\omega_0 W}{P_l'} = \frac{\omega_0 W}{P_l + P_e} \tag{4.93}$$

式中,$P_l' = P_e + P_l$,是腔体总的损耗功率;P_e是外部电路的损耗功率。于是Q_l的倒数为

$$\frac{1}{Q_l} = \frac{P_l}{\omega_0 W} + \frac{P_e}{\omega_0 W} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e} \tag{4.94}$$

式中,Q_e称为外载品质因数。从上式可见,Q_l与Q_0是不相等的,只有当P_e很小时,Q_l才接近于Q_0。为了说明外电路与谐振腔相互影响的大小(即耦合的强弱),通常引入耦合系数β,它定义为

$$\beta = \frac{P_e}{P_l} = \frac{Q_0}{Q_e} \tag{4.95}$$

于是,谐振腔的Q_l和Q_0间的关系为

$$Q_l = \frac{Q_0}{1+\beta} \tag{4.96}$$

显然，β 值越大，耦合越紧；β 值越小，耦合越松。通常规定 $\beta > 1$ 为紧耦合，$\beta < 1$ 为临界耦合。β 值的大小可用测量线通过测量驻波系数来确定。

习　　题

4-1　导出矩形谐振腔中 TE_{101} 模的单模谐振条件。

4-2　有两个矩形谐振腔，工作模式都是 TE_{101} 模，谐振波长分别为 $\lambda_0 = 3\,cm$ 和 $\lambda_0 = 10\,cm$，哪一个空腔尺寸大？为什么？

4-3　如图 4.23 所示，为一传输 TE_{10} 模的矩形波导，波导尺寸 $a \times b = 22.86\ mm \times 10.16\ mm$，工作频率 $f_0 = 10\,GHz$。先在波导横截面上放一无限薄理想导体板 1，问：① 无限薄的理想导体板 2 放在何处才能构成 TE_{101} 模矩形谐振腔？

② 如果其他条件不变（包括 l 不变），只改变工作频率，仿照上述方法构成的谐振腔可能有哪些振荡模式？

③ 如果其他条件不变（包括 λ_0 不变），只将理想导体板 2 和导体板 1 间的距离 l 增加一倍，此时谐振腔中的振荡模式是什么？

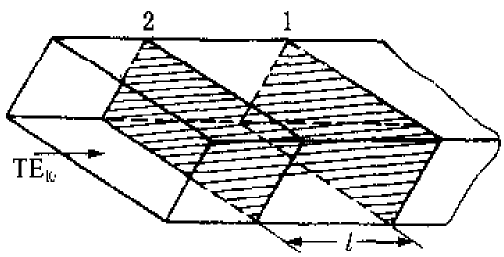


图 4.23　题 4-3 附图

4-4　试根据本书上册式(5.100)，采用驻波分析法详细导出矩形谐振腔中 TE_{10p} 模式的场分量表达式。

4-5　证明 TE_{101} 模矩形谐振腔的腔壁内表面上的面电流与腔体中的位移电流连续。

4-6　一矩形谐振腔，当 $\lambda_0 = 10\,cm$ 时谐振于 TE_{101} 模，$\lambda_0 = 7\,cm$ 时谐振于 TE_{102} 模。求此谐振腔的尺寸。

4-7　设计一谐振频率 $f_r = 3\,GHz$ 的矩形谐振腔，要求工作于 TE_{101}、TE_{011} 和 TM_{110} 三重简并模式。

求：①腔体尺寸；

② 若上述腔体长度 l 增加 20%，求此时腔中上述三种模式的谐振频率；

③ 写出边长为 a、b 和 l 的 TM_{110} 模谐振腔的场量表达式。

4-8　一直径 $D = 3\,cm$、长度 $l = 3\,cm$ 的圆柱形谐振腔，求其最低次振荡模式的谐振频率。

4-9　一圆柱形谐振腔的直径为 D，长度为 $l = 2D$，可工作于 TE_{011}、TE_{111} 和 TM_{010} 模式，问：①工作在什么模式时谐振波长最长？

② 工作在什么模式时品质因数 Q_0 的值最高？

4-10　已知一圆柱形谐振腔的直径 $D = 3\,cm$，对同一谐振频率，振荡模式为 TM_{012} 的腔长比 TM_{011} 的腔长长 1.32 cm，求此谐振腔的谐振频率。

4-11　为使圆柱形谐振腔的最低次模式与第一个高次模式的谐振频率之比为 1∶5，求谐振腔的长度 l 与半径 R 的比值。

4-12 有一空气填充的同轴线，特性阻抗为 100 Ω，用其制作 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔，其一端带有电容 $C=10^{-12}/2\pi$ F，腔体的另一端用短路活塞调谐。若调节腔长至 $l=0.22\lambda_0$ 时谐振，求此时的谐振频率 f_0。

4-13 采用一 $\lambda_0/2$ 型同轴式波长计测量一信号源的工作波长。已知同轴谐振腔的调谐活塞分别在刻度 $l_1=2$ cm 和 $l_2=7.0$ cm 处发生谐振，问：信号源的工作波长为多少？

4-14 设计一 $3\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔，$\lambda_0=5$ cm。

① 若要求单模振荡，确定腔体内外导体的直径和腔长；

② 为了减小腔长采用电容加载，若内导体长度缩短了 0.8 cm，求加载电容的大小。

4-15 一只中心工作波长为 10 cm 吸收式波长计由工作于 TEM 模的 $\lambda_0/4$ 型同轴谐振腔构成，频率覆盖范围为(2.5~3.75)GHz。同轴谐振腔的外导体直径 $D=2.4$ cm，内导体直径 $d=0.8$ cm，采用短路活塞调节内导体的长度。

问：① 整个频率覆盖范围内活塞移动的距离是多大？

② 若同轴线开路端外导体延长形成圆波导，则此圆波导段的开口处是否会泄漏电磁波？为什么？

4-16 已知一电容加载同轴谐振腔的电容 $C=1$ pF，同轴线的特性阻抗为 50 Ω，求谐振波长 $\lambda_0=10$ cm 时腔体内导体的最短长度。若延长同轴线的长度使腔体重新谐振，问：最少延长多少厘米？

4-17 如图 4.24 所示，一尺寸为 $a\times b=2.3\text{ cm}\times 1.0\text{ cm}$ 的矩形波导中传输 TE_{10} 模，波导波长 $\lambda_g=5$ cm。若在相距终端为 l_1 和 l_2 处分别插入短路膜片构成矩形谐振腔，且使其谐振于最低次振荡模式。

求：① 该振荡模式的谐振频率；

② 若将短路膜片改为感性膜片构成耦合谐振腔，两膜片的归一化电纳值 $b=-1.5$，又知该谐振腔谐振时输入端的驻波比为 1，求该谐振腔的谐振频率（注：可借助圆图求解）。

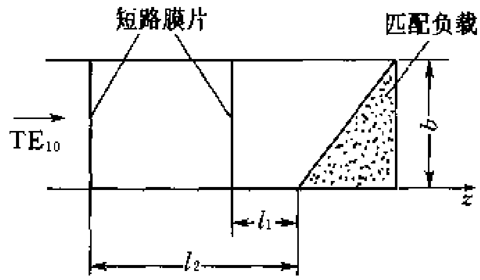


图 4.24 题 4-17 附图

4-18 试问：采用间距为 $(\lambda_g)_{TE_{10}}/2$ 的对称小孔激励 TE_{01p} 模圆柱形谐振腔（见图 4.11）可抑制哪些模式？为什么？

4-19 一段特性阻抗为 Z_c，长为 $2l$，工作于 TEM 模的空气同轴线两端被短路以构成同轴谐振腔，并将其中一半用相对介电常数 $\varepsilon_r=4$ 的无耗介质填充，如图 4.25 所示。

① 导出此同轴腔中振荡模式的谐振频率的表达式；

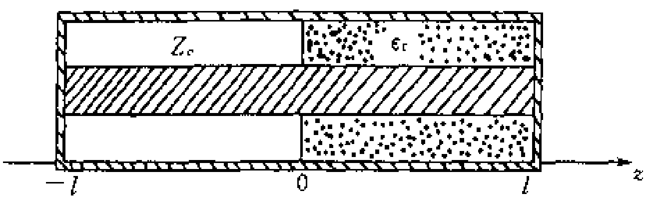


图 4.25 题 4-19 附图

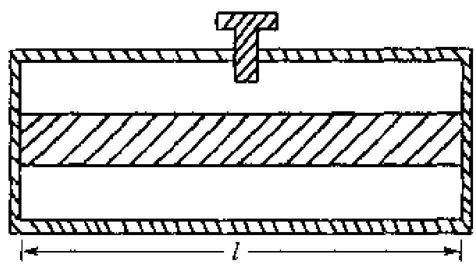


图 4.26 题 4-20 附图

② 导出此同轴腔中振荡模式电压分布的一般表达式，并画出前两个低次振荡模式电压幅度随 z 的变化曲线。

4－20　在如图 4.26 所示的同轴腔中沿径向插入一调谐螺钉，求此腔体频率的调谐范围。已知螺钉的等效电纳的变化范围为 0～0.4，腔长 $l = 16$ cm，同轴线的特性阻抗为 75 Ω。（按最低次模式计算）

4－21　分别画出矩形腔中 TE_{212}、TE_{112} 模式的场结构图。

4－22　分别画出圆柱形腔中 TE_{012}、TE_{112} 模式的场结构图。

4－23　分别画出用探针激励矩形腔中 TM_{212} 及圆柱腔中 TM_{112} 模式的最佳激励简图。

4－24　试导出边长为 a 的立方腔体中 TE_{mnp} 模和 TM_{mnp} 模式的品质因数 Q_0 的表达式。

4－25　一黄铜制空气矩形谐振腔的尺寸为 $a \times b \times l = 5\ \text{cm} \times 3\ \text{cm} \times 6\ \text{cm}$，谐振于主模。

① 求该腔体的谐振频率和品质因数；

② 设最大电场强度值为 500 V/m，求该腔体储存的总电磁场能量。

4－26　设计一工作于 TE_{011} 模的圆柱形谐振腔，谐振波长 $\lambda_0 = 8$ cm，要使该腔体的品质因数 Q_0 值尽可能高，并求其 Q_0 值。

4－27　一黄铜制 TE_{011} 模空气矩形谐振腔的尺寸为 $a \times b \times l = 5\ \text{cm} \times 2.5\ \text{cm} \times 5\ \text{cm}$，

① 求此谐振腔的谐振频率和品质因数；

② 若该腔体填充 $\varepsilon_{cd} = \varepsilon_0(2.56 - j5 \times 10^{-4})$ 的有耗介质，再求其谐振频率和品质因数。

4－28　一半径 $R = 2.5$ cm，长 $l = 5$ cm 的铜制圆柱形谐振腔，其中填充 $\varepsilon_{cd} = \varepsilon_0(2.1 - j1.5 \times 10^{-4})$ 的有耗介质，求工作于最低次模式时的谐振频率和品质因数。

4－29　一半径为 r 的细金属圆杆，沿 TE_{101} 模空气矩形谐振腔顶部壁面的中心插入腔体，插入深度为 h。试导出该腔体谐振频率的偏移公式。

4－30　根据腔体壁面形状微扰公式的推导思路，导出腔体中体积为 ΔV 的导体微扰引起的谐振频率的偏移公式。

4－31　试导出腔体中体积为 ΔV 的介质微扰 ($\varepsilon = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon$, $\mu = \mu_0 + \Delta\mu$) 引起的谐振频率的偏移公式。

4－32　利用习题 4－31 的结果，设在半径为 R、长度为 l 的 TM_{010} 模圆柱形谐振腔的轴线上插入一半径为 $a(a < R)$，介电常数为 ε 的电介质圆杆，试导出 TM_{010} 模的谐振频率偏移公式。

第 5 章

微波网络基础

在实际的雷达、通信和微波测量等系统中，除了第 3 章讨论的规则传输系统外，还包含着具有独立功能的各式各样的微波元件。例如第 4 章中讨论的微波谐振腔就是一种产生微波振荡的谐振元件。

研究微波元件的方法有两种：一种是“场”的分析方法，即由麦克斯韦方程组结合边界条件求解微波元件内部各点处电磁场的表达式，然后用等效参量表示元件各端口间的传输特性；另一种则是“路”的分析方法，它是把微波元件用一个网络来等效，然后采用低频网络理论求得元件各端口间信号的相互关系。“场”的分析方法在理论上是严格的，对任何元件都是适用的，但实际的微波元件的边界条件一般都比较复杂，单纯依靠电磁场理论分析它们的特性是困难的。同时，在实际的分析中，往往不需要了解元件内部的场结构，而只关心微波元件中的不均匀性区域对与其相连接的规则传输系统工作状态的影响。“路”的分析方法不但对分析不均匀性区域是重要的，而且对研究复杂的微波元件及其组件也是十分有用的。利用这种方法可以把规则传输系统（如金属波导）等效为均匀传输线，而把微波元件中的不均匀性区域根据连接的规则传输系统的个数等效为多端口的集中参数网络，如图 5.1 所示。其中 T_i 为第 i 个端口的参考面。

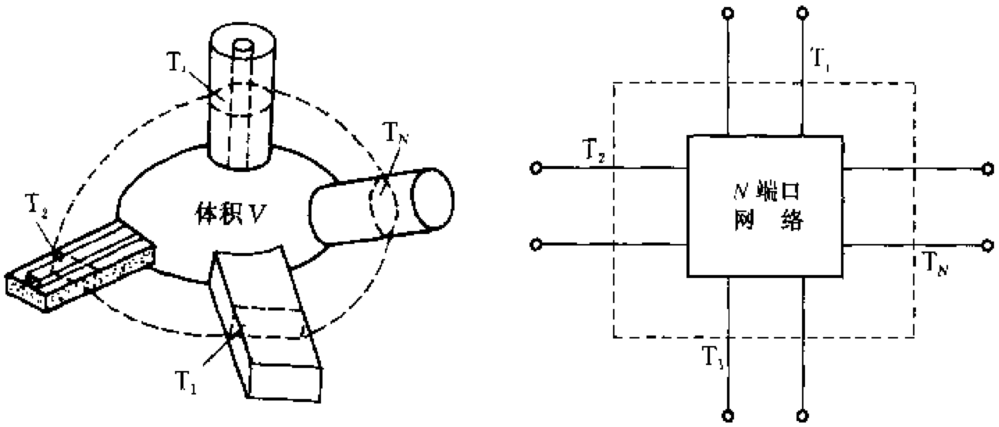


图 5.1　N 端口微波元件及其等效网络

尽管用“路”的分析方法可以获得元件的外部特性，但它却是以“场”的分析方法作为基础的，元件的外部特性及其等效网络只能由“场”的分析方法或测量方法得到。因此，微波网络的分析方法实际上是“场”、“路”的分析方法和测量方法相结合的综合研究方法。

本章将首先介绍等效原理；然后讨论微波网络的各种矩阵参量、特性；最后简单阐述二端口网络的工作特性参量。重点是微波网络的散射矩阵及其特性。

5.1 等效原理

从前面的讨论可知，要将一个微波元件等效为微波网络，除了把不均匀性区域等效为网络外，还要把与不均匀性区域相连接的单模规则色散传输系统等效为均匀传输线。下面介绍等效原理。

5.1.1 规则色散传输系统等效为均匀传输线

在低频电路中，电压和电流是可以直接测量的两个基本参量，它们具有明确的物理意义。在均匀传输线中，线上的电压和电流分别单值地对应于 TEM 模的横向电场和横向磁场，它们都有确定的含义和确定的值，沿线的电压、电流分布可用反射系数、驻波系数等参量反映出来。对像金属波导那样的色散传输系统，因为只能传播色散波，因此电压和电流的概念完全失去意义。由此可见，要使传输线理论适合于一切传输系统，必须引进等效参量来代替传输线理论中的电压和电流。这就是说，与色散传输系统中的传输模式相联系的电压和电流的概念，只能建立在等效的基础上。因此，为使规则色散传输系统等效为均匀传输线，首先需要建立等效电压、等效电流和等效阻抗的概念。下面以金属波导为例进行讨论。

设有一个任意截面、传输单一模式的规则金属波导，令其横向电磁场为 $\boldsymbol{E}_t(u, v, z)$ 和 $\boldsymbol{H}_t(u, v, z)$。为定义某参考面上的电压和电流，作以下规定：

① 电压 $U(z)$ 和电流 $I(z)$ 分别与 E_t 和 H_t 成正比；

② 电压和电流共轭乘积的实部等于平均传输功率；

③ 行波电压与行波电流之比等于选定的等效特性阻抗（简称等效阻抗）。

根据规定①，可将参考面上的横向电磁场写为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{E}_t(u, v, z) &= \boldsymbol{e}(u, v)U(z)\\ \boldsymbol{H}_t(u, v, z) &= \boldsymbol{h}(u, v)I(z)\end{aligned}\right\} \tag{5.1}$$

式中，$\boldsymbol{e}(u, v)$、$\boldsymbol{h}(u, v)$ 都是二维矢量实函数，代表了横向场的横向分布。因它们与色散传输系统中的传输模式有关，故称为矢量模式函数；$U(z)$ 和 $I(z)$ 都是一维标量复函数，它们反映了横向电磁场沿传播方向的变化规律。因它们也与传输模式有关，故称为金属波导中传输模式的等效电压和等效电流（简称为模式电压、模式电流或等效电压、等效电流）。

根据规定②，应有

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z)I^*(z)] = \frac{1}{2}\int_S \mathrm{Re}[\boldsymbol{E}_t(u, v, z) \times \boldsymbol{H}_t^*(u, v, z)] \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{5.2}$$

式中，积分区域为整个传输系统的横截面。将式(5.1)代入，得

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z)I^*(z)] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z)I^*(z)]\int_S [\boldsymbol{e}(u, v) \times \boldsymbol{h}^*(u, v)] \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

于是，$\boldsymbol{e}(u, v)$ 和 $\boldsymbol{h}(u, v)$ 满足

$$\int_S [\boldsymbol{e}(u, v) \times \boldsymbol{h}^*(u, v)] \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_S [\boldsymbol{e}(u, v) \times \boldsymbol{h}^*(u, v)] \cdot \boldsymbol{a}_z \mathrm{d}S = 1 \tag{5.3}$$

根据规定③，假设所选定的等效阻抗为 Z_e，有

$$Z_e = \frac{U(z)}{I(z)} \tag{5.4}$$

将式(5.1)代入，得

$$\frac{e(u,v)}{h(u,v)} = \frac{1}{Z_e}\frac{E_t}{H_t} = \frac{Z_w}{Z_e} \tag{5.5}$$

式中，Z_w 是金属波导中传输模式的波阻抗。

由(5.3)和(5.5)两式可知，当传输模式的横向场 $\boldsymbol{E}_t$、$\boldsymbol{H}_t$ 已知时，可求出 $\boldsymbol{e}(u,v)$、$\boldsymbol{h}(u,v)$，从而确定 $U(z)$、$I(z)$。

由此可见，只要用单模金属波导的等效电压和等效电流代替均匀传输线上的电压和电流，则可将单模金属波导等效为均匀传输线，而均匀传输线的性质及其分析方法都可应用于单模金属波导等效的传输线。

前面讨论的只是单模传输的金属波导的等效问题。当金属波导或其他色散传输系统存在多模传输时，由于每个模式的传输功率不受其他模式的影响(即各模式间没有能量耦合)，而各模式的传播常数等参量均不相同，因此每个模式均可用一条独立的等效传输线表示。这样，可把传输 N 个模式的金属波导或其他色散传输系统等效为 N 条独立的传输线。

5.1.2　金属波导的等效阻抗

由式(5.2)可见，由于满足功率恒等条件的 $U(z)$ 和 $I(z)$ 的值不是惟一的，因此单模波导等效为均匀传输线的等效阻抗 Z_e 也是不确定的。单模波导的等效阻抗 Z_e 的选择比较灵活，一般以实用、方便为原则。下面以 TE_{10} 模矩形波导为例讨论等效阻抗的选择。

当矩形波导传输 TE_{10} 模时，若用其波阻抗作为等效阻抗，则用这一等效阻抗来研究同尺寸的 TE_{10} 模波导的反射和匹配等问题，与实际情况是相符的。当两段宽边尺寸 a 相同而窄边尺寸 b 不同的波导相互连接时，尽管两者的波阻抗相同，但因连接处存在不连续性对入射波产生反射而不能获得匹配。在这种情况下，就不能用波阻抗作为等效阻抗使用。为了解决上述问题，人们又对 TE_{10} 模矩形波导定义了一个等效阻抗。

由电路理论可知，阻抗有以下三种定义，即

① 电压与电流定义：$Z_{dUI} = \dfrac{U}{I}$　(5.6a)

② 电压与功率定义：$Z_{dUP} = \dfrac{U^2}{2P}$　(5.6b)

③ 电流与功率定义：$Z_{dIP} = \dfrac{2P}{I^2}$　(5.6c)

对行波状态下矩形波中的 TE_{10} 模而言，可定义 $|E_y|_{x=a/2}$ 沿 y 方向从 0 到 b 的线积分为入射波的等效电压，即

$$U^+ = \int_0^b |E_y|_{x=a/2}\,dy = bE_{10} \tag{5.7}$$

定义波导一宽壁上 $|H_x|$ 沿 x 方向从 0 到 a 的线积分为入射波的等效电流，即

$$I^{\sim}=\int_{0}^{a}|H_{x}|\,\mathrm{d}x=\frac{2aE_{10}}{\pi Z_{\mathrm{TE}_{10}}}\tag{5.8}$$

并利用本书上册式(5.51),可求得通过波导横截面的入射波功率为

$$P^{\mathrm{i}}=\frac{1}{2Z_{\mathrm{TE}_{10}}}\int_{0}^{a}\int_{0}^{b}|E_{y}|^{2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{abE_{10}^{2}}{4Z_{\mathrm{TE}_{10}}}\tag{5.9}$$

这就是本书上册式(5.110)。将(5.7)、(5.8)和(5.9)三式分别代入(5.6)中的三式,并令 $U^{\mathrm{i}}=U$, $I^{\mathrm{i}}=I$, $P^{\mathrm{i}}=P$ 及 $Z_{\mathrm{i}}=Z_{\mathrm{e}}$,得

$$Z_{eUI}=\frac{\pi}{2}\,\frac{b}{a}\eta\,\frac{\lambda_{g}}{\lambda}=\frac{\pi}{2}\,\frac{b}{a}Z_{\mathrm{TE}_{10}}\tag{5.10a}$$

$$Z_{eUP}=2\,\frac{b}{a}\eta\,\frac{\lambda_{g}}{\lambda}=2\,\frac{b}{a}Z_{\mathrm{TE}_{10}}\tag{5.10b}$$

$$Z_{eIP}=\frac{\pi^{2}}{8}\,\frac{b}{a}\eta\,\frac{\lambda_{g}}{\lambda}=\frac{\pi^{2}}{8}\,\frac{b}{a}Z_{\mathrm{TE}_{10}}\tag{5.10c}$$

以上三式表明,利用三种定义导出的 TE_{10}模的等效阻抗并非相同,其原因在于所定义的电压没有真实的物理意义,位置也是任意选取的,从而使得 TE_{10}模的传输功率与所定义的电压、电流没有物理上的内在联系。然而,尽管这三个表达式不同,但仅其系数不同,它们与波导尺寸和波长的关系却相同。实际应用中,为简单起见,通常只取与截面尺寸和波长有关的部分,即取

$$Z_{\mathrm{e}}=\frac{b}{a}\eta\,\frac{\lambda_{g}}{\lambda}=\frac{b}{a}Z_{\mathrm{TE}_{10}}\tag{5.11}$$

作为 TE_{10}模无量纲的等效阻抗。

值得指出,选择式(5.11)作为 TE_{10}模矩形波导的等效阻抗虽能解决一些问题,但不可能解决任何问题。

例 5.1 求矩形波导单模传输 TE_{10}模的等效电压和等效电流。

解:因矩形波导 TE_{10}模的横向电磁场分别为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{\mathrm{t}}&=\boldsymbol{a}_{y}E_{y}=\boldsymbol{a}_{y}E_{10}\sin\frac{\pi x}{a}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z}\\ \boldsymbol{H}_{\mathrm{t}}&=\boldsymbol{a}_{x}H_{x}=-\boldsymbol{a}_{x}\frac{E_{10}}{Z_{\mathrm{TE}_{10}}}\sin\frac{\pi x}{a}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z}\end{aligned}\right\}\tag{5.12}$$

式中,$E_{10}=-j\omega\mu a H_{0}/\pi$;$Z_{\mathrm{TE}_{10}}=\eta/\sqrt{1-(\lambda/2a)^{2}}$,为 TE_{10}模的波阻抗。将上式与式(5.1)比较,有

$$\boldsymbol{e}=\boldsymbol{a}_{y}C\sin\frac{\pi x}{a}\tag{5.13}$$

式中,C 为待定常数。将式(5.11)代入式(5.5),可得

$$\frac{e}{h}=\frac{Z_{\mathrm{TE}_{10}}}{Z_{\mathrm{e}}}=\frac{a}{b}$$

因 $\boldsymbol{E}_t$ 和 $\boldsymbol{H}_t$ 在波导横截面上相互垂直，于是，由式(5.13)即可得到 $\boldsymbol{h}$ 的表达式，即

$$\boldsymbol{h} = -\boldsymbol{a}_x \frac{b}{a} C \sin \frac{\pi x}{a} \tag{5.14}$$

将(5.13)和(5.14)两式代入式(5.3)，可得

$$\int_S [\boldsymbol{e}(u, v) \times \boldsymbol{h}(u, v)] \cdot \boldsymbol{a}_z \mathrm{d}S = \frac{b}{a} \int_0^a \int_0^b C^2 \sin^2 \frac{\pi x}{a} \mathrm{d}x \mathrm{d}y = 1$$

故有

$$C = \frac{\sqrt{2}}{b}$$

将上式代入(5.13)和(5.14)两式，即得

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{e} &= \boldsymbol{a}_y \frac{\sqrt{2}}{b} \sin \frac{\pi x}{a} \\ \boldsymbol{h} &= -\boldsymbol{a}_x \frac{\sqrt{2}}{a} \sin \frac{\pi x}{a} \end{aligned}\right\} \tag{5.15}$$

再由(5.12)、(5.15)两式，得等效电压和等效电流分别为

$$\left.\begin{aligned} U &= \frac{b}{\sqrt{2}} E_{10} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} \\ I &= -\frac{a}{\sqrt{2}} \frac{E_{10}}{Z_{\mathrm{TE}_{10}}} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} \end{aligned}\right\} \tag{5.16}$$

5.1.3　阻抗、电压和电流的归一化

在微波网络的计算中，常需要将等效传输线上的电压、电流和阻抗分别对某个参数值进行归一化。采用归一化值可使问题的分析和计算得以简化。

根据式(2.64)可知，均匀传输线的归一化阻抗和反射系数间的关系为

$$z = \frac{Z}{Z_c} = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \tag{5.17}$$

因反射系数可通过测量惟一确定，故归一化阻抗也被惟一确定。在传输线理论中，归一化阻抗是以均匀传输线的特性阻抗 Z_c 作为参考阻抗的，对规则色散传输系统则以等效阻抗 Z_e 作为参考阻抗。

根据归一化阻抗的概念，与规则色散传输系统等效的均匀传输线上的归一化电压和归一化电流应满足以下关系：

$$z = \frac{Z}{Z_e} = \frac{\dfrac{U}{\sqrt{Z_e}}}{I\sqrt{Z_e}} = \frac{u}{i} \tag{5.18}$$

$$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(UI^*) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(ui^*) \tag{5.19}$$

于是，定义归一化电压和归一化电流分别为

$$u = \frac{U}{\sqrt{Z_e}} \tag{5.20}$$

$$i = I\sqrt{Z_e} \tag{5.21}$$

电压、电流和阻抗归一化后，等效传输线上的入射波（反射波）电压和入射波（反射波）电流则满足以下关系：

$$z_e = \frac{u^+}{i^+} = -\frac{u^-}{i^-} = 1$$

于是，$u^+ = i^+$，$u^- = -i^-$。因此，入射波功率为

$$P^+ = \frac{1}{2}\mathrm{Re}(u^+ i^{+*}) = \frac{1}{2}|u^+|^2 \tag{5.22}$$

由此可见，归一化入射波电压和归一化入射波电流相等，而入射波功率也只与归一化入射波电压的模的平方有关。因此，在归一化网络中只需引入一个量，即归一化入射波电压，这样可使网络的分析大为简化。

5.1.4 不均匀性区域等效为网络

任何一个微波元件都是由不均匀性区域和与其相连接的规则传输系统所构成。前面我们已经讨论了色散传输系统等效为均匀传输线的等效方法，这里则简单地介绍如何将不均匀性区域等效为网络。

在不均匀性区域内部和边界上的电场和磁场必须满足麦克斯韦方程组，等效的依据就是这些方程组的解的惟一性定理。所谓惟一性定理，就是在封闭曲面所包围区域的边界上，若给定边界面上各点处的切向电场或切向磁场，或给定一部分边界面上各点处的切向电场和其余边界面上各点处的切向磁场，则封闭区域内任一点处的电磁场被惟一地确定。由于不均性区域的边界是由理想导体和与其相连接的分支规则传输系统的端口参考面所组成，而理想导体面上的切向电场为零，因此只需考虑不均匀性区域的端口参考面上的切向场，此切向场就是与不均匀性区域相连接的分支规则传输系统端口参考面上的横向场。对一个具有 N 个端口的不均匀性区域而言，则有 $2N$ 个端口的横向场变量。根据惟一性定理可知，若给定各个端口参考面上的横向电场，则各个端口参考面上的横向磁场以及不均匀性区域内部的场分布也被惟一地确定；反之，当给定各端口参考面上的横向磁场时，各参考面上的横向电场和内部的场分布也被惟一地确定。由于网络各端口参考面上的等效电压和等效电流正比于各端口参考面上的横向电场或横向磁场，这样，端口参考面上的场变量就可以用等效电压或等效电流来代替，从而将原来对不均匀性区域端口参考面上的特性的研究变成确定网络端口参考面上的等效电压（以下简称电压）与等效电流（以下简称电流）之间的关系。

考虑如图 5.1 所示的 N 端口微波元件。假设与该元件的不均匀性区域相连接的各个分支传输系统均工作于主模，并选取各参考面 T_i 与波的传播方向相垂直，且选取参考面距离不均匀性区域的足够远处（一般选为一个波导波长以上），认为在该参考面处由不均匀性区域激起的高次模式的场的振幅可忽略不计，而不均匀性区域对主模的影响完全反映在与

其等效的 N 端口网络中。值得指出的是，参考面的选取是任意的，但参考面被选定后则不能随意改变。这是因为规则传输系统实际上是微波网络的一部分，选择不同的参考面，将得到不同的等效网络结构。这就是说，微波网络的结构形式与参考面的选择密切相关。

假设包围不均匀性区域的封闭面内无源，则封闭面内的电磁场满足以下的复坡印亭定理（本书上册式(2.105)）：

$$\int_V \nabla \cdot \left(\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*\right)\mathrm{d}V = -j\frac{\omega}{2}\int_V(\mu\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{H}^* - \epsilon\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{E}^*)\mathrm{d}V - \frac{1}{2}\int_V \sigma\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{E}^*\,\mathrm{d}V$$
$$= -j2\omega(W_m - W_e) + P_l \tag{5.23}$$

式中，W_m、W_e 和 P_l 分别为体积 V 内储存的平均磁场能量、平均电场能量和平均损耗功率。对式(5.23)左端的体积应用散度定理，有

$$\frac{1}{2}\int_V \nabla\cdot(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*)\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\oint_S(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*)\cdot\boldsymbol{a}_n\mathrm{d}S = \frac{1}{2}\int_{S'+\sum_{i=1}^{N}S_i}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*)\cdot\boldsymbol{a}_n\mathrm{d}S$$

式中，$\boldsymbol{a}_n$ 为封闭面 S 的外法向单位矢量；S' 为除各端口参考面 S_i 以外的曲面（$S = S' + \sum_{i=1}^{N} S_i$）。在理想导体的封闭面 S' 上，有 $\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{E}=0$，因此上式沿网络的封闭面 S' 的面积分为零，只剩下对 N 个端口参考面 T_i 的面积分，即

$$\frac{1}{2}\int_V \nabla\cdot(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*)\mathrm{d}V = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\int_{S_i}(\boldsymbol{E}_{ti}\times\boldsymbol{H}_{ti}^*)\cdot\boldsymbol{a}_n\mathrm{d}S \tag{5.24a}$$

根据式(5.1)，有

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{ti}(u_i, v_i, z_i) &= \boldsymbol{e}_i(u_i, v_i)U_i(z_i)\\ \boldsymbol{H}_{ti}(u_i, v_i, z_i) &= \boldsymbol{h}_i(u_i, v_i)I_i(z_i)\end{aligned}\right\}$$

将上式代入式(5.24a)，并利用归一化条件，可得

$$\frac{1}{2}\int_V \nabla\cdot(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*)\mathrm{d}V = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}U_iI_i^* \tag{5.24b}$$

式中的负号是由于规定电流指向网络而引起的。

比较(5.23)和(5.24b)两式，可得

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}U_iI_i^* = j2\omega(W_m - W_e) + P_l \tag{5.25}$$

此式实际上是用复功率表示的能量守恒定律，它表明流入 N 端口网络的复功率应等于网络的消耗功率（有功功率）与网络中的电磁场储能的时间变化率（无功功率）之和。

若不均匀性区域内填充线性媒质，则麦克斯韦方程组为线性方程组，各场强间的关系是线性的，与其相对应的各端口参考面上的电压和电流间的关系也是线性的。对于这种线性网络，各端口参考面上的电压和电流关系可用一组具有常系数的方程组来表示，而这种方程组的常系数即为网络参量。由此可见，N 端口网络的网络参量可用一个 N 阶方阵来表示。

从下一节开始，我们将讨论各种网络矩阵参量的定义、性质以及它们之间的相互关系。在讨论过程中，将假设网络线性、无源。

5.2　阻抗、导纳和转移矩阵

5.2.1　阻抗和导纳矩阵

对一个等效的 N 端口微波网络，若已知各端口参考面上的电流，要求各端口参考面上的电压时，用阻抗矩阵描述最为方便。利用线性叠加原理，可写出用各端口参考面上电流表示各端口参考面上电压的线性方程组，即

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + \cdots + Z_{1N}I_N \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + \cdots + Z_{2N}I_N \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ U_N &= Z_{N1}I_1 + Z_{N2}I_2 + \cdots + Z_{NN}I_N \end{aligned}\right\} \tag{5.26}$$

用矩阵形式表示则为

$$[U] = [Z][I] \tag{5.27}$$

式中，$[U]=\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_N \end{bmatrix}$，$[I]=\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}$，为列矩阵；$[Z]=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix}$，为网络的阻抗矩阵，是 N 阶方阵，而 Z_{ij} 则为阻抗矩阵参量。

同理，可写出用电压表示电流的 N 端口网络的矩阵方程为

$$[I] = [Y][U] \tag{5.28}$$

式中，$[Y]=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \cdots & Y_{NN} \end{bmatrix}$，为网络的导纳矩阵。

下面我们引出阻抗和导纳矩阵的一个基本性质。

性质 1：若网络内部不包含各向异性媒质（ε、μ、σ 均为标量），即网络呈可逆（互易）状态，则网络参量满足以下关系式：

$$Z_{ji} = Z_{ij},\ Y_{ji} = Y_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \cdots, N, i \neq j) \tag{5.29}$$

这种网络称为可逆（互易）网络，反之则称为不可逆（非互易）网络。

性质 2：若网络无耗，则网络的所有阻抗和导纳参量均为纯虚数，即

$$Z_{ij} = jX_{ij},\ Y_{ij} = jB_{ij} \quad (i, j = 1,2, \cdots, N) \tag{5.30}$$

性质 3：若 N 端口网络在结构上具有对称性，如第 i 个端口和第 j 个端口具有对称性，则网络的阻抗和导纳参量满足以下关系：

$$Z_{ii} = Z_{jj},\ Y_{ii} = Y_{jj} \quad (i \neq j) \tag{5.31}$$

阻抗和导纳矩阵的以上三个性质是推导其他网络参量性质的基础。

在微波网络中，常遇到网络的各端口接不同等效阻抗传输线的情况，在此情况下，为计算方便，需将各端口参考面上的电压、电流以及阻抗或导纳进行归一化，使网络参量与端接传输线的等效阻抗无关。

利用式(5.20)与式(5.21)中未归一化电压、电流与归一化值间的关系，可写出阻抗和导纳参量的归一化形式为

$$\left.\begin{aligned} z_{ii} &= \frac{Z_{ii}}{Z_{ei}}, \quad z_{ij} = \frac{Z_{ij}}{\sqrt{Z_{ei}Z_{ej}}} \\ y_{ii} &= \frac{Y_{ii}}{Y_{ei}}, \quad y_{ij} = \frac{Y_{ij}}{\sqrt{Y_{ei}Y_{ej}}} \end{aligned}\right\} \tag{5.32}$$

于是，(5.27)和(5.28)两式的归一化形式分别为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1N} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_{N1} & z_{N2} & \cdots & z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} \tag{5.33a}$$

或

$$[u] = [z][i] \tag{5.33b}$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1N} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{N1} & y_{N2} & \cdots & y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} \tag{5.34a}$$

或

$$[i] = [y][u] \tag{5.34b}$$

由(5.33b)和(5.34b)两式不难导出

$$[y] = [z]^{-1} \text{或} \ [z] = [y]^{-1} \tag{5.35}$$

归一化阻抗和导纳参量仍具有以下性质：

(1) 互易性：$z_{ij} = z_{ji}$，$y_{ij} = y_{ji}$　$(i, j = 1, 2, \cdots, N, i \neq j)$；

(2) 对称性：$z_{ii} = z_{jj}$，$y_{ii} = y_{jj}$　$(i, j = 1, 2, \cdots, N)$。

N 个端口的网络一般有 N^2 个独立参量，若网络可逆(互易)，因 $Z_{ji} = Z_{ij}$，$Y_{ji} = Y_{ij}$(或 $z_{ji} = z_{ij}$，$y_{ji} = y_{ij}$)，故独立参量减少到 $N(N+1)/2$ 个。若网络具有 k 个对称关系，则独立参量减少到 $[N(N+1)/2-k]$ 个。如二端口互易网络有三个独立参量，而对称二端口网络则只有两个独立参量。

5.2.2　转移矩阵

只有两个端口并在分支传输线系统中只有一个传输模式的微波元件可等效为如图 5.2

所示的二端口网络。其中 U_1、I_1 代表端口参考面 T_1 处的电压和电流，U_2、I_2 代表 T_2 处的电压和电流，Z_{c1}、Z_{c2} 分别为输入、输出(等效)均匀传输线的(等效)特性阻抗(为了同均匀传输线使用的符号统一，这里将 Z_{c1}、Z_{c2} 分别用 Z_{c}、Z_{c1} 代替)。

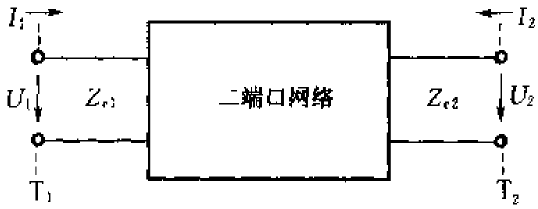


图 5.2　二端口网络

若用输出端口参考面 T_2 上的电压 U_2 和电流 $-I_2$ 来表示输入端口参考面 T_1 上的电压 U_1 和电流 I_1，则可得到以下的线性方程组：

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= AU_2 - BI_2 \\ I_1 &= CU_2 - DI_2 \end{aligned}\right\} \tag{5.36}$$

式中的负号是由于对 I_2 正方向的规定而引出的，网络转移矩阵是规定网络输出端口参考面上的电流指向网络外部，这样规定的电流方向在实际应用中更为方便。式(5.36)可用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = [A]\begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \tag{5.37}$$

式中，$[A] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$，称为二端口网络的转移矩阵。$A$、$B$、$C$、$D$ 为网络的转移参量，由输出端口参考面 T_2 处开路或短路条件定义如下：

$A = \left.\dfrac{U_1}{U_2}\right|_{I_2=0}$，表示输出端口参考面 T_2 开路时电压传输系数的倒数；

$B = \left.\dfrac{U_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}$，表示输出端口参考面 T_2 短路时的转移阻抗；

$C = \left.\dfrac{I_1}{U_2}\right|_{I_2=0}$，表示输出端口参考面 T_2 开路时的转移导纳；

$D = \left.\dfrac{I_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}$，表示输出端口参考面 T_2 短路时的电流转移系数。

将式(5.37)中的电压、电流分别对 Z_{c1}、Z_{c2} 归一化，可得

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = [a]\begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} \tag{5.38}$$

式中，$[a] = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$，为归一化的转移矩阵，而 $a = A\sqrt{Z_{c2}/Z_{c1}}$，$b = B/\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}$，$c = C\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}$，$d = D\sqrt{Z_{c1}/Z_{c2}}$。

由二端口网络的归一化阻抗矩阵方程

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

可解出用 u_2、$-i_2$ 表示 u_1、i_1 的矩阵方程，再同归一化的转移矩阵方程(5.38)相比较，得

$$a = \frac{z_{11}}{z_{21}},\ b = \frac{z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}}{z_{21}},\ c = \frac{1}{z_{21}},\ d = \frac{z_{22}}{z_{21}} \tag{5.39}$$

由此可从归一化阻抗参量的性质导出归一化转移参量的以下性质：

① 网络互易：$ad - bc = 1$；

② 网络对称：$a = d$；

③ 网络无耗：a、d 为实数，b、c 为虚数。

由于转移矩阵方程是用网络输出端口参考面上电压和电流来表示输入端口参考面上电压、电流之间关系的，故在分析级联二端口网络时十分有用。对于如图 5.3 所示的转移矩阵分别为$[a_1]$，$[a_2]$，…，$[a_N]$的 N 个二端口级联网络，其中 T_1 和 T_2，T_2 和 T_3，…，T_N 和 T_{N+1}分别为第 1 个，第 2 个，…，第 N 个分网络的两个参考面，各个分网络的归一化转移矩阵方程分别为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = [a_1] \begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ i_3 \end{bmatrix} = [a_2] \begin{bmatrix} u_3 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

$$\vdots$$

$$\begin{bmatrix} u_N \\ i_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_N & b_N \\ c_N & d_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{N+1} \\ i_{N+1} \end{bmatrix} = [a_N] \begin{bmatrix} u_{N+1} \\ i_{N+1} \end{bmatrix} \tag{5.40}$$

而总网络的归一化转移矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{N+1} \\ i_{N+1} \end{bmatrix} = [a] \begin{bmatrix} u_{N+1} \\ i_{N+1} \end{bmatrix} \tag{5.41}$$

于是，由(5.40)和(5.41)两式，有

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} a_N & b_N \\ c_N & d_N \end{bmatrix}$$

或

$$[a] = [a_1][a_2]\cdots[a_N] \tag{5.42}$$

由此可见，级联二端口网络总的转移矩阵等于各个分网络的转移矩阵之积。

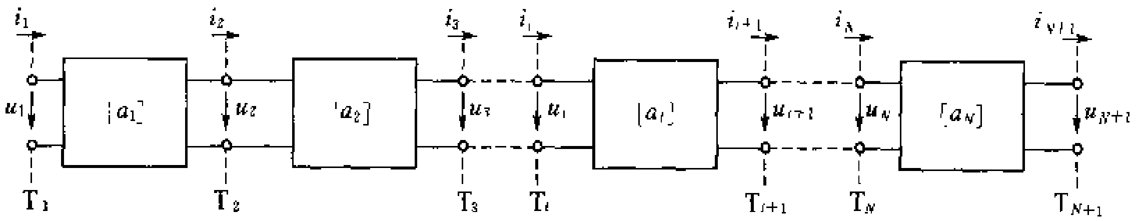


图 5.3　二端口网络的级联

利用转移参量求解输出端口参考面上接任意负载的二端口网络输入端口参考面上的输入阻抗和反射系数较为方便，如图 5.4 所示。

由式(5.37)，并考虑到网络输出端口参考面 T_2 上的电压 U_2 和电流 $-I_2$ 间的关系为 $U_2/(-I_2) = Z_l$。于是，参考面 T_1 处的输入阻抗为

$$Z_{in} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{AU_2 - BI_2}{CU_2 - DI_2} = \frac{AZ_l + B}{CZ_l + D} \tag{5.43}$$

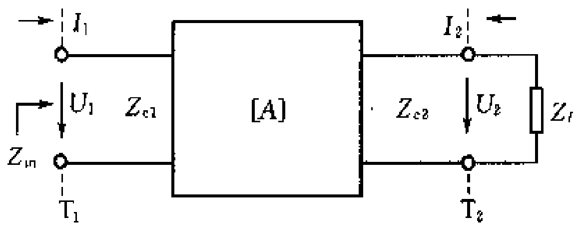


图 5.4　接有任意负载的二端口网络

将上式中的电压和电流分别对 Z_{c1} 和 Z_{c2} 进行归一化，可得

$$z_{in} = \frac{u_1}{i_1} = \frac{az_l + b}{cz_l + d} \tag{5.44}$$

式中，$z_{in} = Z_{in}/Z_{c1}$，$z_l = Z_l/Z_{c2}$。由上式即得参考面 T_1 处的输入端反射系数为

$$\Gamma_{in} = \frac{z_{in} - 1}{z_{in} + 1} = \frac{(a-c)z_l + (b-d)}{(a+c)z_l + (b+d)} \tag{5.45}$$

前述的三种网络矩阵各有用处，但在微波网络的分析和计算中，使用更多的则是转移矩阵。由于归一化阻抗、归一化导纳和归一化转移矩阵均是描述网络各端口参考面上的归一化电压和归一化电流之间关系的，因此它们之间必然存在着转换关系，其转换公式列于表 5.1 中。

表 5.1　[z]、[y]及[a]间的转换公式

网络参量	以 y 参量表示	以 z 参量表示	以 a 参量表示
$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{z_{22}}{\lvert z\rvert} & -\frac{z_{12}}{\lvert z\rvert} \\ -\frac{z_{21}}{\lvert z\rvert} & \frac{z_{11}}{\lvert z\rvert} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{d}{b} & -\frac{ad-bc}{b} \\ -\frac{1}{b} & \frac{a}{b} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{y_{22}}{\lvert y\rvert} & -\frac{y_{12}}{\lvert y\rvert} \\ \frac{y_{21}}{\lvert y\rvert} & \frac{y_{11}}{\lvert y\rvert} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{a}{c} & \frac{ab-bc}{c} \\ \frac{1}{c} & \frac{d}{c} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$	$-\begin{bmatrix} \frac{y_{22}}{y_{21}} & \frac{1}{y_{21}} \\ \frac{\lvert y\rvert}{y_{21}} & \frac{y_{11}}{y_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{z_{11}}{z_{21}} & \frac{\lvert z\rvert}{z_{21}} \\ \frac{1}{z_{21}} & \frac{z_{22}}{z_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

表中：$|z| = z_{11}z_{22} - z_{12}z_{21}$，$|y| = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$

5.3　散射矩阵

上一节，我们讨论了表征微波网络的三种电路矩阵，在工程中用它们来描述微波网络不太方便。这是因为在微波电路中，电压和电流的概念已失去明确的物理意义，且在微波频率上难以实现上述三种矩阵参量所要求的各参考面上开路的要求。而在微波频率上能直接测量的是驻波系数、反射系数以及功率等，即在网络相连接的各分支传输系统的端口参考面上的入射波和反射波的相对大小和相位（相对入射波而言）是可测量的。散射矩阵就是用网络各端口参考面上的入射波和反射波来描述微波网络的，它是在微波网络的分析和综合中用

得最多的一种概念清晰又便于测量的网络矩阵。

5.3.1　散射参量的定义

由传输线理论可知，传输线上任一点 z 处的电压和电流可表示为

$$\left.\begin{aligned} U(z) &= U^+ e^{-\gamma z} + U^- e^{\gamma z} \\ I(z) &= \frac{1}{Z_c}(U^+ e^{-\gamma z} - U^- e^{\gamma z}) \end{aligned}\right\} \tag{5.46}$$

将上式进行整理，并将电压和电流对 Z_c 进行归一化，可得

$$\left.\begin{aligned} \frac{U^+ e^{-\gamma z}}{\sqrt{Z_c}} &= \frac{1}{2}\left[\frac{U(z)}{\sqrt{Z_c}} + \sqrt{Z_c} I(z)\right] \\ \frac{U^- e^{+\gamma z}}{\sqrt{Z_c}} &= \frac{1}{2}\left[\frac{U(z)}{\sqrt{Z_c}} - \sqrt{Z_c} I(z)\right] \end{aligned}\right\} \tag{5.47}$$

令

$$u^+ = \frac{U^+ e^{-\gamma z}}{\sqrt{Z_c}},\ u^- = \frac{U^- e^{+\gamma z}}{\sqrt{Z_c}} \tag{5.48}$$

分别为归一化入射波和归一化反射波（或归一化出射波），显然有

$$\frac{u^-}{u^+} = \frac{U^- e^{+\gamma z}}{U^+ e^{-\gamma z}} = \frac{U^-}{U^+} e^{2\gamma z} = \Gamma(z) \tag{5.49}$$

求解式(5.47)，得

$$\left.\begin{aligned} U(z) &= \sqrt{Z_c}(u^+ + u^-) \\ I(z) &= \frac{1}{\sqrt{Z_c}}(u^+ - u^-) \end{aligned}\right\} \tag{5.50}$$

或写成归一化形式为

$$\left.\begin{aligned} u &= u^+ + u^- \\ i &= u^+ - u^- \end{aligned}\right\} \tag{5.51}$$

于是，传输线上任一点的传输功率为

$$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}[U(z) I^*(z)] = \frac{1}{2}(u^+ u^{+*} - u^- u^{-*}) = \frac{1}{2}(|u^+|^2 - |u^-|^2) \tag{5.52}$$

这表明传输线上任一点处的传输功率为入射波功率与反射波功率之差，而线上的归一化电压和归一化电流也可用归一化入射波和归一化反射波来表示，从而把无法用电压和电流表征的微波网络参量问题，归结到用入射波和反射波的概念来描述。同样，由式(5.51)可以导出用归一化电压和归一化电流表示归一化入射波和归一化反射波的表达式，即

$$u^+ = \frac{1}{2}(u + i),\ u^- = \frac{1}{2}(u - i) \tag{5.53}$$

若将上述讨论的传输线视为一微波网络的第 i 根分支传输系统，那么在此传输系统中

就有入射波和反射波存在，如图 5.5 所示。归一化入射波和归一化反射波间的关系可表示为 $u_i^- = \Gamma_i u_i^+ = S_{ii}u_i^+$。再考虑如图 5.6 所示的二端口网络，若以各端口参考面上的归一化入射波表示归一化反射波，则可写为

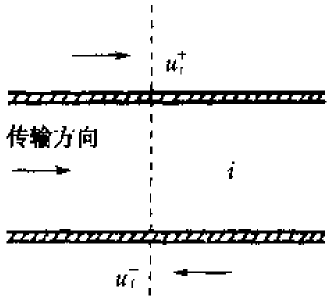


图 5.5　第 i 根分支传输系统上的归一化入射波和反射波

$$\left.\begin{aligned} u_1^- &= S_{11}u_1^+ + S_{12}u_2^+ \\ u_2^- &= S_{21}u_1^+ + S_{22}u_2^+ \end{aligned}\right\} \tag{5.54}$$

用矩阵形式表示则为

$$\begin{bmatrix} u_1^- \\ u_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1^+ \\ u_2^+ \end{bmatrix} \tag{5.55}$$

或简写为

$$[u^-] = [S][u^+] \tag{5.56}$$

式中，$[u^-]$、$[u^+]$分别为归一化反射波和归一化入射波的列矩阵；$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$，为散射矩阵；而 S_{11}、S_{12}、S_{21} 及 S_{22} 为散射参量。

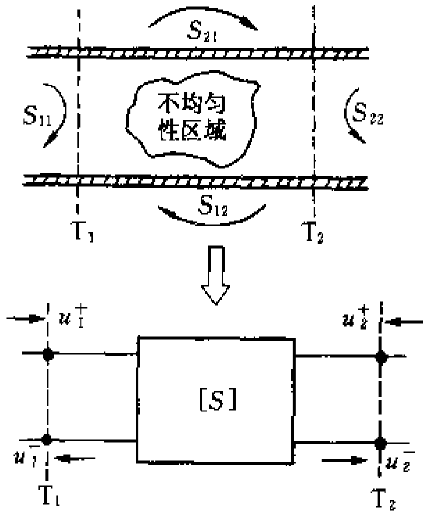


图 5.6　二端口网络的散射矩阵描述

式(5.54)中，各散射参量定义如下：

$S_{11} = \left.\frac{u_1^-}{u_1^+}\right|_{u_2^+=0} = \Gamma_1$，表示二端口网络 T_2 处接匹配负载时，T_1 处的反射系数；

$S_{12} = \left.\frac{u_1^-}{u_2^+}\right|_{u_1^+=0} = T_{12}$，表示二端口网络 T_1 处接匹配负载时，端口 2 到端口 1 的电压传输系数；

$S_{21} = \left.\frac{u_2^-}{u_1^+}\right|_{u_2^+=0} = T_{21}$，表示二端口网络 T_2 处接匹配负载时，端口 1 到端口 2 的电压传输系数；

$S_{22} = \left.\frac{u_2^-}{u_2^+}\right|_{u_1^+=0} = \Gamma_2$，表示二端口网络 T_1 处接匹配负载时，T_2 处的反射系数。

由此可见，散射参量代表反射系数和传输系数，一般情况下均为复数。采用散射参量描述网络的优点是显而易见的，因为利用网络输入和输出端口参考面上接匹配负载即可测定各个散射参量。如为使 $u_2^- = 0$，只要在网络的输出端口参考面上接 Z_{c2} 即可。同样，为使 $u_1^+ = 0$，则只要在网络输入端口参考面上接 Z_{c1}。实际上，各端口所接的分支传输系统的（等效）特性阻抗往往相同（即 $Z_{c1} = Z_{c2}$）。

以上分析二端口网络的结果可推广到 N 端口网络的情况。如果在第 N 端口的参考面上有归一化入射波 u_N^+ 单独进入网络，那么将在各端口参考面上有归一化出射波 $u_1^- = S_{1N}u_N^+$，$u_2^- = S_{2N}u_N^+$，…，$u_N^- = S_{NN}u_N^+$ 存在。若网络的各端口参考面上同时有 u_1^+，u_2^+，…，u_N^+ 进入网络，则由叠加原理可知，网络各端口参考面上的归一化出射波为

$$\left.\begin{aligned}u_1^- &= S_{11}u_1^+ + S_{12}u_2^+ + \cdots + S_{1N}u_N^+ \\ u_2^- &= S_{21}u_1^+ + S_{22}u_2^+ + \cdots + S_{2N}u_N^+ \\ &\cdots\cdots \\ u_N^- &= S_{N1}u_1^+ + S_{N2}u_2^+ + \cdots + S_{NN}u_N^+\end{aligned}\right\} \tag{5.57}$$

用矩阵形式表示则为

$$\begin{bmatrix} u_1^- \\ u_2^- \\ \vdots \\ u_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^+ \\ u_2^+ \\ \vdots \\ u_N^+ \end{bmatrix} \tag{5.58}$$

或简写为

$$[u^-] = [S][u^+] \tag{5.59}$$

式中,各散射参量定义为

$$S_{ij} = \left.\frac{u_i^-}{u_j^+}\right|_{u_1^+ = u_2^+ = \cdots = u_k^+ = \cdots = 0} \quad (i, j = 1, 2, \cdots, N, k \neq j) \tag{5.60}$$

它表示当 $i \neq j$,除第 j 个端口外其余各端口参考面均接匹配负载时,第 j 个端口到第 i 个端口的电压传输系数。

$$S_{ii} = \left.\frac{u_i^-}{u_i^+}\right|_{u_1^+ = u_2^+ = \cdots = u_k^+ = \cdots = 0} = \Gamma_i \quad (i = 1, 2, \cdots, N, k \neq i) \tag{5.61}$$

它表示除第 i 个端口外,其余各端口参考面均接匹配负载时,第 i 个端口参考面上的反射系数。

5.3.2 [S]同[z]、[y]及[a]间的转换关系

在分析和计算微波网络时,常需要将[S]转换成[z]、[y]或[a],或将[z]、[y]及[a]转换成[S]。因为散射矩阵是描述网络端口参考面上归一化入射波和归一化反射波间的关系的,其余三种矩阵则描述网络端口参考面上的归一化电压和归一化电流间的关系的,既然它们可描述同一网络,因此它们之间必然存着一定的转换关系。

1) [S]与[z]和[y]间的转换关系

对一 N 端口网络,第 i 个端口参考面上的归一化入射波和归一化反射波可用该端口参考面上的归一化电压和归一化电流表示为

$$u_i^+ = \frac{1}{2}(u_i + i_i)$$

$$u_i^- = \frac{1}{2}(u_i - i_i)$$

若用矩阵表示,则为

$$[u^+] = \frac{1}{2}([u] + [i]) = \frac{1}{2}([z] + [I])[i]$$

$$[u^-] = \frac{1}{2}([u] - [i]) = \frac{1}{2}([z] - [I])[i]$$

式中，$[I]$为单位矩阵。整理以上两式，并注意到式(5.59)，于是有

$$[S] = ([z] - [I])([z] + [I])^{-1} \tag{5.62}$$

同理可得

$$[z] = ([I] + [S])([I] - [S])^{-1} \tag{5.63}$$

显然，对单端口网络，式(5.62)变为

$$[S] = S_{11} = \Gamma_1 = (z-1)(z+1)^{-1} = \frac{(z-1)}{(z+1)}$$

同理可导出$[S]$与$[y]$间的关系：

$$[S] = ([I] - [y])([I] + [y])^{-1} \tag{5.64}$$

以及

$$[y] = ([I] - [S])([I] + [S])^{-1} \tag{5.65}$$

2) $[S]$与$[a]$间的转换关系

在二端口网络，特别是在级联二端口网络中，一般是先求出级联网络的$[a]$，然后通过$[S]$与$[a]$间的转换关系求出网络的$[S]$。因此$[S]$与$[a]$间的转换关系非常重要。

由二端口网络的归一化转移矩阵方程，有

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= a u_2 - b i_2 \\ i_1 &= c u_2 - d i_2 \end{aligned}\right\} \tag{5.66}$$

将 $u_1 = u_1^+ + u_1^-$，$i_1 = u_1^+ - u_1^-$，$u_2 = u_2^+ + u_2^-$ 及 $i_2 = u_2^+ - u_2^-$ 代入上式，可得

$$\left.\begin{aligned} u_1^- - (a+b)u_2^- &= -u_1^+ + (a-b)u_2^+ \\ -u_1^- - (c+d)u_2^- &= -u_1^+ + (c-d)u_2^+ \end{aligned}\right\}$$

将上式用矩阵形式表示，并整理可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_1^- \\ u_2^- \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & -a-b \\ -1 & -c-d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & a-b \\ -1 & c-d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^+ \\ u_2^+ \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{a+b+c+d} \begin{bmatrix} a+b-c-d & 2(ad-bc) \\ 2 & b+d-a-c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^+ \\ u_2^+ \end{bmatrix} \end{aligned}$$

于是有

$$[S] = \frac{1}{a+b+c+d} \begin{bmatrix} a+b-c-d & 2(ad-bc) \\ 2 & b+d-a-c \end{bmatrix} \tag{5.67}$$

对互易网络，因 $ad - bc = 1$，所以

$$[S] = \frac{1}{a+b+c+d} \begin{bmatrix} a+b-c-d & 2 \\ 2 & b+d-a-c \end{bmatrix} \tag{5.68}$$

实际上，以上关系也可利用$[z]$与$[a]$间的转换关系以及$[S]$与$[z]$间的转换关系得到。

5.3.3 散射矩阵的性质

散射矩阵有以下三个基本性质。

性质 1：若网络互易，则

$$[S]^{\mathrm{T}} = [S] \tag{5.69}$$

即
$$S_{ij} = S_{ji} \quad (i,\ j = 1,\ 2,\ \cdots,\ N,\ i \neq j)$$

式中，$[S]^{\mathrm{T}}$ 为$[S]$的转置矩阵。具有这种特性的散射矩阵为对称矩阵。

证明从略。

性质 2：若网络无耗，则

$$[S^{*}]^{\mathrm{T}}[S] = [I] \tag{5.70a}$$

若网络又互易，则

$$[S^{*}][S] = [I] \tag{5.70b}$$

式中，$[S^{*}]^{\mathrm{T}}$ 是$[S]$的共轭转置矩阵。上式又称为无耗网络的一元性(或幺正性)。

证：该性质与电磁场能量有关，故可用能量守恒定律加以证明。

对 N 端口网络，由式(5.25)，有

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} u_i i_i^{*} = 2j\omega(W_{\mathrm{m}} - W_{\mathrm{e}}) + P_l \tag{5.71}$$

将 $u_i = u_i^{+} + u_i^{-}$，$i_i = u_i^{+} - u_i^{-}$ 代入上式，并将实、虚部分开，得

$$\frac{1}{2}\mathrm{Re}\sum_{i=1}^{N} u_i i_i^{*} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(u_i^{+*}u_i^{+} - u_i^{-}u_i^{-*}) = P_l$$

$$\frac{1}{2}\mathrm{Im}\sum_{i=1}^{N} u_i i_i^{*} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(u_i^{+*}u_i^{-} + u_i^{+}u_i^{-*}) = 2j\omega(W_{\mathrm{m}} - W_{\mathrm{e}})$$

由于网络无耗，$P_l = 0$，故有

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(u_i^{+*}u_i^{+} - u_i^{-}u_i^{-*}) = 0 \tag{5.72}$$

上式可表示为

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} u_i^{+*}u_i^{+} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} u_i^{-}u_i^{-*}$$

或

$$\sum_{i=1}^{N} P_i^{+} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} |u_i^{+}|^2 = \sum_{i=1}^{N} P_i^{-} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} |u_i^{-}|^2 \tag{5.73}$$

上式显然成立。由于网络无耗，因此进入 N 端口网络各个端口参考面上的入射波功率之和应等于从网络各端口参考面上输出的出射波功率之和。

根据矩阵乘法的运算规则，式(5.73)两端可分别用一个列矩阵和一个行矩阵的乘积来表示，即

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}|u_i^+|^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}u_i^+u_i^{+*} = \frac{1}{2}[u_1^{+*}\ u_2^{+*}\ \cdots\ u_N^{+*}]\begin{bmatrix}u_1^+\\u_2^+\\\vdots\\u_N^+\end{bmatrix} = \frac{1}{2}[u^{+*}]^{\mathrm{T}}[u^+] \tag{5.74a}$$

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}|u_i^-|^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}u_i^-u_i^{-*} = \frac{1}{2}[u_1^{-*}\ u_2^{-*}\ \cdots\ u_N^{-*}]\begin{bmatrix}u_1^-\\u_2^-\\\vdots\\u_N^-\end{bmatrix} = \frac{1}{2}[u^{-*}]^{\mathrm{T}}[u^-] \tag{5.74b}$$

又因 $[u^{-*}]=[S^*][u^{+*}]$，故由矩阵乘法性质，有

$$[u^{-*}]^{\mathrm{T}} = [u^{+*}]^{\mathrm{T}}[S^*]^{\mathrm{T}} \tag{5.75}$$

令(5.74a)和(5.74b)两式相等，并将式(5.75)代入，可得

$$[u^{+*}]^{\mathrm{T}}[u^+] = [u^{+*}]^{\mathrm{T}}[S^*]^{\mathrm{T}}[S][u^-]$$

欲使上式成立，必有

$$[S^*]^{\mathrm{T}}[S] = [I] \tag{5.76}$$

若网络又互易，因 $[S^*]^{\mathrm{T}} = [S^*]$，故上式变为

$$[S^*][S] = [I] \tag{5.77}$$

由此证得式(5.70)。

根据此性质，不难导出无耗、互易二端口网络各散射参量的模以及幅角间的关系。由式(5.77)，有

$$\begin{bmatrix}S_{11}^* & S_{12}^*\\ S_{12}^* & S_{22}^*\end{bmatrix}\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{12} & S_{22}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

将以上矩阵方程展开，得

$$|S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 = 1 \tag{5.78a}$$

$$S_{11}^*S_{12} + S_{12}^*S_{22} = 0 \tag{5.78b}$$

$$S_{12}^*S_{11} + S_{22}^*S_{21} = 0 \tag{5.78c}$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1 \tag{5.78d}$$

因散射参量均为复数，令

$$S_{11} = |S_{11}|e^{j\varphi_{11}},\ S_{12} = |S_{12}|e^{j\varphi_{12}},\ S_{22} = |S_{22}|e^{j\varphi_{22}}$$

由(5.78a)和(5.78d)两式，可知

$$|S_{11}| = |S_{22}|,\ |S_{12}| = \sqrt{1-|S_{11}|^2} \tag{5.79}$$

又由式(5.78c)，可得

$$|S_{11}||S_{12}|e^{j(\varphi_{11}-\varphi_{12})} + |S_{12}||S_{22}|e^{j(\varphi_{12}-\varphi_{22})} = 0$$

故有

$$\varphi_{11} - \varphi_{12} = \pm\pi + \varphi_{12} - \varphi_{22} \text{ 或 } 2\varphi_{12} = \varphi_{11} + \varphi_{22} \pm \pi \tag{5.80}$$

(5.79)和(5.80)两式表明，若$|S_{11}|$、φ_{11}及φ_{22}已知，则线性、无耗、互易二端口网络的散射参量即可全部确定。

性质 3：若网络的端口 i 和 j 具有面对称性，且网络互易，则

$$S_{ii} = S_{jj}\,,\ S_{ij} = S_{ji} \tag{5.81}$$

该性质不难证明。因为具有面对称的两个端口互换标号，其网络矩阵应不变，此时除反射系数相等外，传输系数也必然相等，故式(5.81)必成立。

5.3.4　参考面的移动对网络散射参量的影响

对如图 5.7 所示的 N 端口网络，若将第 i 个端口的参考面 T_i 外移 l_i 长度后得到新的网络参考面 T_i'，并设原参考面 T_i 和新参考面 T_i' 上的归一化入射波和归一化反射波分别为 u_i^+、$u_i^{+\prime}$及 u_i^-、$u_i^{-\prime}$，则有

$$\left.\begin{aligned} u_i^+ &= e^{-j\beta_i l_i} u_i^{+\prime} = D_i u_i^{+\prime} \\ u_i^{-\prime} &= e^{-j\beta_i l_i} u_i^- = D_i u_i^- \end{aligned}\right\} \tag{5.82}$$

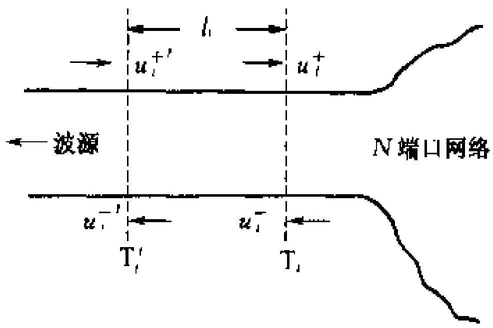


图 5.7　参考面移动对网络散射参量的影响

式中，假设各端口等效分支传输系统无耗，$D_i = e^{-j\beta_i l_i} = e^{-j\theta_i}$，$i = 1, 2, \cdots, N$。上式可用矩阵形式表示为

$$\left.\begin{aligned} [u^+] &= [D][u_i^{+\prime}] \\ [u_i^{-\prime}] &= [D][u^-] \end{aligned}\right\} \tag{5.83}$$

式中，$[D]$为一对角矩阵，即 $[D] = \mathrm{diag}(D_1, D_2, \cdots, D_N)$。

设参考面为 T_i 和 T_i'时，网络的散射参量分别为$[S]$和$[S']$，于是，由式(5.83)有

$$[S'][u_i^{+\prime}] = [D][u^-] = [D][S][u^+] = [D][S][D][u_i^{+\prime}]$$

将上式两端右乘$[u_i^{+\prime}]^{-1}$，由此得到$[S']$和$[S]$间的关系为

$$[S'] = [D][S][D] \tag{5.84a}$$

根据矩阵乘法的运算法则，可得$[S']$和$[S]$各参量间的关系为

$$S_{ij}' = S_{ij}\,e^{-j(\beta_i l_i + \beta_j l_j)} = S_{ij}\,e^{-j(\theta_i + \theta_j)} \tag{5.84b}$$

显然，当网络的参考面移动时，散射参量的模值不变，只是幅角发生变化。应指出，式(5.84b)是在参考面外移情况下导出的，若参考面内移时，相应的 θ_i 或 θ_j 应取负值。

5.3.5　散射参量的测量

采用散射矩阵来描述网络的优点之一就是可以直接用实验的方法来测定网络的散射参量，并能结合圆图进行计算。测量二端口网络散射参量最简单的一种方法是三点法。

对于如图 5.8 所示的互易二端口测量系统，其被测网络的散射方程为

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= S_{11}u_1^- + S_{12}u_2^+ \\ u_2^- &= S_{12}u_1^+ + S_{22}u_2^- \end{aligned}\right\} \tag{5.85}$$

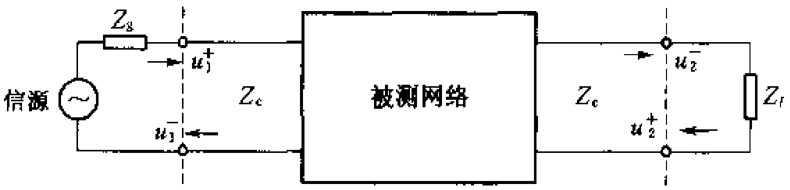


图 5.8　互易二端口网络[S]的测量系统

从图中可见，对负载 Z_l 而言，归一化入射波应为 u_2，而归一化反射波应为 u_2^+，故 $u_2^+ = \Gamma_l u_2$（其中 Γ_l 为负载的反射系数），于是式(5.85)变为

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= S_{11}u_1^+ + S_{12}(\Gamma_l u_2) \\ u_2^- &= S_{12}u_1^- + S_{22}(\Gamma_l u_2^-) \end{aligned}\right\}$$

联立求解以上两方程，可得到输入端参考面上的反射系数为

$$\Gamma_{in} = \frac{u_1^-}{u_1^+} = S_{11} + \frac{S_{12}^2\Gamma_l}{1 - S_{22}\Gamma_l} \tag{5.86}$$

由此可知，若能测出三组 Γ_l 所对应的 Γ_{in} 值，代入式(5.86)即可求得 S_{11}、S_{12} 和 S_{22} 三个参量。通常令输出端短路 ($\Gamma_l = -1$)、开路 ($\Gamma_l = 1$) 及接匹配负载 ($\Gamma_l = 0$)，同时测出相应的输入端参考面上的 Γ_{in} 值，代入式(5.86)得到三个方程，求解这三个方程即可得到网络的散射参量。

令负载为短路、开路和接匹配负载时网络输入端参考面上的反射系数分别为 Γ_s、Γ_o 和 Γ_m，代入式(5.86)，并求解得

$$\left.\begin{aligned} S_{11} &= \Gamma_m \\ S_{12}^2 &= \frac{2(\Gamma_m - \Gamma_s)(\Gamma_o - \Gamma_m)}{\Gamma_o - \Gamma_s} \\ S_{22} &= \frac{\Gamma_o - 2\Gamma_m + \Gamma_s}{\Gamma_o - \Gamma_s} \end{aligned}\right\} \tag{5.87}$$

特别地，对于对称互易二端口网络，则只需作两次独立测量(终端负载为短路和开路)，有

$$\left.\begin{aligned} S_{11} &= S_{22} = \frac{\Gamma_o + \Gamma_s}{2 - \Gamma_s + \Gamma_o} \\ S_{12}^2 &= \frac{2(\Gamma_o - \Gamma_s)(1 - \Gamma_s)(1 + \Gamma_o)}{(2 - \Gamma_s + \Gamma_o)^2} \end{aligned}\right\} \tag{5.88}$$

从上述公式可见，S_{12} 取正、负号都能满足测出的 Γ_{in}，因此仅靠三点法(或二点法)还不能最后确定 S_{12} 的值。要定出 S_{12} 的实际符号，需要对网络输入和输出端口的相对相位进行测量，或用理论分析的方法定出其实际符号。此外，网络的散射参量也可采用“S 曲线法”进行测量，且测量精度较高。但目前大都采用微波网络分析仪进行自动测量，用网络分析仪测量网络的散射参量既快又准确。

上述的测量方法同样可用于 N 端口网络，此时只需将 N 端口网络中的两个端口作为输入和输出端口，而其他各端口均接匹配负载。

5.4　基本电路单元的网络参量

在微波网络的分析及计算中，常遇到一些结构较为复杂的网络，而这些网络则是由串联阻抗、并联导纳、一段均匀无耗传输线、不同阻抗的传输系统的连接处以及理想变压器等基本电路单元组合而成。一旦知道各电路单元的网络参量，则复杂网络的网络参量即可通过矩阵运算的方法得到。因此有必要从网络参量的定义或特性出发导出电路单元的各种网络参量。下面仅给出三个较为典型的例子，以说明电路单元的网络参量的求解方法。

1) 一段均匀无耗传输线的阻抗矩阵

图 5.9(a)示出了一段均匀无耗传输线，其特性阻抗为 Z_c，两端口参考面处的电流正方向指向网络。根据传输线理论可知

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \cos\theta U_2 + jZ_c\sin\theta(-I_2) \\ I_1 &= j\frac{U_2}{Z_c}\sin\theta + \cos\theta(-I_2) \end{aligned}\right\} \tag{5.89}$$

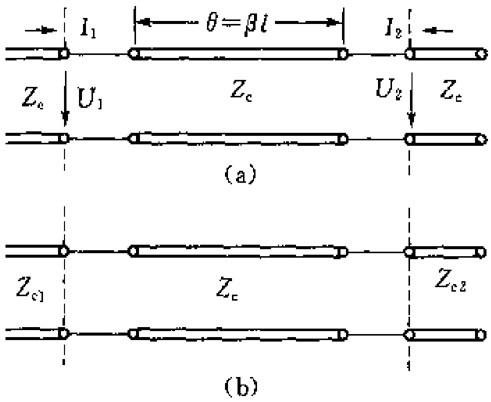


图 5.9　一段均匀无耗传输线

由阻抗参量的定义，有

$$\left.\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{U_1}{I_1}\bigg|_{I_2=0} = \frac{Z_c\cos\theta}{j\sin\theta} = -jZ_c\cot\theta \\ Z_{12} &= \frac{U_1}{I_2}\bigg|_{I_1=0} = -j\frac{Z_c}{\sin\theta} \end{aligned}\right\} \tag{5.90}$$

又由对称性知：$Z_{21}=Z_{12}$，$Z_{22}=Z_{11}$，于是阻抗矩阵为

$$[Z] = -jZ_c\begin{bmatrix}\cot\theta & \csc\theta \\ \csc\theta & \cot\theta\end{bmatrix} \tag{5.91}$$

当这段均匀无耗传输线的特性阻抗与它相接的传输线的特性阻抗不相等(图 5.9(b))时，将式(5.89)中的电压和电流进行归一化，得

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \cos\theta\sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}}u_2 - j\frac{Z_c\sin\theta}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}}i_2 \\ i_1 &= j\frac{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}\sin\theta}{Z_c}u_2 - \cos\theta\sqrt{\frac{Z_{c1}}{Z_{c2}}}i_2 \end{aligned}\right\} \tag{5.92}$$

于是，由归一化阻抗参量的定义，有

$$\left.\begin{aligned} z_{11} &= \frac{u_1}{i_1}\bigg|_{i_2=0} = -j\frac{Z_c}{Z_{c1}}\cot\theta \\ z_{12} &= \frac{u_1}{i_2}\bigg|_{i_1=0} = -j\frac{Z_c}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}\sin\theta} \\ z_{22} &= \frac{u_2}{i_2}\bigg|_{i_1=0} = -j\frac{Z_c}{Z_{c2}}\cot\theta \end{aligned}\right\} \tag{5.93}$$

因网络互易，故 $z_{21}=z_{12}$，所以归一化阻抗矩阵为

$$[z]=-jZ_c\begin{bmatrix}\dfrac{\cot\theta}{Z_{c1}} & \dfrac{\csc\theta}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}}\\ \dfrac{\csc\theta}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}} & \dfrac{\cot\theta}{Z_{c2}}\end{bmatrix}\tag{5.94}$$

2）串联阻抗的转移矩阵

对如图 5.10(a)所示的串联阻抗，用转移参量的定义，容易求得转移矩阵的参量分别为

$$\left.\begin{aligned}A&=\left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_2=0}=1\\ B&=\left.\frac{U_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}=Z\\ C&=\left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{I_2=0}=0\\ D&=\left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}=1\end{aligned}\right\}\tag{5.95}$$

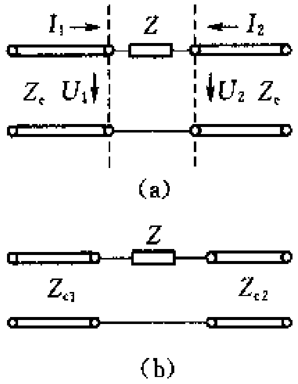


图 5.10　串联阻抗

即串联阻抗的转移矩阵为

$$[A]=\begin{bmatrix}1 & Z\\0 & 1\end{bmatrix}\tag{5.96}$$

当串联阻抗两端接传输线的特性阻抗不相等时，如图 5.10(b)所示。由图不难写出其电路方程为

$$\left.\begin{aligned}U_1&=ZI_1+U_2\\ I_1&=-I_2\end{aligned}\right\}\tag{5.97}$$

对上式中的电压和电流进行归一化，得

$$\left.\begin{aligned}u_1&=\sqrt{\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}}}u_2+\frac{Z}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}}i_1\\ i_1&=-\sqrt{\frac{Z_{c1}}{Z_{c2}}}i_2\end{aligned}\right\}\tag{5.98}$$

即

$$\begin{bmatrix}u_1\\ i_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sqrt{\dfrac{Z_{c2}}{Z_{c1}}} & \dfrac{Z}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}}\\ 0 & \sqrt{\dfrac{Z_{c1}}{Z_{c2}}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_2\\ -i_2\end{bmatrix}\tag{5.99}$$

所以，此时串联阻抗的归一化转移矩阵为

$$[a]=\begin{bmatrix}\sqrt{\dfrac{Z_{c2}}{Z_{c1}}} & \dfrac{Z}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}}\\ 0 & \sqrt{\dfrac{Z_{c1}}{Z_{c2}}}\end{bmatrix}\tag{5.100}$$

3）串联阻抗的散射矩阵

对如图 5.11(a)所示的归一化串联阻抗，其左右两端传输线的归一化特性阻抗为 1。根据散射参量的定义，有

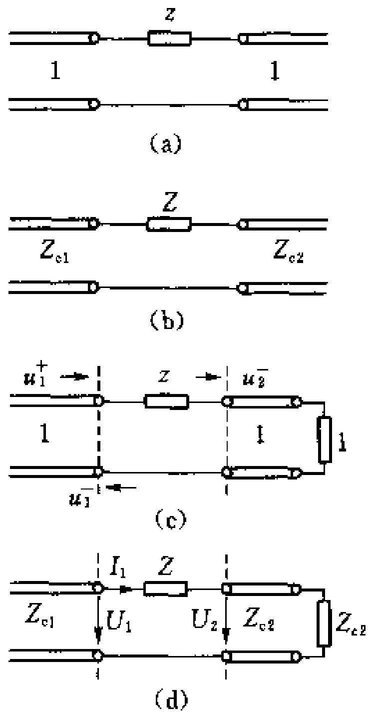


图 5.11　串联阻抗

$$S_{11}=\left.\frac{u_1^-}{u_1^+}\right|_{u_2^+=0}=\Gamma_1$$

式中，$u_2^+=0$ 意味着电路的输出端参考面上接匹配负载（其归一化值为 1），如图 5.11(c)所示，故有

$$S_{11}=\Gamma_1=\frac{z_l-1}{z_l+1}=\frac{z}{z+2} \qquad (5.101)$$

式中，$z_l=z+1$。因电路对称，故

$$S_{22}=S_{11}=\frac{z}{z+2} \qquad (5.102)$$

对 S_{21}，由定义

$$S_{21}=\left.\frac{u_2^-}{u_1^+}\right|_{u_2^+=0}$$

当 $u_2^+=0$ 时，$u_2=u_2^-+u_2^-=u_2^-$，而 $u_1=u_1^++u_1^-=u_1^+(1+S_{11})$，由分压公式，有

$$u_2=u_2^-=\frac{1}{z+1}u_1=\frac{u_1^+}{z+1}(1+S_{11})$$

于是

$$S_{21}=\frac{2}{z+2} \qquad (5.103)$$

又由互易性知

$$S_{12}=S_{21} \qquad (5.104)$$

所以，归一化串联阻抗的散射矩阵为

$$[S]=\frac{1}{z+2}\begin{bmatrix} z & 2 \\ 2 & z \end{bmatrix} \qquad (5.105)$$

当串联阻抗 Z 两端接传输线的特性阻抗不相等时，如图 5.11(b)所示。根据 S_{11} 和 S_{21} 的定义，要求 $u_2^+=0$，即电路的输出端参考面上接匹配负载（其值应为 Z_{c2}），此时电路可等效为图 5.11(d)所示的电路。根据图 5.11(d)，有

$$U_1=I_1(Z+Z_{c2}) \qquad (5.106)$$

$$U_1=I_1Z+U_2 \qquad (5.107)$$

为求 S_{11}，对式(5.106)进行归一化可得

$$u_1\sqrt{Z_{c1}}=\frac{i_1}{\sqrt{Z_{c1}}}(Z+Z_{c2})$$

即

$$(u_1^+ + u_1^-)\sqrt{Z_{c1}} = \frac{u_1^+ - u_1^-}{\sqrt{Z_{c1}}}(Z + Z_{c2})$$

整理可得 S_{11} 为

$$S_{11} = \left.\frac{u_1^-}{u_1^+}\right|_{u_2^-=0} = \frac{Z + Z_{c2} - Z_{c1}}{Z + Z_{c1} + Z_{c2}} \tag{5.108}$$

为求 S_{21}，对式(5.107)进行归一化可得

$$u_1\sqrt{Z_{c1}} = \frac{Z}{\sqrt{Z_{c1}}}i_1 + u_2\sqrt{Z_{c2}}$$

即

$$u_1^+ + u_1^- = \frac{Z}{Z_{c1}}(u_1^+ - u_1^-) + u_2^- \frac{\sqrt{Z_{c2}}}{\sqrt{Z_{c1}}}$$

于是可得

$$S_{21} = \left.\frac{u_2^-}{u_1^+}\right|_{u_2^-=0} = \frac{2\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}}{Z + Z_{c2} + Z_{c1}} \tag{5.109}$$

由互易性知

$$S_{12} = S_{21} = \frac{2\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}}{Z + Z_{c2} + Z_{c1}} \tag{5.110}$$

当求 S_{22} 时，要求 $u_1^+ = 0$，仿照上述求解步骤，可得

$$S_{22} = \frac{Z + Z_{c1} - Z_{c2}}{Z + Z_{c1} + Z_{c2}} \tag{5.111}$$

所以，串联阻抗两端接传输线的特性阻抗不相等时的散射矩阵为

$$[S] = \frac{1}{Z + Z_{c1} + Z_{c2}}\begin{bmatrix} Z + Z_{c2} - Z_{c1} & 2\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}} \\ 2\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}} & Z + Z_{c1} - Z_{c2} \end{bmatrix} \tag{5.112}$$

按照类似的方法，对于其他电路单元的网络参量，同样可从电路单元端口变量的电路方程出发，通过对电路方程进行处理，然后就可根据网络参量的定义式直接导出各种网络参量。附录 A 列出了各种电路单元的网络参量。

5.5 二端口网络的工作特性参量

网络的工作特性都是与网络的参量密切相关的，因此，只要知道网络的结构（即网络参量），就可确定网络的工作特性参量。由于 N 端口网络可以简化成二端口网络来进行研究，故这里只讨论二端口网络的几个常用的工作特性参量。

5.5.1 电压传输系数

网络的电压传输系数定义为网络输出端口参考面上接匹配负载时，网络输出端口参考

面上的归一化出射波与输入端口参考面上的归一化入射波之比，即

$$T = \left.\frac{u_2^-}{u_1^+}\right|_{u_2^+=0} = S_{21} \tag{5.113}$$

对互易网络，$S_{12} = S_{21}$，故有

$$T = S_{12} \tag{5.114}$$

若用转移参量表示，则有

$$T = \frac{2}{a+b+c+d} \tag{5.115}$$

5.5.2 相移

我们知道，任何二端口网络接入微波系统都会引起相移。若二端口网络接入 $\Gamma_g \neq 0$ 的信号源和负载之间（如图 5.12 所示），则信号源的归一化出射波和网络输出端口参考面上的归一化出射波之间的相位差即为二端口网络的相移，即

$$\theta = \arg\left(\frac{u_2^-}{u_g^-}\right) \tag{5.116}$$

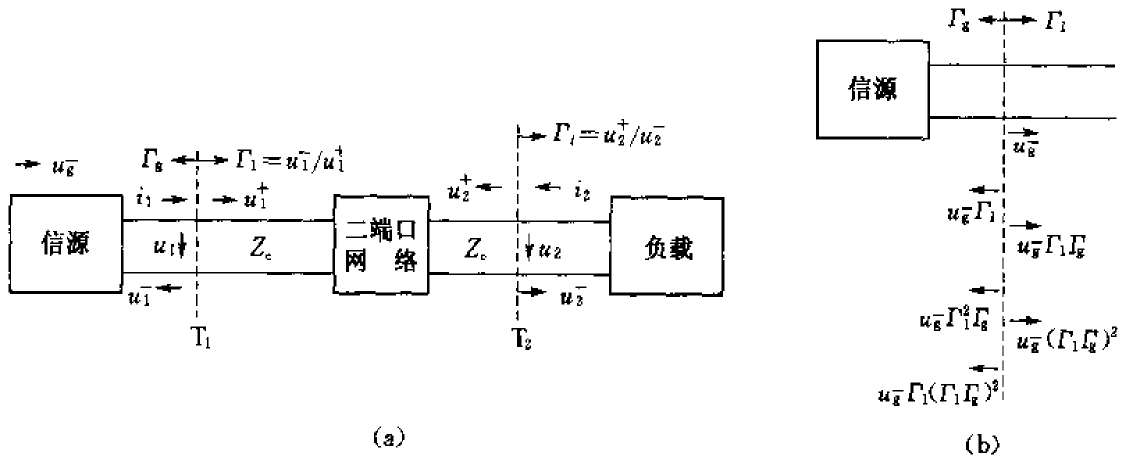


图 5.12 二端口网络接入 $\Gamma_g \neq 0$ 的微波系统的一般示意图

由于 $\Gamma_g \neq 0$，故在参考面 T_1 上的归一化入射波 u_1^+（见图 5.12(b)）为

$$u_1^+ = u_g^- + u_g^-\Gamma_1\Gamma_g + u_g^-(\Gamma_1\Gamma_g)^2 + \cdots = \frac{u_g^-}{1-\Gamma_1\Gamma_g} \tag{5.117}$$

根据网络的散射方程及终端条件，有

$$u_1^- = S_{11}u_1^+ + S_{12}\Gamma_l u_2^- \tag{5.118a}$$

$$u_2^- = S_{21}u_1^+ + S_{22}\Gamma_l u_2^- = \frac{S_{21}}{1-S_{22}\Gamma_l}u_1^+ \tag{5.118b}$$

由上式可得

$$\Gamma_1 = \frac{u_1^-}{u_1^+} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_l}{1-S_{22}\Gamma_l} \tag{5.119}$$

将式(5.119)代入式(5.117),可得

$$u_1^- = \frac{u_g^-}{1 - S_{11}\Gamma_g - \dfrac{S_{12}S_{21}\Gamma_l\Gamma_g}{1 - S_{22}\Gamma_l}} \tag{5.120}$$

再将式(5.120)代入式(5.118b),即得

$$u_2^- = \frac{S_{21}u_g^-}{(1 - S_{22}\Gamma_l)(1 - S_{11}\Gamma_g) - S_{12}S_{21}\Gamma_l\Gamma_g} \tag{5.121}$$

于是,网络的相移为

$$\theta = \arg\left[\frac{S_{21}}{(1 - S_{22}\Gamma_l)(1 - S_{11}\Gamma_g) - S_{12}S_{21}\Gamma_l\Gamma_g}\right] \tag{5.122}$$

显然,相移 θ 是一个与 Γ_l、Γ_g 和 $[S]$ 均有关的特性参量。

特别地,当 $\Gamma_g = 0$ 时,$u_g^- = u_1^+$,式(5.122)简化为

$$\theta = \arg\left(\frac{S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma_l}\right) \tag{5.123}$$

而当负载无反射 ($u_2^+ = 0$) 时,式(5.122)变为

$$\theta = \arg S_{21} = \arg T = \varphi_{21} \tag{5.124}$$

式中,φ_{21} 为 S_{21} 的幅角。显然,此时的 θ 就是电压传输系数的幅角。

5.5.3　插入衰减和功率(工作)衰减

1) 插入衰减

插入衰减定义为网络插入前后负载吸收功率 P_{l0} 与 P_l 之比的分贝数,即

$$L_i = 10\lg\frac{P_{l0}}{P_l} \tag{5.125}$$

为导出二端口网络的插入衰减与网络参量之间的关系,考虑如图 5.13 所示的二端口微波系统。由图可知,当网络未插入时,参考面 T_1 和 T_2 重合,于是

$$P_{l0} = \frac{1}{2}(|u_1^+|^2 - |u_1^-|^2) = \frac{1}{2}|u_1^+|^2(1 - |\Gamma_l|^2) \tag{5.126}$$

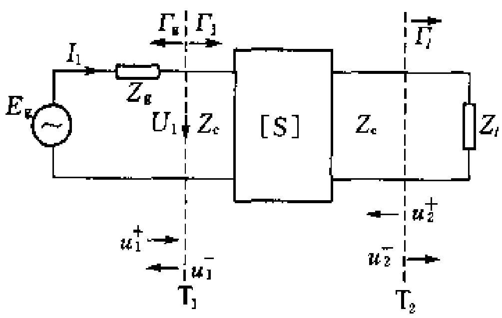


图 5.13　二端口微波系统

而 T_1 面处电压和电流的关系为

$$U_1 = E_g - I_1 Z_g \tag{5.127}$$

将上式进行归一化,可得

$$\sqrt{Z_c}\,u_1 = E_g - \frac{i_1}{\sqrt{Z_c}}Z_g$$

即

$$\sqrt{Z_c}(u_1^+ + u_1^-) = E_g - \frac{1}{\sqrt{Z_c}}(u_1^+ - u_1^-)Z_g \tag{5.128}$$

令

$$\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_c}{Z_g + Z_c} \text{ 或 } \frac{Z_g}{Z_c} = \frac{1+\Gamma_g}{1-\Gamma_g} \tag{5.129}$$

将上式代入式(5.128)，并注意到 $u_1^-/u_1^+ = u_2^-/u_2^+ = \Gamma_l$，于是

$$u_1^+ = \frac{E_g}{2\sqrt{Z_c}}\frac{1-\Gamma_g}{1+\Gamma_g\Gamma_l} = \frac{u_g^-}{1-\Gamma_g\Gamma_l} \tag{5.130}$$

式中，$u_g^- = u_l^+ |_{\Gamma_l=0} = \dfrac{E_g}{2\sqrt{Z_c}}(1-\Gamma_g)$。

将式(5.130)代入式(5.126)，得

$$P_{l0} = \frac{|u_g^-|^2}{2|1-\Gamma_g\Gamma_l|^2}(1-|\Gamma_l|^2) \tag{5.131}$$

插入网络后，有

$$P_l = \frac{1}{2}(|u_2^-|^2 - |u_2^+|^2) = \frac{1}{2}|u_2^-|^2(1-|\Gamma_l|^2) \tag{5.132}$$

将式(5.121)代入式(5.132)，可得

$$P_l = \frac{1}{2}\frac{|S_{21}|^2(1-|\Gamma_l|^2)|u_g^-|^2}{|(1-S_{11}\Gamma_g)(1-S_{22}\Gamma_l) - S_{12}S_{21}\Gamma_l\Gamma_g|^2} \tag{5.133}$$

最后，将(5.131)和(5.133)两式代入式(5.125)，即得插入衰减为

$$L_i = 20\lg\frac{|(1-S_{11}\Gamma_g)(1-S_{22}\Gamma_l) - S_{12}S_{21}\Gamma_l\Gamma_g|}{|S_{21}||1-\Gamma_g\Gamma_l|} \tag{5.134}$$

特别地，当 $\Gamma_g = 0$ 时，有

$$L_i|_{\Gamma_g=0} = 20\lg\frac{|1-S_{22}\Gamma_l|}{|S_{21}|} = 20\lg\frac{1}{|S_{21}|} + 20\lg|1-S_{22}\Gamma_l| \tag{5.135}$$

2) 功率(工作)衰减

网络的功率衰减定义为网络输出端口参考面上接匹配负载时，网络输入端口参考面上的输入功率 P_i 与负载吸收功率 P_l 之比的分贝数，即

$$L = 10\lg\frac{P_i}{P_l}\bigg|_{u_2^+=0} = 10\lg\frac{P_1^+}{P_2^-}\bigg|_{u_2^+=0} = 20\lg\frac{1}{|S_{21}|} = 10\lg A \tag{5.136}$$

式中，$A = 1/|S_{21}|^2$，称为工作衰减。将式(5.136)和式(5.135)比较可见，功率衰减就是网络两端口参考面上均接匹配负载 ($\Gamma_g = \Gamma_l = 0$) 时的插入衰减。

对互易网络，有

$$A = \frac{1}{|S_{12}|^2} \tag{5.137}$$

于是，工作衰减和电压传输系数间的关系为

$$A = \frac{1}{|T|^2} \tag{5.138}$$

式(5.137)可改写为

$$A = \left(\frac{1-|S_{11}|^2}{|S_{12}|^2}\right)\left(\frac{1}{1-|S_{11}|^2}\right) \tag{5.139}$$

由此可见，在上式右端的第一个因子中将分子和分母同乘以$|u_1^+|^2$，则变为$(|u_1^+|^2-|u_1^-|^2)/|u_2^-|^2$，它是实际进入网络的功率与匹配负载所吸收的功率之比。当网络无耗时，$|u_1^+|^2-|u_1^-|^2=|u_2|^2$，故比值为1。因此，它表征由网络内部消耗所引起的衰减，称为吸收衰减。在第二个因子中，分子和分母同乘以$|u_1^+|^2$，则变为$|u_1^+|^2/(|u_1^+|^2-|u_1^-|^2)$，它是入射波功率与实际进入网络的功率之比。当网络输入端无反射时，$u_1^-=0$，这个值也为1，它表征由于反射引起的衰减，称为反射衰减。

若将式(5.137)用归一化转移参量表示，则有

$$A = \frac{|a+b+c+d|^2}{4} \tag{5.140}$$

5.5.4　输入驻波比

网络的输入驻波比定义为网络输出端口参考面上接匹配负载时，网络输入端的驻波比。若相应的电压反射系数为Γ_1，则有

$$\rho = \frac{1+|\Gamma_1|}{1-|\Gamma_1|} \text{ 或 } |\Gamma_1| = \frac{\rho-1}{\rho+1}$$

根据定义知，$\Gamma_1 = S_{11}$，于是

$$\rho = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|} \text{ 或 } |S_{11}| = \frac{\rho-1}{\rho+1} \tag{5.141}$$

对无耗互易二端口网络，由[S]的一元性，可得到输入驻波比与工作衰减间的关系为

$$A = \frac{1}{|S_{12}|^2} = \frac{1}{1-|S_{11}|^2} = \frac{(\rho+1)^2}{4\rho} \tag{5.142}$$

因此，无耗网络的输入驻波比和工作衰减并不是两个彼此独立的特性参量，若给定一个，则另一个也就确定。

习　题

5-1　求图5.14所示参考面T_1、T_2间确定网络的矩阵参量(图(a)求[z]，图(b)求[y]，图(c)求[a])。

5-2　求图5.15所示参考面T_1、T_2间确定网络的归一化转移矩阵和归一化阻抗矩阵。

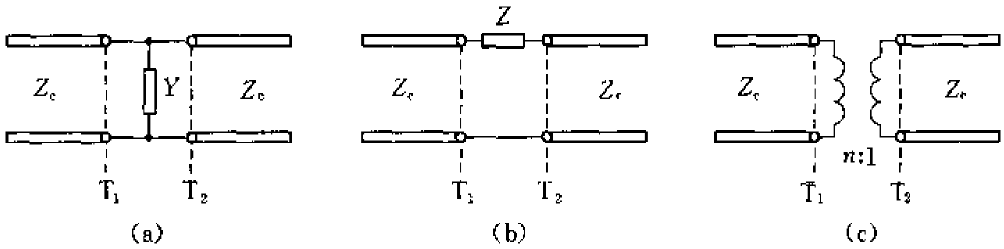


图 5.14　题 5－1 附图

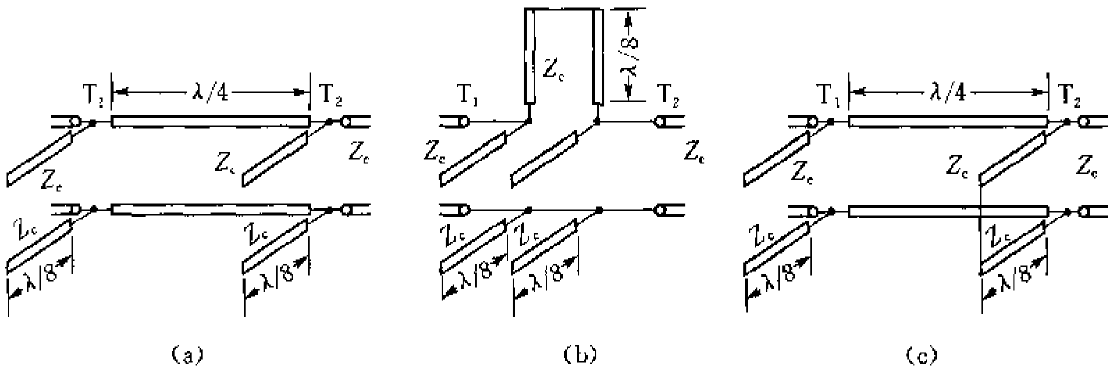


图 5.15　题 5－2 附图

5-3　从转移矩阵的定义出发，分别导出如图 5.9(a)、(b)所示的一段均匀无耗传输线的归一化转移矩阵。

5-4　如图 5.16 所示，已知进入一微波无耗网络端口上的功率为 28 mW，其电压驻波系数为 2.2，该端口的参考面到电压波节点间的距离为 3 cm，波导波长是 4.2 cm。试求此网络在参考面 T 处的归一化入射波和归一化反射波（设电压波节点处入射波的相位为零）。

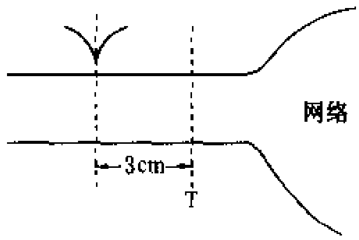


图 5.16　题 5－4 附图

5-5　从定义出发，证明如图 5.17(a)所示的理想变压器的 $[S]=\begin{bmatrix}\dfrac{1-n^2}{1+n^2} & \dfrac{2n}{1+n^2}\\ \dfrac{2n}{1+n^2} & \dfrac{n^2-1}{1+n^2}\end{bmatrix}$，并利用传输线理论和[S]的定义，说明它与如图 5.17(b)所示的特性导纳分别为 Y_{c1} 和 Y_{c2}，且 $\sqrt{Y_{c2}/Y_{c1}}=n$ 的两根均匀传输线的连接处等效。

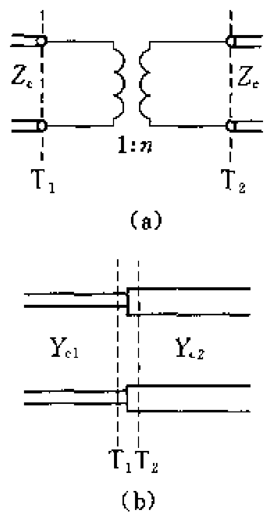


图 5.17　题 5－5 附图

5-6　如图 5.18 所示，一对称无耗互易二端口网络的参考面 T_2 上接匹配负载，测得距参考面 T_1 的距离为 $0.125\lambda_g$ 处是电压波节点，驻波系数为 1.5。求该二端口网络的散射矩阵。

5-7　如图 5.19 所示，已知参考面 T_1、T_2 和 T_3 所确定的三端口网络的散射矩阵为 $[S]=\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12} & S_{13}\\ S_{21} & S_{22} & S_{23}\\ S_{31} & S_{32} & S_{33}\end{bmatrix}$，若参考面 T_1 内移 $\lambda_{g1}/2$ 的长度至 T_1'，参考面 T_2 外移 $\lambda_{g2}/4$ 的长度至 T_2'，参考面 T_3 的位置不变（即 T_3

与 T_3'重合)。求参考面 T_1'、T_2'及 T_3'所确定网络的散射矩阵$[S']$。

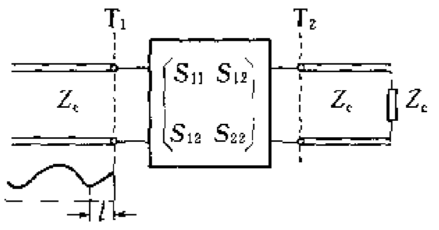


图 5.18　题 5-6 附图

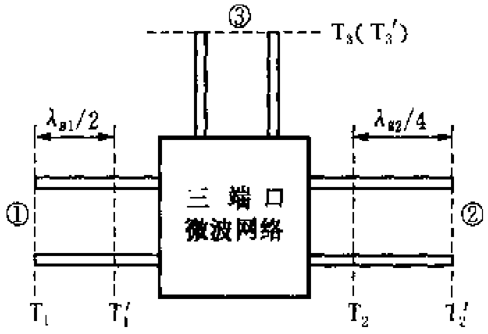


图 5.19　题 5-7 附图

5-8　求如图 5.20 所示参考面间所确定网络的散射矩阵。

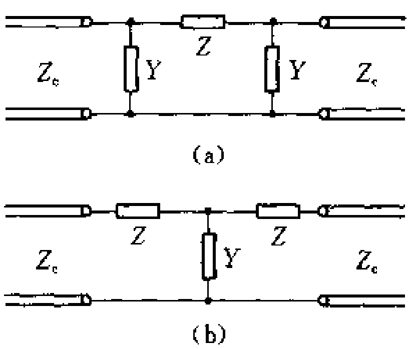


图 5.20　题 5-8 附图

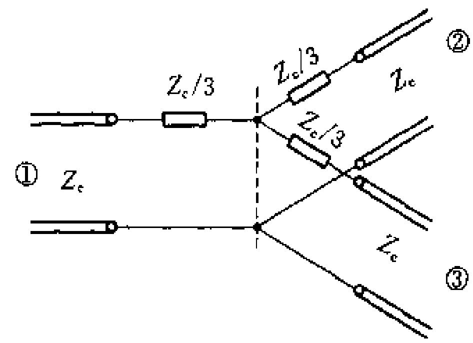


图 5.21　题 5-9 附图

5-9　从定义出发,导出如图 5.21 所示三端口电阻功率分配器等效网络的散射矩阵。

5-10　证明对称无耗互易的 Y 形接头的最小失配为 $|S_{11}|=|S_{22}|=|S_{33}|=1$,且当

$\arg S_{12}=0°$ 时,有 $[S]=\dfrac{1}{3}\begin{bmatrix}-1 & 2 & 2\\ 2 & -1 & 2\\ 2 & 2 & -1\end{bmatrix}$。

5-11　已知二端口网络的散射矩阵为 $[S]=\begin{bmatrix}0.2e^{j\frac{3}{2}\pi} & 0.98e^{j\pi}\\ 0.98e^{j\pi} & 0.2e^{j\frac{3}{2}\pi}\end{bmatrix}$,求二端口网络在输出端口接匹配负载情况下的相移 θ、插入衰减 L_i、电压传输系数 T 及输入驻波比 ρ。

5-12　如图 5.22 所示,为一波导中插入两块相距为 l 的膜片及等效电路。

试求:① 该网络的插入衰减;

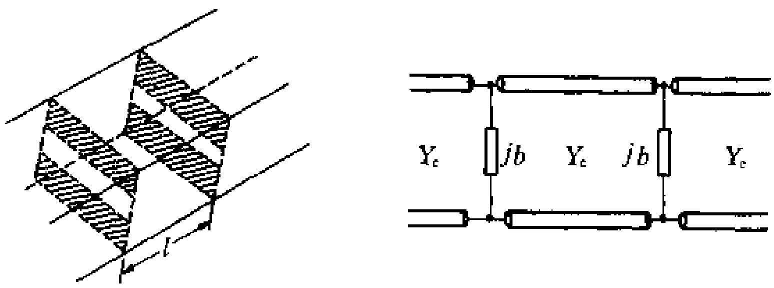


图 5.22　题 5-12 附图

② 当 $l=\lambda_g/4$ 时网络输入端的反射系数；

③ 膜片插入波导不会引起附加反射的条件(其中 b 为归一化电纳)。

5-13　试求如图 5.23 所示参考面 T_1、T_2 所限定网络的工作衰减(其中 $l=\lambda/4$)。

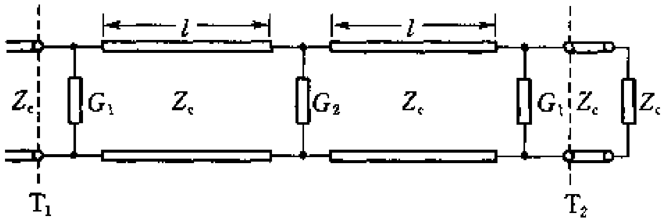


图 5.23　题 5-13 附图

5-14　有一无耗互易的四端口网络，其 $[S]=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0&1&0&j\\1&0&j&0\\0&j&0&1\\j&0&1&0\end{bmatrix}$，当微波功率从端口 1 输入而其余各端口均接匹配负载时，求：①端口②、③、④的输出功率和反射回端口①的功率；

②以端口①输出场为基准，各端口输出场的相位。

5-15　图 5.24 所示的 E 面阶梯及其等效电路，测得 $S_{11}=\frac{1-j}{3+j}$，$S_{22}=\frac{-1-j}{3+j}$。求等效电路中的归一化电纳及匝比。

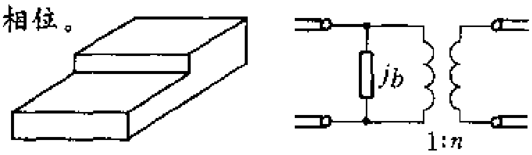


图 5.24　题 5-15 附图

5-16　有一个二端口网络的散射矩阵为 $[S]=\begin{bmatrix}0.3&-0.9\\-0.9&0.3\end{bmatrix}$。

① 说明该网络代表的二端口元件的特点；

② 求端口②分别接匹配负载和短路器时，端口①的输入驻波比；

③ 求端口②接匹配负载、端口①的输入功率为 100 mW 时，负载吸收的功率。

5-17　如图 5.25 所示，为一旋转对称的无耗三端口网络，其中 b 为归一化电纳。

① 求该网络的散射矩阵；

② 讨论 b 为何值时，该网络可获得最佳匹配。

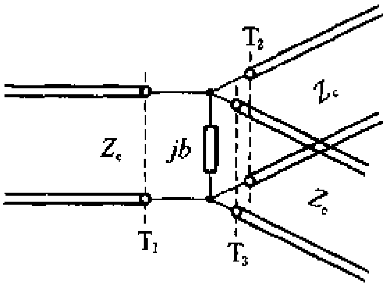


图 5.25　题 5-17 附图

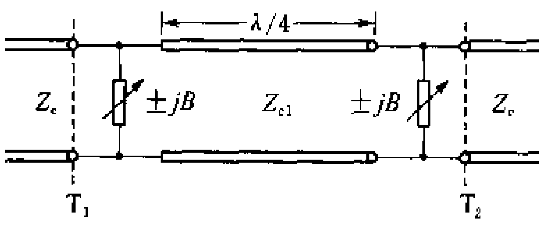


图 5.26　题 5-18 附图

5-18　对如图 5.26 所示网络构成的移相器，

① 当电纳 B 确定后，Z_{c1} 如何选择，可使此移相器不论处于何种状态(jB 或 $-jB$)下，

移相器对网络输入、输出端所接的特性阻抗为 Z_c 的传输线均实现匹配？

② 对两种移相器的状态，求此网络的相移量。

5-19　如图 5.27 所示，为一无耗微波网络，各段均匀无耗传输线的特性阻抗均为 Z_c。已知电长度 $\theta_1=\pi/2$，$\theta_2=\pi/4$，求网络输入端的电压反射系数的模值。

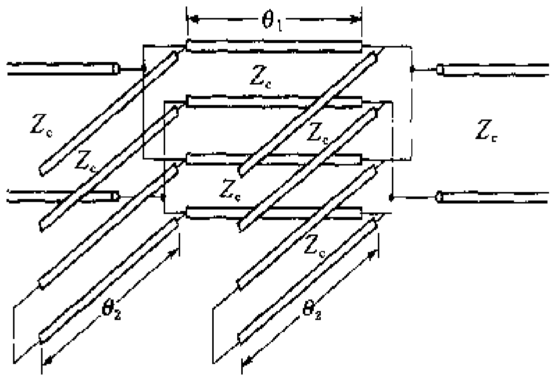


图 5.27　题 5－19 附图

5-20　求如图 5.28 所示的参考面 T_1、T_2 间网络的插入衰减。

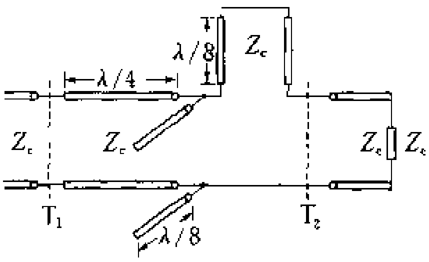


图 5.28　题 5－20 附图

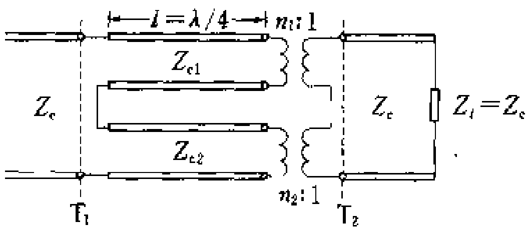


图 5.29　题 5－21 附图

5-21　对如图 5.29 所示的网络，求出参考面 T_1 处的反射系数及网络插入衰减。已知 $Z_c=50\,\Omega$，$Z_{c1}=50\,\Omega$，$Z_{c2}=100\,\Omega$，$n_1=n_2=10$。

第6章 微波无源元件

任何一个微波系统都是由许多起不同作用的微波元器件组成，如图6.1所示的雷达高频系统就是其中一例。雷达高频系统要完成发射、接收、传输和检测含有雷达信号的导波，除了有规则传输系统外，还要有各种所需的微波元器件及其他装置。所以，熟悉常用的微波元器件的结构、原理和作用是十分必要的。

微波元器件的种类有很多，按有源和无源可分为有源器件和无源元件；按线性和非线性可分为线性元件和非线性器件；按互易（可逆）和非互易（不可逆）可分为互易（可逆）元件和非互易（不可逆）器件；按传输系统可分为（金属）波导型、同轴型、微带型等；按作用可分为连接元件、匹配元件、衰减元件、相移元件等；按元件的端口数可分为一端口元件、二端口元件、三端口元件、四端口元件等。本章只讨论四端口及其以下各端口的线性无源元件。

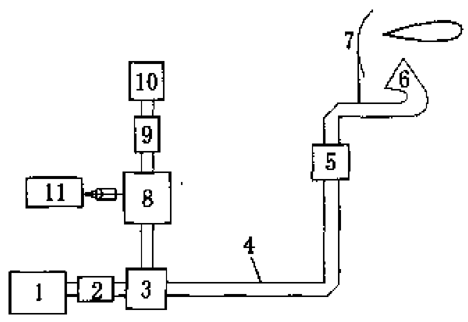


图6.1 雷达高频系统

1-发射机；2-隔离器；3-天线收发开关；4-馈电（传输）系统；5-旋转关节；6-照射器；7-反射器；8-混频器；9-可变衰减器；10-本地振荡器；11-前置中频放大器

下面首先按端口数的多少依次介绍互易元件，主要是波导型元件，也涉及部分同轴型和微带型元件；然后介绍非互易器件——微波铁氧体器件。

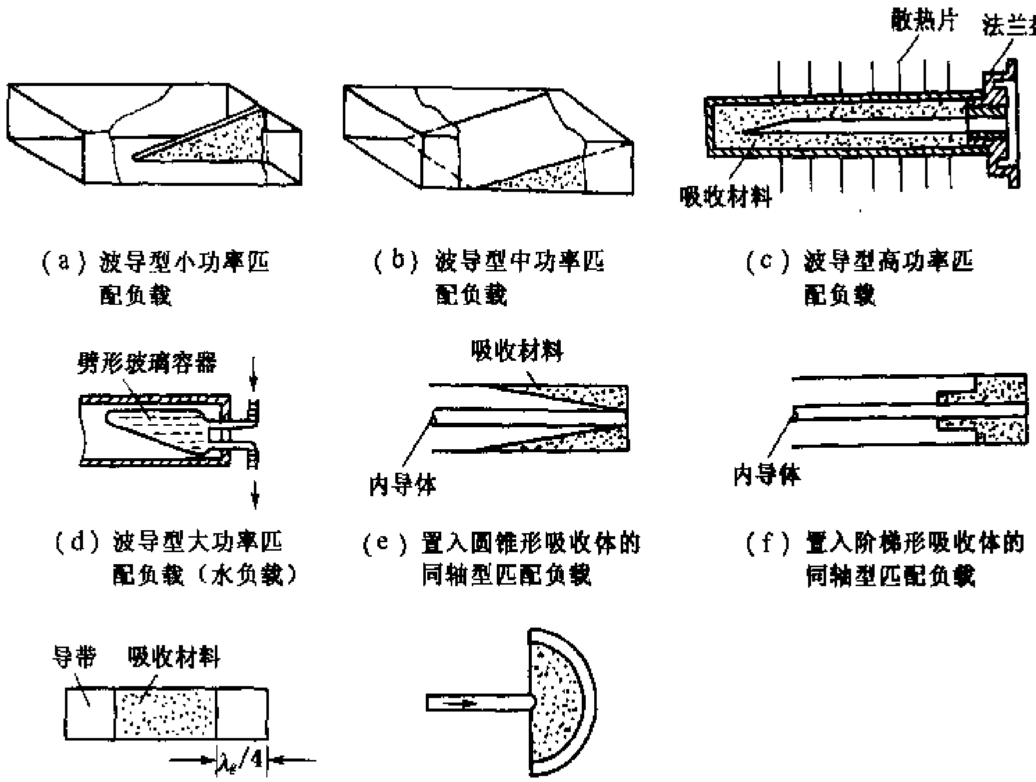
6.1 一端口互易元件

只有一个端口的互易元件其种类不多，常见的有匹配负载和短路活塞两种。

6.1.1 匹配负载

匹配负载是一种几乎能无反射地吸收传输功率的一端口元件。图6.2(a)是一种常见的小功率波导型匹配负载。它是由一段终端短路的矩形波导在其中沿电场方向放置一块或几块劈形吸收片所构成。吸收片通常由介质片（如陶瓷、玻璃、胶木等）表面涂上金属碎末或炭末制成。当吸收片平行放置于波导中电场最强处时，在电场作用下能强烈地吸收微波功率。吸收片的尖劈部分越长匹配性能越好，这是因为斜面引起的反射可以相互抵消。尖劈长度取为$\lambda_g/2$的整数倍，一般为$(2\sim3)\lambda_g$。小功率波导型匹配负载通常在10%～15%频带内驻波系数可达到1.01～1.05。

由吸收片所构成的匹配负载能承受的功率很小，大功率的匹配负载（大于1 W）通常用石墨或碳化硅等做成楔形吸收体，有时在负载的外面还装上许多散热片以利于散热。当要



(a) 波导型小功率匹配负载　(b) 波导型中功率匹配负载　(c) 波导型高功率匹配负载

(d) 波导型大功率匹配负载（水负载）　(e) 置入圆锥形吸收体的同轴型匹配负载　(f) 置入阶梯形吸收体的同轴型匹配负载

(g) 采用矩型薄膜电阻的微带型匹配负载　(h) 采用半圆形薄膜电阻的微带型匹配负载

图 6.2　各种类型的匹配负载

求功率很高时，则利用水作为吸收物质，由水的流动带出热量，即水负载。这些匹配负载分别如图 6.2(b)、(c)、(d)所示。

同轴型匹配负载是在内外导体间置入圆锥形或阶梯形吸收体而构成，如图 6.2(e)、(f)所示。

微带型匹配负载常采用矩形带状薄膜电阻，并采用 $\lambda_g/4$ 的开路微带线来使此匹配电阻高频接地，如图 6.2(g)所示。这种匹配负载的缺点是频带窄。目前多采用半圆形电阻，在外圆边缘通过半圆弧金属化槽直接接地，如图 6.2(h)所示。这种匹配负载不仅频带宽，功率容量也大。

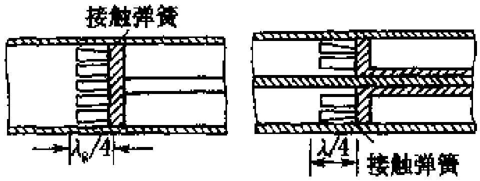
6.1.2 短路活塞

在阻抗匹配调节、谐振腔频率调整以及一些微波测量系统中常要求可以移动的短路面，以使入射的电磁功率全部被反射回来。波导或同轴型短路活塞就是由一只可以在波导或同轴线中可以自由移动的金属块(活塞)构成。为保证短路活塞的反射系数尽量接近于 1，无论是波导型还是同轴型短路活塞在结构上都有两种结构形式，即接触式或抗流式。

1) 接触式短路活塞

图 6.3 示出了波导型和同轴型接触式短路活塞的结构，为使活塞与传输系统内壁保持良好的接触又能平滑地移动，一般在活塞近波源的面上固定具有弹性的细弹簧片，做成梳状的接触片，弹簧片的长度约为 $\lambda_g/4$。由于短路面上是电压波节和电流波腹，短路面附近有

很大的高频电流存在，这样因实际的机械接触点与短路面错开了 $\lambda_g/4$ 的长度，故在接触点处为电流波节，从而使接触损耗减小，且不易发生打火现象。



(a) 波导型　　(b) 同轴型

图 6.3　接触式短路活塞

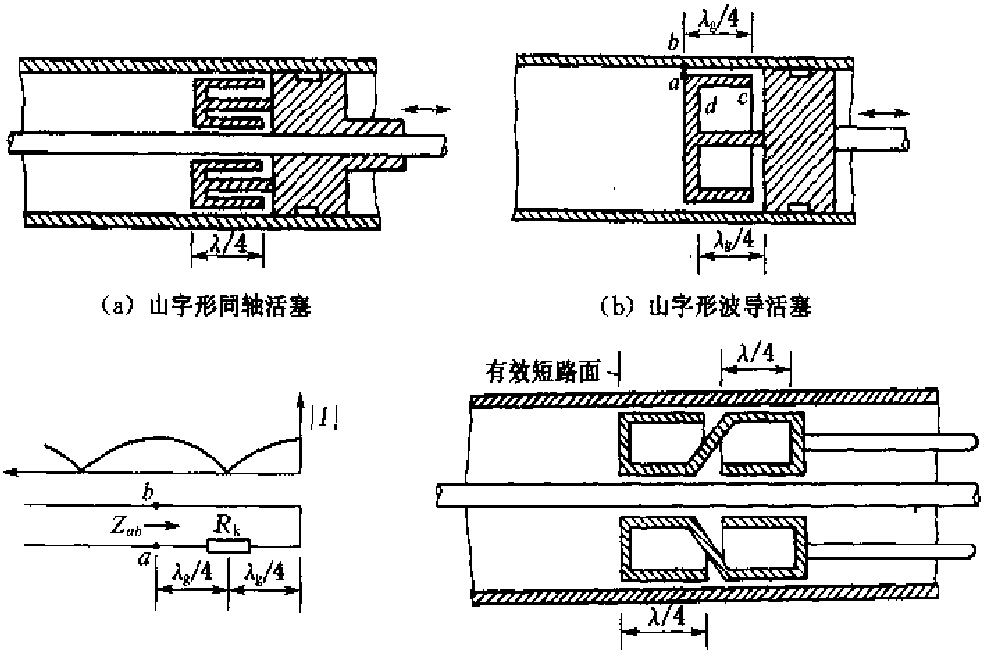
这种短路活塞的优点是结构简单，但由于活塞和传输系统内壁存在着结构接触，容易磨损，使这种活塞在移动时接触不稳定，并且大功率时容易发生打火现象，从而限制了其应用场合和使用寿命。这种活塞一般可获得大于 50 的驻波系数。

2）*抗流式短路活塞*

如图 6.4 所示为波导型和同轴型抗流式短路活塞，它们的有效短路面不是在活塞与传输系统内壁处直接接触，而是向波源方向移动了 $\lambda_g/2$ 的距离。这种结构是利用了两段不同等效(特性)阻抗的 $\lambda_g/4$ 变换段构成，其工作原理可利用图 6.4(c)所示的等效电路来进行分析。这是关于活塞与波导或同轴线内壁间隙以及活塞内部中空部分的等效电路。其中 c、d 段相当于 $\lambda_g/4$ 终端短路的传输线，b、c 段相当于 $\lambda_g/4$ 终端开路的传输线，两段传输线之间串有电阻 R_k，它代表可能从 c 处隙缝漏出的功率所对应的等效辐射电阻。由等效电路，根据传输线理论不难证明，在 a、b 面上的输入阻抗为

$$Z_{ab} = 0 \tag{6.1}$$

由此可知，a、b 面是等效短路的。



(a) 山字形同轴活塞　　(b) 山字形波导活塞

(c) 原理图　　(d) S 形同轴活塞

图 6.4　抗流式短路活塞

在同轴元件中，广泛采用如图 6.4(d)所示的 S 形抗流活塞。这种短路活塞具有工作频带宽和活塞与同轴线完全分开等优点，因此特别适用于要加直流偏置的同轴有源器件。

若制作工艺良好，抗流式活塞的驻波系数可达到 100 以上。

6.2　二端口互易元件

在微波技术中，大多数微波互易元件都是二端口元件，这里仅介绍较为常见的几种。

6.2.1　连接元件

将各种微波传输器件的输入、输出端连接起来构成所需系统或设备的装置就是连接元件。根据连接元件的作用，一般都要求接触损耗小、驻波系数小、工作容量大和工作频带宽等。

1）波导接头

波导接头有平法兰接头和抗流法兰接头两种形式，它们是借助于焊接在连接波导端口上的法兰盘来实现的。

如图 6.5 所示为矩形波导的平法兰接头。这种接头的特点是：结构简单、工作频带宽、使用方便。但对接触表面的机械加工的光洁度要求较高，对连接孔的定位和法兰盘与波导轴的垂直度要求较严。平法兰接头的驻波系数可做到小于 1.002。

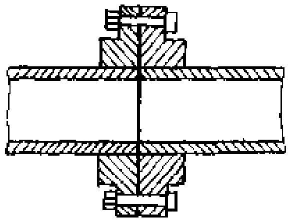


图 6.5　平法兰接头

图 6.6 为矩形波导的抗流法兰接头，它是由刻有抗流槽的法兰和一个平法兰对接而成。这种接头的特点是，在没有机械接触的地方实现良好的电接触，此特点是靠接头中的抗流装置来实现的。由图可见，法兰盘上有圆形的抗流槽，而矩形波导的端面缩进法兰盘表面一段很短的长度，故两段波导并不接触。法兰盘上的 BC 段将构成一段低阻抗的同轴线，而 DD' 段的辐射形间隙则构成一段径向传输线（有关径向传输线，可参阅文献[22]）。BC 段的长度约为 $\lambda_0/4$（λ_0 为工作波长），而圆槽的平均半径与波导窄边的一半之差 DE 的长度也约为 $\lambda_0/4$，因此在工作频率上，由 C 点向 B 点视入的输入阻抗为无穷大，即机械接触点正好处于高频电流的波节点上。所以，即使接触处的接触电阻较大（接触不良）也不会产生较大的功耗。而由 E 点向 D 点视入的输入阻抗为零，即 E 点处于电流的波腹处，这样虽然在 E 点没有机械接触，却实现了电气上的理想短接。

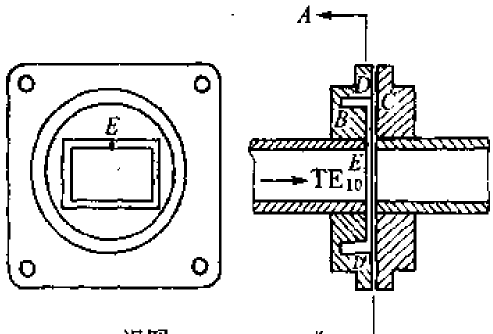


图 6.6　抗流法兰接头

抗流法兰接头具有耐高功率，易于密封等优点，但其工作频带窄，一般在 10%～12%频带范围内，驻波系数 $\rho \approx 1.1$。因此只有在高功率、窄频带、密封系统中才采用这种接头，而在低功率、宽频带场合，则采用平法兰接头。

圆波导接头的结构决定于波导内传输的模式。当传输 TE_{01} 模时，波导内壁只有沿周向的电流，此时可用平法兰接头。除此之外，为了改善电接触，也可采用抗流法兰接头。

2）旋转关节

在雷达设备中，馈线系统的任务是将天线和收发设备连接在一起组成一个整体。为了满足雷达搜索和跟踪目标的要求，天线总要在水平和俯仰角范围内同时连续扫描，因此必须

在固定收发设备的情况下能使天线自由转动，同时又不影响信号正常传输，起到这种作用的元件称为旋转元件，通常又称为旋转关节。

图 6.7 为一种圆波导旋转关节的结构示意图。它由两段矩形波导——圆波导的变换段和一段圆波导抗流接头构成，其中匹配块是为减小变换段的失配而设置的。旋转关节的工作模式选为 TM_{01} 模。因为这种模式是圆波导中的第一个高次模式，这样可以避免其他高次模式的出现，且其电磁场分布具有对称性，面电流只有纵向分量，当两段圆波导相对旋转时，不需要考虑场的极化方向，也不会产生场型畸变。此外，由于这种模式的衰减较小，因此旋转关节的损耗也较小。由图可见，矩形波导中的 TE_{10} 模在旋转关节中不仅激励出 TM_{01} 模，其磁场分量也可激励出圆波导中的最低次模式 TE_{11}，但只要正确选择匹配块的位置和尺寸以及圆波导段的长度，就可在很大程度上抑制 TE_{11} 模的产生，并完成矩形波导—圆形波导段的匹配。对于这种旋转关节的设计，目前尚无完整的设计公式，最佳尺寸要靠反复实验确定。

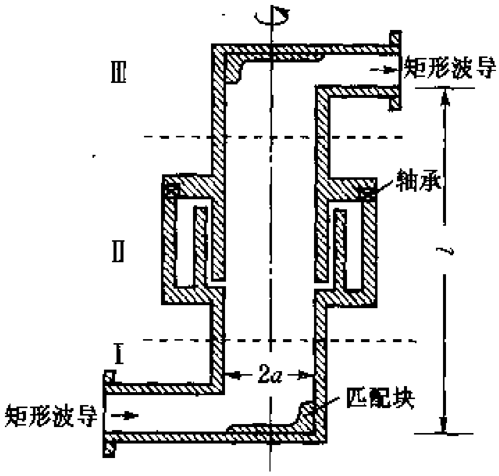


图 6.7　圆波导旋转关节结构示意图

上面介绍的旋转关节仅能满足一路信号的传输，在现代雷达系统中，往往要传输两路或两路以上的雷达信号，此时要用到多路旋转关节。对于多路旋转关节，可参阅有关文献。

6.2.2　衰减元件（衰减器）

衰减器是用来控制传输系统中导波场强幅度的，它可以把微波功率衰减到所需的电平。从网络的观点看，衰减器是一个有耗的二端口互易网络，对匹配的衰减器而言，其 $[S]=\begin{bmatrix}0 & S_{12}\\ S_{12} & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & e^{-\alpha l}\\ e^{-\alpha l} & 0\end{bmatrix}$。衰减器的种类很多，按其工作原理可分为吸收式、截止式、极化吸收式、电调式、谐振吸收式和场移式等。这里仅介绍前两种衰减器。

1）吸收式衰减器

这种衰减器是微波系统中用得最多，也是最简单的一种。它是在一段矩形波导中平行于电场方向放置具有一定衰减量的一片（或多片）吸收片而构成的，且有固定式和可变式两种，如图 6.8 所示。吸收片可以由陶瓷片上蒸发一层很薄的电阻金属膜构成，为消除反射，吸收片的两端一般制成尖劈形。因为 TE_{10} 模的电场分布是在波导宽边中心最强，两边为零，对可变式衰减器而言，当吸收片横向移动时即可改变衰减量。

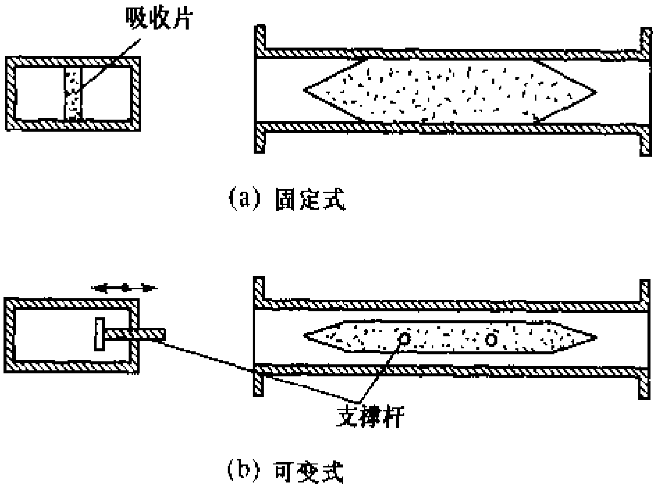


图 6.8　吸收式衰减器

2）截止式衰减器

截止式衰减器是由两段传输系统之间接入一段长度可调、工作频率低于截止频率的波导构成的。同吸收式衰减器不同，它不是靠吸收入射功率工作的，而是靠改变截止波导段的长度来调节衰减。截止波导常采用圆波导，因为它可以用比较简单的机械结构来调节衰减器内两个耦合元件之间的距离 l，以改变其衰减量。如图 6.9 所示的两种同轴型截止式衰减器都是用圆波导作为截止波导的，其中图(a)通过耦合盘进行电激励，激发的是 TM_{01} 模；图(b)是通过耦合环进行磁激励，激发的是 TE_{11} 模。

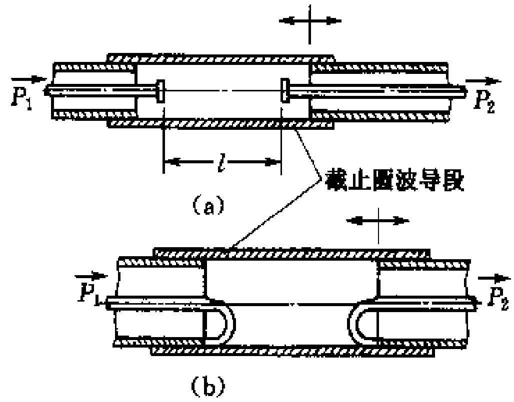


图 6.9　截止式衰减器

截止式衰减器的最大缺点是，传输功率的衰减靠入射波的反射作用来实现，因此它与传输系统之间的匹配较为困难，所以在实际应用中，都应采取匹配措施（通常与固定吸收式衰减器联用）。

6.2.3　相移元件（移相器）

移相器和衰减器是微波工程中最常用的两种元件，从前面的分析可知，要改变传输系统中导波场强的幅度需要衰减器，而当要改变传输系统中导波场强的相位时则要用到移相器。对匹配的移相器而言，其 $[S]=\begin{bmatrix}0 & e^{-j\varphi}\\ e^{-j\varphi} & 0\end{bmatrix}$。

由传输线理论可知，导波通过一段长度为 l 的传输系统后相位变化为

$$\varphi=\beta l=\frac{2\pi}{\lambda_g}l \tag{6.2}$$

由此可见，要改变传输系统的相移有两种方法：(1)改变传输系统的机械长度；(2)改变传输系统的相移常数 β。通常则采用后一种方法来实现相移。因 $\beta=2\pi/\lambda_g$，对矩形波导中的 TE_{10} 模而言，由 $\lambda_g=\lambda/\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}$ 可知，改变波导宽边尺寸 a 可以改变波导波长，以使相移 φ 发生变化。此外，当波导中填充相对介电常数为 ϵ_r 的介质时，其 λ_g 也发生变化，因此在波导中放置介质片（块）也能改变相移 φ。下面介绍两种不同形式的波导移相器。

1）横向移动的介质片移相器

在实际应用中，为达到相移可变的目的，往往不是用介质块填充整个波导，而是用一块横向位置可以移动的介质片来构成移相器，其结构形式如图 6.10 所示。当无耗介质片处于波导中的不同位置时对电场的影响不同，从而引起的相移也不同。这样可以通过对介质片位置的调节来改变相移。介质片在波导边上相移量最小，在波导中央时相移量最大。

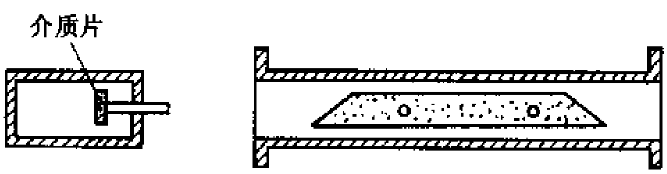


图 6.10　横向移动的介质片移相器

2）压缩波导移相器

如图 6.11 所示，在矩形波导上、下宽壁中心开纵向细长槽缝，并在窄壁施加机械压力使

宽壁尺寸变化，从而改变波导波长。所以，这种被压缩的波导也可作为移相器使用。

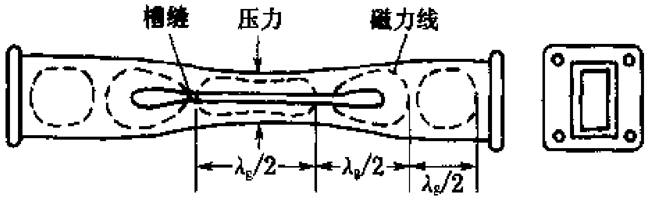


图6.11 压缩波导移相器

6.2.4 用不均匀性实现的元件

在实际应用中，常常人为地在传输系统中引入各种不均匀性，以实现一些有用的元件。用各种传输系统的不均匀性所实现的元件种类很多，这里仅简单介绍用矩形波导和微带线的不均匀性实现的元件。

1) 用矩形波导的不均匀性实现的元件

(1) 膜片

垂直于矩形波导轴线放置的导体薄片称为膜片，膜片的厚度 $t \ll \lambda_g$，但 $t \gg \delta$（δ 为导体的趋肤深度），膜片按其形状和放置位置的不同又可分为两类：电容膜片和电感膜片。

① 电容膜片

这种膜片使矩形波导的窄边 b 减小而宽边 a 不变。对 TE_{10} 模而言，由于窗孔上、下之间距离的缩短引起了窗孔之间电场的集中，从而相当于在波导截面上并联了一个电容，习惯上称为电容膜片。膜片的上、下位置可以对称也可以不对称，如图6.12所示。膜片位置的对称与否只影响并联电容的大小，而不会影响其电抗的性质。电容膜片的归一化电纳 b_C 近似为 $(t=0)$

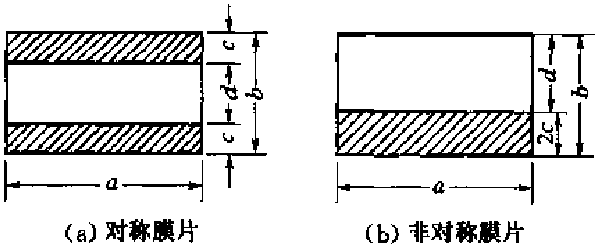


图6.12 电容膜片

对图(a)：

$$b_C = \frac{2\beta b}{\pi}\left[\ln\csc\left(\frac{\pi d}{2b}\right)+\left(\frac{2\pi}{b\gamma_1}-1\right)\cos^4\left(\frac{\pi d}{2b}\right)\right] \tag{6.3a}$$

式中，$\gamma_1=\sqrt{(2\pi/b)^2-\beta^2}$，$\beta=\sqrt{k_0^2-(\pi/a)^2}$。

对图(b)：

$$b_C = \frac{4\beta b}{\pi}\left[\ln\csc\left(\frac{\pi d}{2b}\right)+\left(\frac{\pi}{b\gamma_2}-1\right)\cos^4\left(\frac{\pi d}{2b}\right)\right] \tag{6.3b}$$

式中，$\gamma_2=\sqrt{(\pi/b)^2-\beta^2}$。

② 电感膜片

在矩形波导的截面上沿窄边对称或不对称放置膜片时，就可构成电感膜片，如图6.13所示。电感膜片的归一化电纳 b_L 的近似式为 $(t=0)$

对图(a)：

$$b_L = \frac{2\pi}{\beta a}\cot^2\left(\frac{\pi d}{2a}\right)\left[1+\frac{a\gamma_3-3\pi}{4\pi}\sin^2\left(\frac{\pi d}{a}\right)\right] \tag{6.4a}$$

式中，$\gamma_3=\sqrt{(3\pi/a)^2-k_0^2}$。

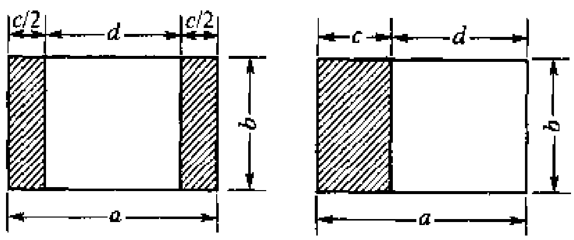


图6.13 电感膜片

对图(b)：

$$b_L = \frac{2\pi}{\beta a}\cot^2\left(\frac{\pi d}{2a}\right)\left[1+\csc^2\left(\frac{\pi d}{2a}\right)\right] \tag{6.4b}$$

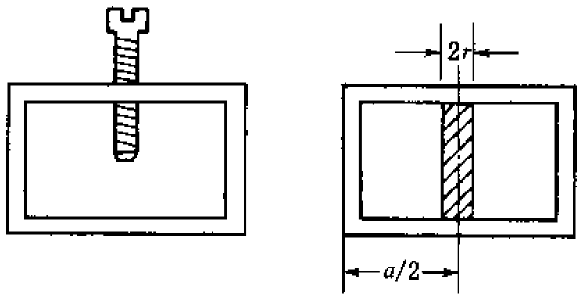
(2) 谐振窗

当矩形波导横截面上的膜片尺寸使波导宽边和窄边尺寸同时减小时，这种膜片必然兼有容性膜片和感性膜片的性质。适当选择窗孔的尺寸，在某频率上它可等效为传输线上的并联谐振回路，这种膜片称为谐振窗。在谐振频率上，此窗孔对波导不起分路作用，TE_{10}模可以畅通无阻地通过谐振窗而不引起反射。谐振窗除了矩形外，还有圆形、椭圆形和哑铃形等。

(3) 螺钉和销钉

① 螺钉

螺钉的结构如图 6.14(a)所示。当矩形波导的宽边中心插入金属圆杆(螺钉)时，由于电场集中于圆杆的顶端而形成附加的电场，而在圆杆的表面感应出的电流则形成附加的磁场，这种附加的电磁场与波导主模间的能量耦合等效为一个并联的电抗元件，但随着螺钉的插入深度不同其电抗性质也不同。当螺钉插入深度较小时，一方面由于圆杆顶端的电场集中，有电容量；另一方面，由于波导宽边的轴向电流要流向螺钉而产生磁场，有电感量。但因螺钉插入波导较浅，电感量较小，电容性占优势，所以并联电纳呈容性。而当逐渐增加螺钉的插入深度时，电感量和电容量都在不断增加，当螺钉插入波导深度约为 $\lambda_0/4$ 时，容抗和感抗相等，电纳趋于无穷大，即呈现出串联谐振特性。螺钉插入深度若再增加，电纳则呈感性。在实际应用中，通常将螺钉作为可变电容使用。由于它调整方便，因此在小功率的微波设备和测试系统中应用广泛。



(a) 螺钉　　(b) 销钉

图 6.14　螺钉和销钉

② 销钉

销钉是垂直对穿矩形波导宽边中心的金属圆杆，如图 6.14(b)所示，它在波导中起电感作用。销钉的感性电纳与圆杆的半径 r 有关，半径越大，电感量越小。销钉的归一化电纳 b_p 的近似式为

$$b_p = \frac{4\pi}{\beta a}\frac{1}{\ln\left(\dfrac{2a}{\pi r e^2}\right)} \tag{6.5}$$

式中，$e \approx 2.718$。

2) 用微带线的不均匀性实现的元件

常见的微带不均匀性或不连续性有开路、短路、间隙、阶梯、横向窄缝、直角弯折等，它们在微带电路中通常用作调配、调谐以及耦合等元件。附录 B 给出了几种常见的微带不均匀性(不限于二端口情况)的等效电路、等效参量的经验公式及应用范围。应注意，该附录中的等效电路是在假设不均匀性尺寸比微带的波导波长小得多的情况下，通过准静态分析和经验得出的。由于它们并未计及色散以及辐射的影响，因此只适用于较低的频段。

6.2.5 阻抗匹配和变换元件

阻抗匹配和变换元件(或称为阻抗匹配器、阻抗变换器)有多种类型,按传输系统可分为同轴型、波导型和微带型等;按工作频带可分为窄带匹配器和宽带匹配器;按匹配器和变换器的型式可分为支节调配式、螺钉调配式、阻抗变换式等。第 2 章中已介绍了支节调配器和 $\lambda/4$ 阻抗变换器,这里简单讨论螺钉调配器和 $\lambda_g/4$ 阻抗变换器。

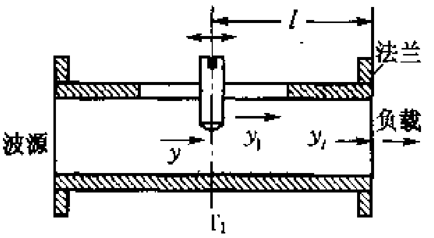
1) 螺钉调配器

为了消除或减小矩形波导中不连续性或不均匀性所引起的反射,可以在矩形波导的宽边中心插入螺钉来作为调配元件。将调配螺钉都调成容性,以避免被击穿。

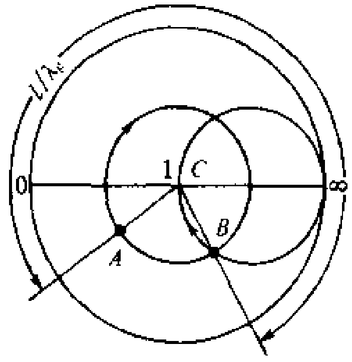
(1) 单螺调配器

单螺调配器的实际结构如图 6.15(a)所示。它是插入矩形波导中的一个可调节的螺钉。螺钉沿着波导宽壁中心的无辐射缝作纵向移动,即可改变并联电纳到负载的距离 l。同时,螺钉的插入深度可借助于一个微测计进行调节,以改变并联电纳的大小。

单螺调配器的调配原理同单支节调配器原理相同,不同的是单螺调配器的螺钉只能呈现容性电纳。我们可借助图 6.15(b)所示的导纳圆图来说明其调配原理。设波导终端待匹配的归一化负载导纳 y_l 在导纳圆图上的对应点为 A,为达到匹配,必须设法通过调配器使其输入导纳位于 $y=1$ 的匹配点 C。为此可分为以下两个步骤进行:①先改变距离 l,使得从 T_1 面右边向负载看去的输入导纳 y_1 的对应点 B 位于 $g=1$ 的下半等归一化电导圆上,其归一化导纳为 $y_1=1-jb$;②在波导的对应位置加上螺钉,并调节螺钉的归一化容性电纳值 b_C,使得 b_C 与 b 大小相等。这样,从参考面 T_1 左边向负载看去的总归一化输入导纳为 $y=y_1+jb_C=1$,对应于图中的匹配点 C,从而达到匹配目的。



(a) 实际结构



(b) 调配原理图

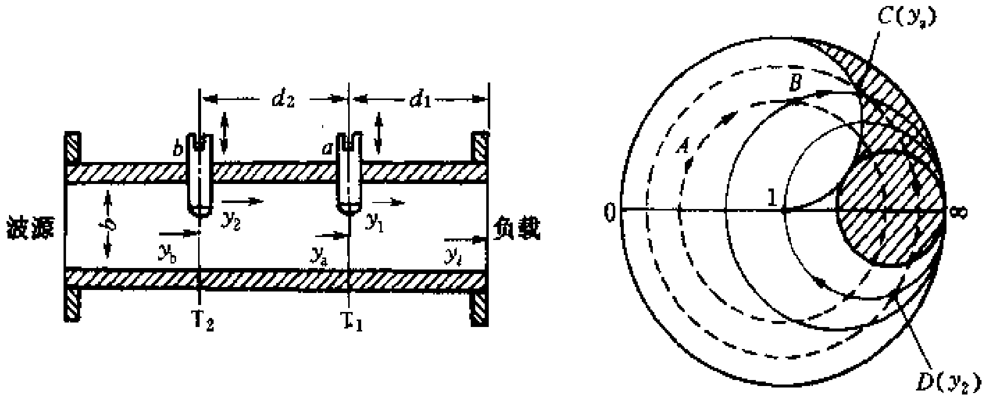
图 6.15 单螺调配器的调配原理

(2) 双螺调配器

同双支节调配器一样,若在矩形波导中插入相距为 $\lambda_g/8$、$\lambda_g/4$ 或 $3\lambda_g/8$ 等的两个螺钉就构成了双螺调配器。

双螺调配器的调配原理同双支节调配器的调配原理基本相同,不同处是螺钉只能调成容性,因此要考虑其特殊性。这里我们以图 6.16(a)所示的间距为 $d_2=\lambda_g/8$ 的双螺调配器为例讨论其调配过程。设波导终端的归一化导纳 y_l 对应于导纳圆图中的 A 点,以 O 为圆心,OA 为半径顺时针旋转 d_1/λ_g 电长度至 B 点,B 点对应于从第一个螺钉(T_1 面)右边向负载视入的归一化导纳 y_1,其归一化电导为 g_1,归一化电纳为 b_1,调节第一个螺钉的容性电纳

即可得到 y_a，它对应圆图上的 C 点（即从 B 点出发沿 g_1 的圆向 b_1 增加方向旋转至与右半辅助圆相交）。然后以 O 为圆心，OC 为半径，顺时针旋转 90°交于 $g=1$ 下半圆上的 D 点，它对应于从第二个螺钉右边向负载看去的归一化导纳 y_2，该点对应的电纳分量呈现感性，即 $y_2=1-jb_2$。最后调节第二个螺钉的容性电纳，使其抵消 y_2 中的感性电纳分量，从而得到从第二个螺钉（T_2 面）左边向负载看去的归一化导纳 $y_b=1$，即获得匹配。



(a) 实际结构　　(b) 调配原理图

图 6.16　双螺调配器的调配原理

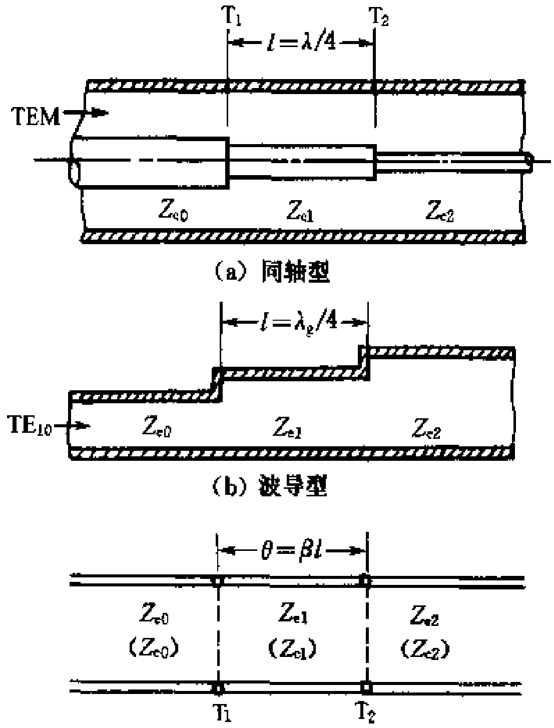
图 6.16(b)中所示的阴影区域是双螺调配器的匹配盲区。当负载的归一化导纳反映到 T_1 右边的归一化导纳 y_1 落在此阴影区域内时，调节第一个螺钉的容性电纳，并不能把 y_1 移到右半辅助圆上，这样 y_2 就不可能落在 $g=1$ 的下半圆上，从而不能实现匹配。显然，双螺调配器的匹配盲区比双支节匹配器的匹配盲区要大些。

匹配盲区的存在限制了双螺调配器的应用范围，为了克服这一缺点，可以在双螺调配器上再增加一个螺钉构成三螺调配器，其调配原理读者可自行分析。

2) $\lambda_g/4$ 阻抗变换器

当负载阻抗与传输系统的等效（特性）阻抗不相等或两段等效（特性）阻抗不同的传输系统直接连接时，由于阻抗不匹配，在连接处必将产生反射。为了消除反射达到匹配，可在连接处插入一个阻抗变换器，通过适当的阻抗变换来达到匹配。常用的阻抗变换器有两种：一种是单节或多节 $\lambda_g/4$ 传输系统组成的阶梯阻抗变换器；另一种是由渐变式传输系统构成的渐变式变换器。限于篇幅，这里仅介绍 $\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器。

图 6.17(a)、(b)分别为同轴型和波导型单节 $\lambda_g/4$（对同轴型，$\lambda_g=\lambda$）阶梯阻抗变换器的结构示意图，它们是由一段等效（特性）阻抗与主传输系统不同的 $\lambda_g/4$ 传输系统段构成的。图 6.17(c)为单节 $\lambda_g/4$ 阻抗变换器的等效电路。



(a) 同轴型

(b) 波导型

(c) 等效电路

图 6.17　单节 $\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器

单节 $\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器的工作原理可用终端接负载为 Z_l(设 Z_l 为实数)的二端口网络来分析。对图 6.17(c)所示的二端口网络,其输入端参考面 T_1 处的反射系数为

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_l}{1 - S_{22}\Gamma_l} \tag{6.6}$$

式中,对同轴型,$\Gamma_l = (Z_l - Z_{c1})/(Z_l + Z_{c1})$;对波导型,$\Gamma_l = (Z_l - Z_{e1})/(Z_l + Z_{e1})$。

若负载的反射系数 Γ_l 较小,由式(6.6),有

$$\Gamma_{in} = S_{11} + S_{12}S_{21}\Gamma_l \tag{6.7}$$

对无耗传输系统,因

$$\left.\begin{aligned} S_{11} &= S_{22} = 0 \\ S_{12} &= S_{21} = e^{-j\theta} \end{aligned}\right\} \tag{6.8}$$

将上式代入式(6.7),可得

$$\Gamma_{in} = \Gamma_l e^{-j2\theta} \tag{6.9}$$

于是,网络输入端参考面 T_1 处的输入阻抗为

$$Z_{in} = Z_{e1}\frac{1+\Gamma_{in}}{1-\Gamma_{in}} = Z_{e1}\frac{Z_l + jZ_{e1}\tan\theta}{Z_{e1} + jZ_l\tan\theta}\text{(同轴型},Z_{e1} = Z_{c1}) \tag{6.10}$$

若令第二段传输系统的终端匹配,即其终端负载 $Z_l = Z_{e2}$,而为了在参考面 T_1 处获得匹配,当 $l = \lambda_g/4$ 时,必有 $Z_{in} = Z_{e0}$。这样,由式(6.10)即得单节 $\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器的匹配条件分别为

$$Z_{e0}Z_{e2} = Z_{e1}^2\text{(波导型},l = \lambda_g/4) \tag{6.11a}$$

$$Z_{c0}Z_{c2} = Z_{c1}^2\text{(同轴型},l = \lambda/4) \tag{6.11b}$$

显然,上式同式(2.71)完全相同。

由上面的讨论可知,$\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器的长度是按某一中心频率 f_0 选取的,当工作频率 $f = f_0$ 时,可以达到理想的匹配。但当工作频率偏离 f_0 时,匹配将被破坏。这表明单节 $\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器只能用于窄带匹配。

若要求变换器的反射系数在较宽的频率范围内接近于零,则必须采取多节 $\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器。多节 $\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器的反射系数 Γ 直接决定于节与节之间的部分反射系数,改变这些部分反射系数可以得到不同的 Γ 和 θ 间的函数关系,从而改变 Γ 的频率特性。通常选取反射系数与二项式或切比雪夫多项式成正比,使多节 $\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器具有最平坦或等波纹频率特性。由于在同样条件下,等波纹特性比最平坦特性具有更宽的工作频率,故切比雪夫式阶梯阻抗变换器更为实用。有关多节阶梯阻抗变换器的详细分析,可参阅有关文献。

6.2.6　模式变换元件(转换接头)

在一个完整的微波系统中,除所需不同功能的元器件外,通常还需要使用几种不同类型的传输系统。为了从一种传输系统(或元器件)转换到另一种传输系统(或元器件),则必须采用模式变换器。

由第 3 章的内容可知,用于微波传输的传输系统类型很多,因此与各种传输系统对应的转换接头更是种类繁多。这里不可能一一介绍,仅简单介绍几种典型的转换接头。

1）同轴—矩形波导转换接头

工作于 TEM 模的同轴线与工作于 TE_{10} 模的矩形波导之间的转换装置有多种结构形式，第 3 章中已作了初步介绍，下面以探针激励为例作进一步的定性分析。

如图 6.18 所示的转换装置是将同轴线内导体从矩形波导宽壁中央插入，外导体与矩形波导的金属壁相连接而成。同轴线内导体（探针）伸入波导部分形成了一个小天线，它把微波能量辐射到波导的有限空间中，探针的两边都被激励起电磁波，为在波导中建立起单向传输的导行波，则在波导的一端用短路活塞把这一方向的导波反射到所需要的方向上。调节短路活塞的位置可使同轴线与波导之间获得良好匹配。若波导满足单模传输 TE_{10} 模的条件，则可在其中激励起 TE_{10} 模的传输波。但由于激励源的不均匀性，探针除激起 TE_{10} 模外，还会在探针附近激起许多其他模式。对于单模波导，除 TE_{10} 模外所有高次模式都是截止的，在距离探针较远的波导中，高次模的截止场都被衰减而消失，只剩下传输模式 TE_{10}。在探针附近高次模式的场都具有储能特性，它们与 TE_{10} 模进行能量耦合，这相当于在探针位置处给矩形波导引入了一个电抗（或电纳）分量，从而导致同轴线中 TEM 模的反射，使电磁能量不能全部进入矩形波导。为使电磁能量能全部进入波导，可通过适当调节探针的插入深度及改变短路活塞的位置以消除反射波来实现。探针激励起的高次模式并非是所有 TM_{mn} 和 TE_{mn} 模，当探针从波导宽边中心插入时，其电场分布是对称的，这种对称电场分布的激励只能激起相对于波导宽边中心分布的 m 为奇数的模式，而不能激起 m 为偶数的模式。实际上，为获得宽带的匹配，探针应在偏离波导宽边中心的地方插入，此时不再是对称激励，在探针附近将激励起所有的模式。显而易见，这种探针激励装置就是将同轴线中的 TEM 模转换为矩形波导中 TE_{10} 模的模式转换器。

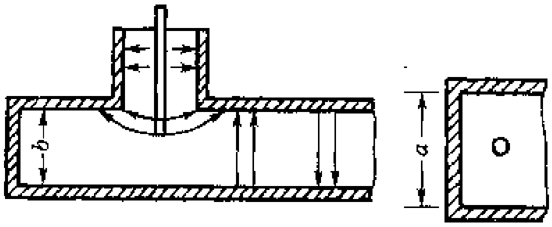


图 6.18 同轴—矩形波导转换接头

2）矩形波导—圆波导转换接头

(1) TE_{10} 模—TE_{11} 模转换接头（方—圆变换器）

由第 3 章的有关内容可知，矩形波导中 TE_{10} 模的场结构与圆波导中 TE_{11} 模的场结构十分相似，因此原则上只要将矩形波导和圆波导在同一轴线上对接起来便能实现这两种模式的转换。但为了避免接头处的不连续性引起反射，实际的结构是在矩形波导和圆波导之间串接一段方—圆渐变段，如图 6.19 所示。渐变的长度一般为一个或几个波导波长。

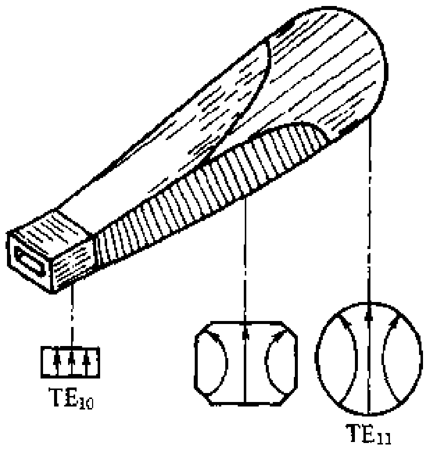


图 6.19 TE_{10} 模—TE_{11} 模转换接头

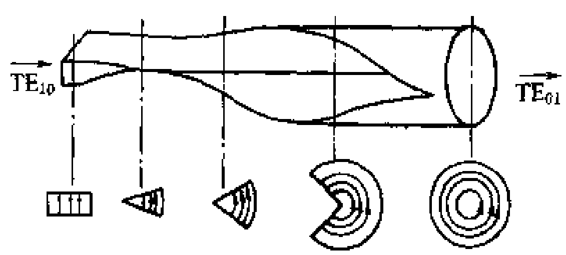


图 6.20 TE_{10} 模—TE_{01} 模转换接头

(2) TE_{10}模—TE_{01}模转换接头(扇形变换器)

图 6.20 示出了 TE_{10}模—TE_{01}模转换接头。它首先将矩形波导的窄边过渡到夹角很小的扇形,然后把扇形截面的夹角逐渐增加直到变成圆形,从而将波导中的对称电场分布转换成圆波导中圆周方向的电场分布。

6.2.7 微波滤波器

在微波技术中,特别是在多频率工作的各种微波系统中,微波滤波器是一种十分重要的微波元件。微波滤波器的种类很多,按衰减特性分,有低通、高通、带通和带阻滤波器;按频率特性响应分,有最平坦式、切比雪夫式、椭圆函数式滤波器;按其所用的传输系统分,有波导型、同轴型、微带型滤波器等。此外,微波滤波器还有宽带、窄带以及大功率、小功率之分等。

1) 微波滤波器的技术指标及综合设计程序

(1) 技术指标

微波滤波器可看作一个二端口网络,如图 6.21 所示。工程上习惯用二端口网络的功率衰减来描述其工作特性,即

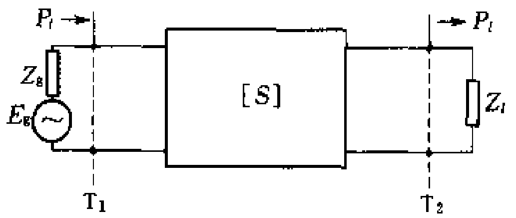


图 6.21　滤波器等效为二端口网络

$$L = 10\lg\frac{P_i}{P_l} = 20\lg\frac{1}{|S_{21}|}\quad \text{dB} \tag{6.12}$$

图 6.22 示出了滤波器四种衰减的频率特性曲线。

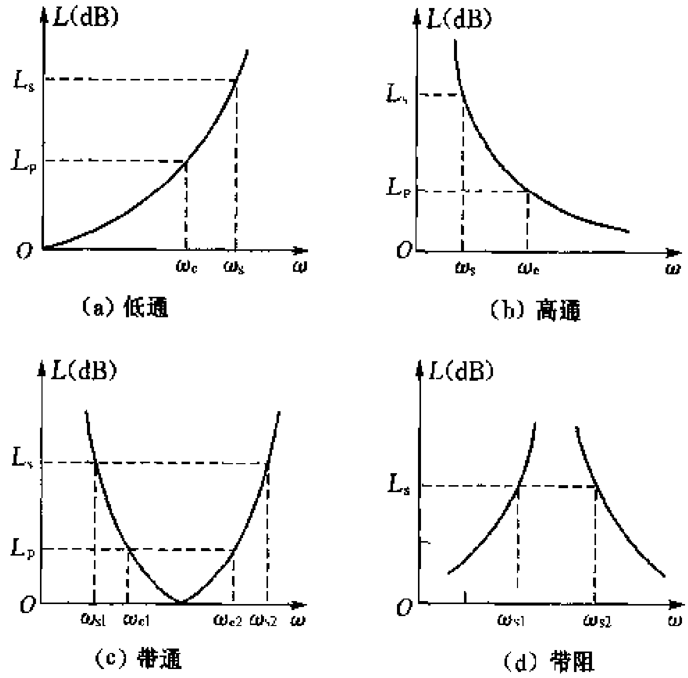


图 6.22　滤波器的衰减频率特性分类

微波滤波器有以下几个主要的特性参数:

① 通带截止频率 ω_c 和通带的最大衰减 L_p。

② 阻带边频 ω_s 和阻带内最小衰减 L_s。

③ 寄生通带(即在阻带内出现不需要的通带)。

这是因为微波滤波器采用分布参数元件,所以这些分布参数元件随频率的变化其电抗性质和数值都将发生变化,使得本应是阻带的频段出现了通带。在设计时应使寄生通带的频率尽量远离所需抑制的频率。

④ 插入相移与时延特性。插入相移是指信号通过滤波器后所引起的相移,它就是微波滤波器网络的散射参量 S_{21} 的幅角 φ_{21},将 φ_{21} 作为角频率 ω 的函数画成曲线,就是滤波器的插入相移特性。插入相移与角频率之比称为滤波器的时延,记为 t_p,即

$$t_p = \frac{\varphi_{21}}{\omega} \tag{6.13}$$

将 t_p 作为 ω 的函数画成曲线，就是滤波器的时延特性。在高质量的微波滤波器的设计中，往往需要插入相移特性具有良好的线性关系，从而保证在整个通带内具有恒定不变的时延，以减少信号通过滤波器后引起的时延失真。

(2) 微波滤波器的综合设计程序

我们知道，低频滤波器的综合设计方法已很成熟，针对低通原型滤波器的衰减特性已有一整套的设计程序和图表，所以我们并不需要对如图 6.22 所示四种类型的滤波器都进行自始至终的综合设计。最简单的方法是将实际滤波器的衰减特性通过频率变换，变换成低通原型滤波器的衰减特性，然后查图表找到相应低通原型滤波器的电路结构和各元件的归一化值，再应用频率变换得到实际所需滤波器的梯形电路结构和各元件值。低通滤波器这一综合设计方法在微波滤波器的设计中同样是适用的，问题是有了所要设计的低通滤波器的梯形电路之后，如何将得到的梯形电路在微波工程中具体实现，这是微波滤波器综合设计的一个关键。在微波技术中，这一过程就是根据微波滤波器工作波段的不同、功率容量的大小等具体要求，选用不同传输系统的分布参数替代上述梯形电路中的集中参数。综上所述，实际微波滤波器可按图 6.23 所示的程序进行设计。

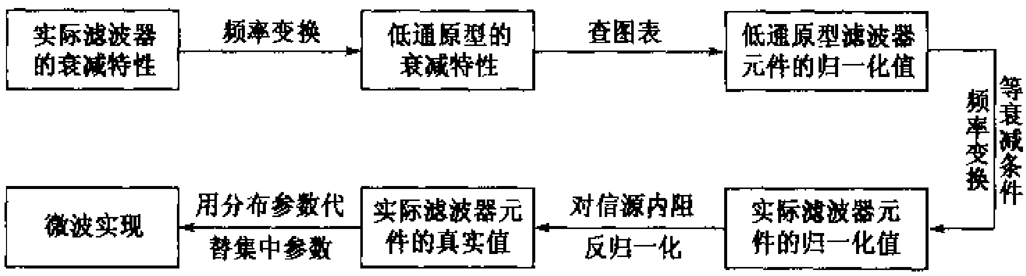


图 6.23　实际微波滤波器的综合设计过程

(3) 低通滤波器的衰减特性

理想低通滤波器的衰减特性应如图 6.24(a)所示。它以截止频率 ω_c 为界，当 $\omega < \omega_c$ 时，$L = 0\,\mathrm{dB}$，是通带；当 $\omega > \omega_c$ 时，$L = \infty$，是阻带。这种理想的衰减特性必须由无限个元件组成的电抗网络才能实现，而实际的滤波器总是由有限个元件组成的电抗网络，故不能得到理想的衰减特性。在综合设计滤波器时，只能用一些函数去尽量逼近理想的衰减特性，然后根据这些逼近函数综合出具体的结构来。常用的三种逼近函数是巴特沃兹函数、切比雪夫函数和椭圆函数，这三种函数分别形成最平坦式、切比雪夫式和椭圆函数式滤波器，它们的衰减特性分别为

$$L = 10\lg(1 + \varepsilon\omega^{2N})\quad \mathrm{dB} \tag{6.14a}$$

$$L = 10\lg[1 + \varepsilon T_N^2(\omega)]\quad \mathrm{dB} \tag{6.14b}$$

$$L = 10\lg[1 + \varepsilon C_N^2(\omega)]\quad \mathrm{dB} \tag{6.14c}$$

式中，ε、N 为待定常数，N 代表滤波器的元件数目；$T_N(\omega)$ 为切比雪夫多项式；$C_N(\omega)$ 为有理分式。

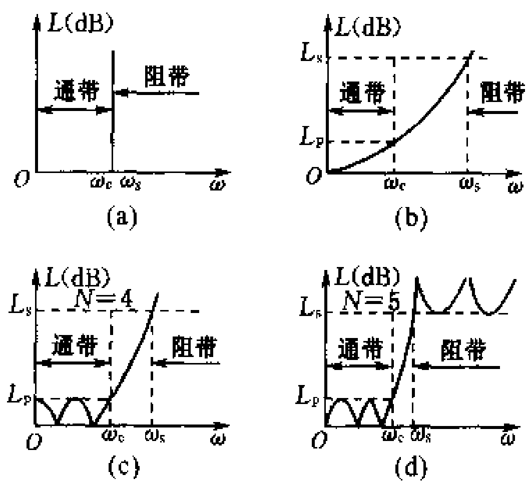


图 6.24　低通滤波器的衰减频率特性

图 6.24(b)、(c)和(d)分别表示以上三种低通滤波器的衰减特性。这三种衰减特性各有特点，

其中最平坦式特性表现为衰减随频率的升高而单调增加。在通带内，衰减随频率的升高而缓慢增大；在通带外，衰减随频率的升高而迅速增大。但这种滤波器在通带内没有充分利用允许的 L_p 值，且由通带到阻带的衰减特性曲线的上升段也不够陡峭。切比雪夫式特性表现为，通带内衰减随频率等起伏变化，通带外衰减随频率单调增大。它与最平坦式特性相比，较充分地利用了通带内允许的 L_p 值，而特性曲线的上升段也比较陡峭。椭圆函数式特性则表现为，无论是在通带内还是在通带外衰减都有起伏变化，它的特性曲线的上升段具有最陡的斜率。但这种滤波器的电路结构复杂，元件数目多，因而不及前两种滤波器应用的普遍。

2) 低通原型滤波器

由式(6.14)可知，若给定 L_p、ω_c、L_s 和 ω_s，则可利用此式分别求出待定常数 ε 和 N，并以此为基础综合出实际滤波器的梯形电路。然而，利用式(6.14)综合出的梯形电路只能适用于一组 ω_c 和 ω_s，一旦 ω_c 和 ω_s 改变，则必须重新进行综合设计。而实际应用的低通滤波器的 ω_c 和 ω_s 是各不相同的，为使综合出的梯形电路适合于任何一组 ω_c 和 ω_s，采用归一化角频率 ω' 来代替实际角频率 ω 进行综合。归一化角频率 ω' 的定义是

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_c} \tag{6.15}$$

于是，采用归一化角频率的三种低通滤波器的衰减特性分别为

$$L = 10\lg[1+\varepsilon(\omega')^{2N}] \quad \text{dB} \tag{6.16a}$$

$$L = 10\lg[1+\varepsilon T_N^2(\omega')] \quad \text{dB} \tag{6.16b}$$

$$L = 10\lg[1+\varepsilon C_N^2(\omega')] \quad \text{dB} \tag{6.16c}$$

根据式(6.16)中的三个式子分别综合出来的低通滤波器称为低通原型滤波器，简称为低通原型，通常把式(6.16)中的三个式子分别称为最平坦式、切比雪夫式和椭圆函数式低通原型的衰减特性。各种低通、高通、带通和带阻滤波器的衰减特性都可根据低通原型导出。

当 $\varepsilon = 1$ 时，最平坦式低通原型的归一化元件值可用下式计算：

$$\left.\begin{aligned} g_k &= 2\sin\left(\frac{2k-1}{2N}\pi\right),\ k=1,\ 2,\ \cdots,\ N \\ g_{N+1} &= 1 \end{aligned}\right\} \tag{6.17}$$

根据上式即可计算出最平坦式低通原型的归一化元件值。为工程设计方便起见，人们已将这些数据列成表格。表 6.1 给出了 $N=1\sim10$，$L_p=3$ dB 的最平坦式低通原型滤波器的归一化元件值。

表 6.1 最平坦式低通原型滤波器的归一化元件值(L_p=3 dB)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.000	1.000									
2	1.414	1.414	1.000								
3	1.000	2.000	1.000	1.000							
4	0.765 4	1.848	1.848	0.765 4	1.000						
5	0.618 0	1.618	2.000	1.618	0.618 0	1.000					
6	0.517 6	1.414	1.932	1.932	1.414	0.517 6	1.000				
7	0.445 0	1.247	1.802	2.000	1.802	1.247	0.445 0	1.000			

续表 6.1

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
8	0.390 2	1.111	1.663	1.962	1.962	1.663	1.111	0.390 2	1.000		
9	0.347 3	1.000	1.532	1.879	2.000	1.879	1.532	1.000	0.347 3	1.000	
10	0.312 9	0.908 0	1.414	1.782	1.975	1.975	1.782	1.414	0.908 0	0.312 9	1.000

在设计滤波器时，为了确定低通原型滤波器的元件数目 N，工程设计中已把式(6.16a)绘成曲线，如图 6.25 所示(其中 $L_p = 3$ dB)。这样，有了表 6.1 和图 6.25，使得设计最平坦式低通原型滤波器变得非常简单。

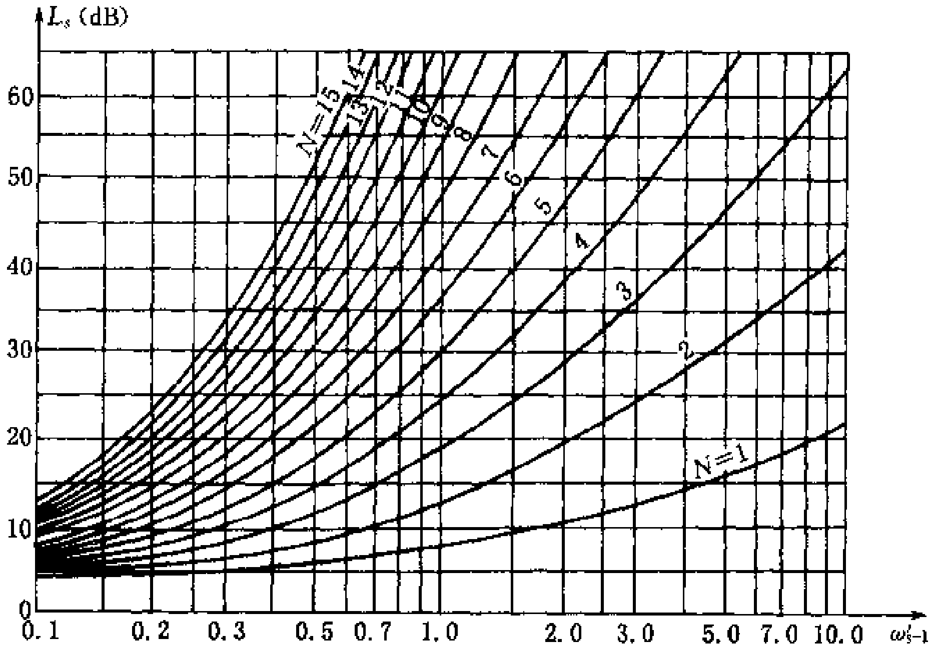


图 6.25 最平坦式低通原型滤波器阻带衰减频率特性

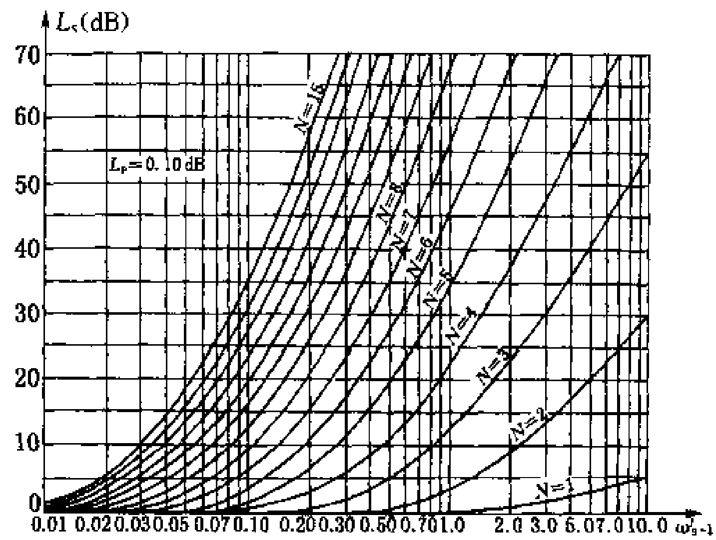
对于切比雪夫式低通原型滤波器，表 6.2 给出了 L_p 分别为 0.1 dB、0.5 dB 情况下此种滤波器的归一化元件值；图 6.26 则给出了 L_p 分别为 0.1 dB、0.5 dB 情况下此种滤波器的衰减特性曲线。

表 6.2 切比雪夫式低通原型滤波器的归一化元件值

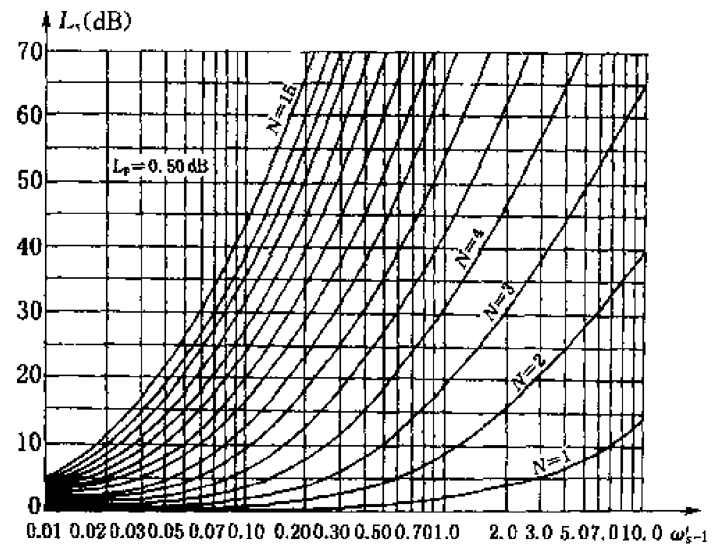
N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
					$L_p = 0.1$ dB						
1	0.305 2	1.000									
2	0.843 0	0.622 0	1.355 4								
3	1.031 5	1.147 4	1.031 5	1.000							
4	1.108 8	1.306 1	1.770 3	0.818 0	1.355 4						
5	1.146 8	1.371 2	1.975 0	1.371 2	1.146 8	1.000					
6	1.168 1	1.403 9	2.056 2	1.517 0	1.902 9	0.861 8	1.355 4				
7	1.181 1	1.422 3	2.096 6	1.573 3	2.096 6	1.422 8	1.181 1	1.000			
8	1.189 7	1.434 6	2.119 9	1.601 6	2.169 9	1.564 0	1.944 4	0.877 8	1.355 4		
9	1.195 6	1.442 5	2.134 5	1.616 7	2.205 3	1.616 7	2.134 5	1.442 5	1.195 6	1.000	
10	1.199 9	1.448 1	2.144 4	1.626 5	2.225 3	1.641 8	2.204 6	1.582 1	1.962 8	0.885 3	1.355 4

续表 6.2

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
$L_p=0.5$ dB											
1	0.698 6	1.000									
2	1.402 9	0.707 1	1.984 1								
3	1.596 3	1.096 7	1.596 3	1.000 0							
4	1.670 3	1.192 6	2.366 1	0.841 9	1.984 1						
5	1.705 8	1.229 6	2.540 8	1.229 6	1.705 8	1.000 0					
6	1.725 4	1.247 9	2.606 4	1.313 7	2.475 8	0.869 6	1.984 1				
7	1.737 2	1.258 3	2.638 1	1.344 4	2.638 1	1.258 3	1.737 2	1.000 0			
8	1.745 1	1.264 7	2.656 4	1.359 0	2.696 4	1.338 9	2.509 3	0.879 6	1.984 1		
9	1.750 4	1.269 0	2.667 8	1.367 3	2.723 9	1.367 3	2.667 8	1.269 0	1.750 4	1.000 0	
10	1.754 3	1.272 1	2.675 4	1.372 5	2.739 2	1.380 6	2.723 1	1.348 5	2.523 9	0.884 2	1.984 1



(a)



(b)

图 6.26　切比雪夫式低通原型滤波器阻带衰减频率特性

例 6.1　试确定最平坦式低通原型滤波器的梯形网络结构和归一化元件值。已知 $f_c = 1\,\text{GHz}$，$L_p = 3\,\text{dB}$，要求在 $f_s = 1.5\,\text{GHz}$ 处 $L_s \geqslant 30\,\text{dB}$。

解：① 确定归一化元件数目 N

因 $\omega_s' = \omega_s/\omega_c = 1.5$，故 $\omega_s' - 1 = 0.5$。查图 6.25，找 $\omega_s' - 1 = 0.5$ 和 $L_s = 30\,\text{dB}$ 的对应点，取 $N = 9$。

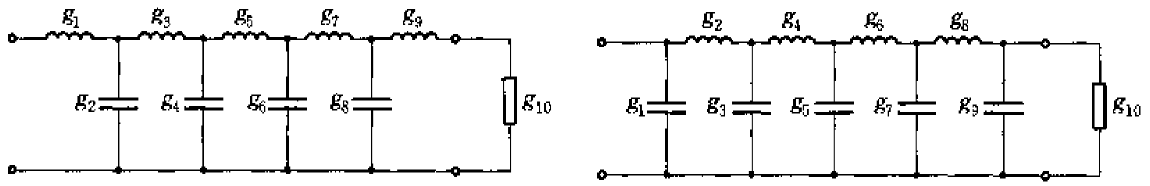
② 确定归一化元件值

由 $N = 9$，$L_p = 3\,\text{dB}$，查表 6.1，得各元件归一化值为

$$g_1 = g_9 = 0.347,\ g_2 = g_8 = 1.000,\ g_3 = g_7 = 1.532,$$

$$g_4 = g_6 = 1.879,\ g_5 = 2.000,\ g_{10} = 1.000$$

③ 梯形网络结构如图 6.27 所示。



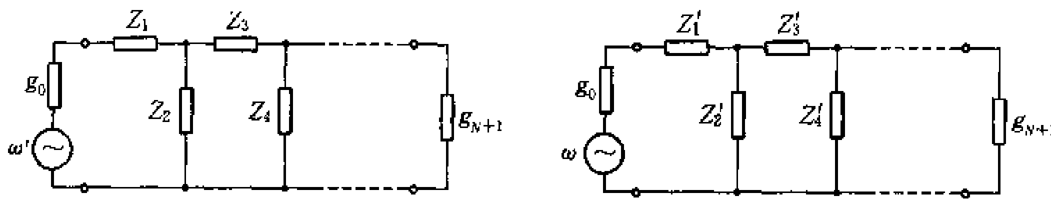
(a) 电感输入式　　　　(b) 电容输入式

图 6.27　最平坦式低通原型滤波器的梯形网络

3）频率变换

上一小节我们讨论了低通原型滤波器的综合设计方法，并提供了一些可供查阅的表格和曲线，它们是实际滤波器的设计基础，但不能直接套用。这是因为实际滤波器与低通原型滤波器存在两方面的差别：一是衰减特性和频率尺度不同；二是元件的数值和性质不同。因此，要利用低通原型滤波器的设计表格和曲线来设计实际的滤波器，首先须将实际滤波器的衰减特性通过频率变换，成为低通原型滤波器的衰减特性；然后查找低通原型滤波器的设计表格和曲线，求得低通原型滤波器的归一化元件值，再利用等衰减条件和频率变换，求出实际滤波器的归一化元件值；最后进一步求出实际滤波器的真实元件值。

可见，要利用低通原型滤波器的现成设计表格和曲线求实际滤波器的真实元件值，既要用到频率变换，又要用到等衰减条件。什么是频率变换？所谓频率变换，就是将低通原型的衰减特性的频率变量 ω' 变换为实际滤波器的频率变量 ω。而什么又是等衰减条件呢？让我们考察一下图 6.28 所示的两个结构相似的梯形网络。它们的源内阻和负载均为纯电阻，且其值不随频率的变化而变化。在图 6.28(a)中，信源角频率为 ω'，梯形网络各支路的阻抗为 $Z_k (k=1, 2, \cdots)$；在图 6.28(b)中信源角频率为 ω，各支路阻抗为 $Z_k' (k=1, 2, \cdots)$，如果这两个梯形网络各支路的阻抗一一相等，即



(a)　　　　(b)

图 6.28　等衰减条件原理图

$$Z_k'(\omega) = Z_k(\omega') \tag{6.18}$$

则它们具有相同的衰减，上式就是等衰减条件。

下面以微波低通滤波器为例，说明该滤波器的频率变换函数及各元件值的计算步骤。

（1）频率变换

设实际的和原型的低通滤波器的频率变量分别为 ω 和 ω'，两者的衰减特性如图 6.29 所示。要求在频率为 $\omega = 0$、ω_c、ω_s、∞ 的点上分别对应于 $\omega' = 0$、1、ω_s'、∞，两者的衰减量 L 彼此相等，由此可以得到频率变换公式为

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_c} \tag{6.19}$$

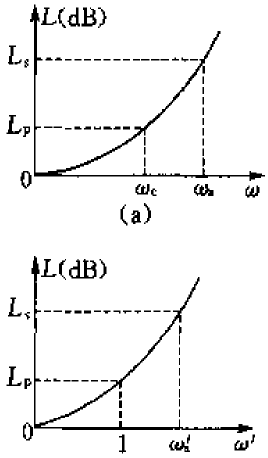


图 6.29　低通滤波器的频率变换

（2）查图表和曲线得到低通原型的归一化元件值。

（3）求出实际低通滤波器的归一化元件值。

图 6.30(a)和(b)分别示出了原型的和实际的低通滤波器的电路结构，欲使这两种滤波器有相等的衰减特性，根据式(6.18)，应有

$$\left.\begin{aligned} j\omega L_k' &= j\omega' g_k = j\frac{\omega}{\omega_c} g_k \\ \frac{1}{j\omega C_i'} &= \frac{1}{j\omega' g_i} = \frac{1}{j\dfrac{\omega}{\omega_c} g_i} \end{aligned}\right\} \tag{6.20}$$

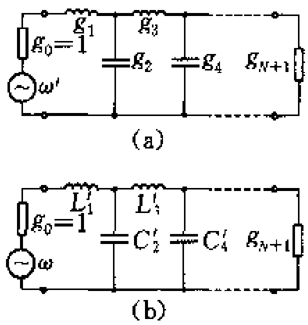


图 6.30　低通原型滤波器与低通滤波器的对应电路结构

由此得到实际低通滤波器的归一化元件值为

$$\left.\begin{aligned} L_k' &= \frac{g_k}{\omega_c} \\ C_i' &= \frac{g_i}{\omega_c} \end{aligned}\right\} \tag{6.21}$$

式中，下标 k 为串联臂标号；i 为并联臂标号。

（4）求实际低通滤波器的真实元件值

求实际低通滤波器的真实元件值 L_k 和 C_k，只需将归一化元件值对信源内阻 R_g 反归一化，有

$$\left.\begin{aligned} L_k &= L_k' R_g = \frac{g_k}{\omega_c} R_g \\ C_i &= \frac{C_i'}{R_g} = \frac{g_i}{\omega_c R_g} \end{aligned}\right\} \tag{6.22}$$

而实际负载则由原型电路的负载性质确定。若 g_{N+1} 与 g_N 并联，则

$$R_l = g_{N+1} R_g = R_g \tag{6.23}$$

若 g_{N+1} 与 g_N 串联，则

$$G_l = g_{N+1} G_g = \frac{1}{R_g} \tag{6.24}$$

以上讨论的是电感输入式电路的情况，对电容输入式电路，上述分析同样适用。

应用同样的方法，也可对高通、带通和带阻滤波器进行频率变换。

4) 滤波器电路的微波实现

前面讨论的滤波器电路都是由集中参数的电感和电容组成的，但一般说来，在微波波段并不存在这种集中参数的电感和电容，因此必须采用分布参数元件来代替集中参数元件。下面介绍如何用 TEM 模传输线来实现滤波器电路中的电感和电容。

(1) 用短路短线和开路短线实现电感和电容

由传输线理论可知：一段长度短于 $\lambda/4$ 的终端短路线可等效为一个电感；一段长度短于 $\lambda/4$ 的终端开路线可等效为一个电容。若短路线和开路线的长度为 l，特性阻抗(导纳)为 Z_c (Y_c)，则它们的输入阻抗和输入导纳分别为

$$\left.\begin{aligned} Z_{ins} &= jZ_c\tan\frac{2\pi}{\lambda}l = jZ_c\tan\frac{\omega l}{v_p} \\ Y_{ino} &= jY_c\tan\frac{2\pi}{\lambda}l = jY_c\tan\frac{\omega l}{v_p} \end{aligned}\right\} \tag{6.25}$$

若取长度 $l<\lambda/8$，则 $\tan(\omega l/v_p)\approx\omega l/v_p$，上式变为

$$\left.\begin{aligned} Z_{ins} &\approx j\frac{Z_c\omega l}{v_p} = j\omega L \\ Y_{ino} &\approx j\frac{Y_c\omega l}{v_p} = j\omega C \end{aligned}\right\} \tag{6.26}$$

由此可见，用一段长度 $l<\lambda/8$ 的短路线可近似实现一个电感，其电感值为

$$L = \frac{Z_c l}{v_p} \tag{6.27}$$

用一段长度 $l<\lambda/8$ 的开路线可近似实现一个电容，其电容值为

$$C = \frac{Y_c l}{v_p} \tag{6.28}$$

(2) 用高、低阻抗短线近似实现串联电感和并联电容

图 6.31 是一段电长度为 θ、特性阻抗为 Z_c 的均匀无耗传输线及其等效 T 型和 π 型网络。我们可以用网络的方法导出它们的等效关系。

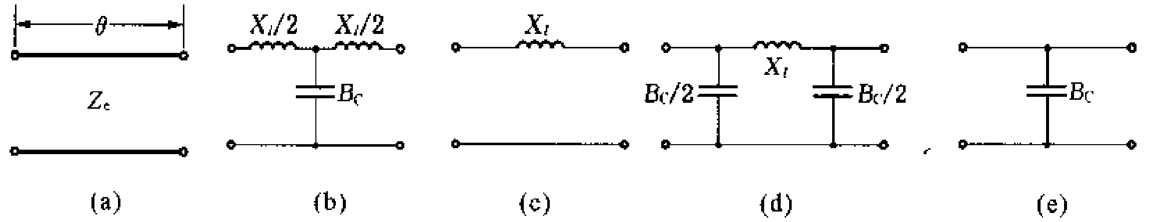


图 6.31 短线的等效电路

对图 6.31(a)，其转移矩阵为

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos\theta & jZ_c\sin\theta \\ j\dfrac{1}{Z_c}\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{6.29}$$

对图 6.31(b)，其转移矩阵为

$$[A]=\begin{bmatrix}1 & j\dfrac{X_L}{2}\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ jB_C & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & j\dfrac{X_L}{2}\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-j\dfrac{X_L}{2}B_C & j\dfrac{X_L}{2}\left(2-\dfrac{X_L}{2}B_C\right)\\ jB_C & 1-\dfrac{X_L}{2}B_C\end{bmatrix}\tag{6.30}$$

比较(6.29)和(6.30)两式，两矩阵相等的充要条件为各对应元素相等，即

$$\left.\begin{aligned}1-\frac{X_L}{2}B_C&=\cos\theta\\ B_C&=\frac{1}{Z_c}\sin\theta\end{aligned}\right\}$$

由此解得

$$\left.\begin{aligned}B_C&=Y_c\sin\theta=Y_c\sin\frac{\omega l}{v_p}\\ \frac{1}{2}X_L&=Z_c\tan\frac{\theta}{2}=Z_c\tan\frac{\omega l}{2v_p}\end{aligned}\right\}$$

当线长 $l<\lambda/8$ 时，上两式近似为

$$\left.\begin{aligned}B_C&\approx\frac{\omega lY_c}{v_p}\\ \frac{1}{2}X_L&\approx\frac{\omega lZ_c}{2v_p}\end{aligned}\right\}\tag{6.31}$$

由此得到短线的等效并联电容和串联电感为

$$C\approx\frac{Y_cl}{v_p}\tag{6.32a}$$

$$\frac{L}{2}\approx\frac{Z_cl}{2v_p}\tag{6.32b}$$

由上式可见，若短线的特性阻抗很大，则 $L\gg C$，即 C 可忽略，于是近似实现了串联电感，如图 6.31(c)所示。

类似地，令图 6.31(a)与图 6.31(d)的转移矩阵相等，可得其等效串联电感和并联电容分别近似为

$$L\approx\frac{Z_cl}{v_p}\tag{6.33a}$$

$$C\approx\frac{Y_cl}{2v_p}\tag{6.33b}$$

由上式可见，若短线的特性阻抗很小，则 $C\gg L$，即 L 可忽略，此时近似实现了并联电容，如图 6.31(e)所示。

上述结果对传输准 TEM 模的微带线同样适用，此时只要用微带线的波导(带内)波长 λ_g 代替 λ 即可。

5) 微波低通滤波器

微波低通滤波器的结构型式很多，这里仅介绍短 TEM 模或准 TEM 模传输线实现的微

波低通滤波器。

(1) 结构型式

图 6.32(a)示出了一个 $N=5$ 的电感输入式同轴低通滤波器的结构示意图，这种结构是在保持同轴线外直径不变的情况下分段改变其内直径的方法获得。由于同轴线的外导体直径不变时其特性阻抗随内导体直径的减小而增大，因而 L_1、L_3 和 L_5 三段短线的特性阻抗很高，可构成串联电感；C_2 与 C_4 两段短线内导体很粗，特性阻抗很低，可构成并联电容。其等效电路如图 6.32(b)所示。

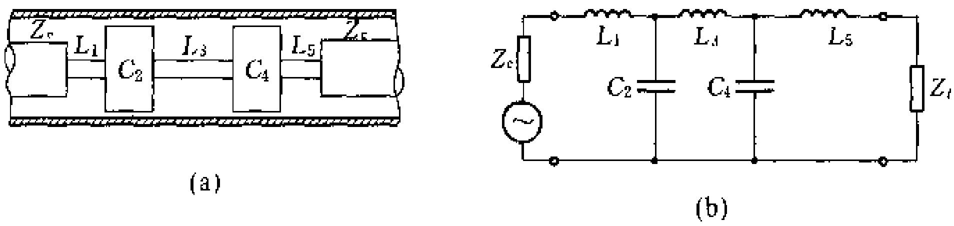


图 6.32　电感输入式同轴低通滤波器及其等效电路

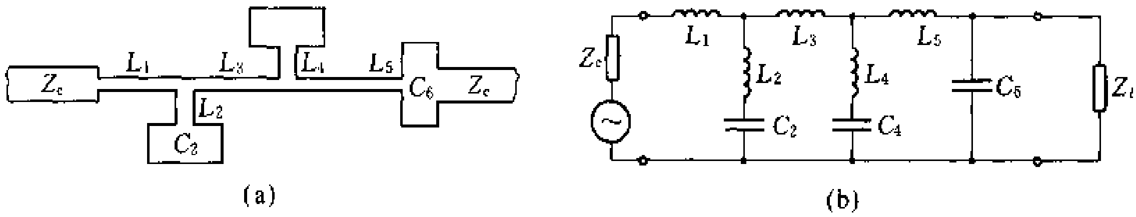


图 6.33　微带低通滤波器及其等效电路

图 6.33(a)示出了一个 $N=6$ 的微带低通滤波器。其中 L_1、L_3 和 L_5 三段导带很窄的短微带线，有很高的特性阻抗，构成串联电感；L_2 是一段导带较窄的微带线，构成电感；而 C_2 是一段导带较宽的短微带线，构成电容。两者串联后再并联于主线上，构成并联支路中的串联谐振电路；L_4、C_4 也起同样的作用；C_6 是一段宽导带的短微带线，特性阻抗很低，构成电容。其等效电路如图 6.33(b)所示。

(2) 设计举例

微波低通滤波器的设计步骤如下：

① 根据给定的通带和阻带的衰减值，选择一个适当的低通原型，并确定低通原型元件数目 N。

② 利用表格或曲线查出低通原型的元件归一化值。

③ 根据给定的截止频率 ω_c 和信源内阻 R_g，选择梯形网络的结构型式，并计算各元件的真实值。

④ 选择各高、低阻抗短线的特性阻抗，计算各段短线的横向尺寸。

⑤ 考虑不连续电容的影响，检验寄生通带。

基于上述设计步骤，下面给出一个设计实例。

例 6.2　设计一微带低通滤波器。已知输入、输出微带线的特性阻抗为 50 Ω，截止频率 $f_c=2$ GHz，带内衰减波纹 $L_p=0.1$ dB，在阻带频率 $f_s=4$ GHz 处要求 $L_s\geqslant 30$ dB。

解：① 确定低通原型的元件数目 N。选择低通原型为切比雪夫式原型。因 $\omega_s'=f_s/f_c=2$，由 $\omega_s'-1=1$ 和 $L_p=0.1$ dB，查图 6.26(a)，得 $N=5$。

② 由表 6.2 的 $L_p = 0.1$ dB 一栏，查得切比雪夫式低通原型的归一化元件值为

$$g_1 = g_5 = 1.1468,\ g_2 = g_4 = 1.3712,\ g_3 = 1.9750,\ g_6 = 1.0000$$

③ 计算各元件的真实值。选用如图 6.34 所示的电容输入式梯形网络。图中各元件的真实值为

$$C_1 = C_5 = \frac{g_1}{\omega_c Z_c} = \frac{1.1468}{2\pi \times 2 \times 10^9 \times 50} \approx 1.83\ \text{pF}$$

$$C_3 = \frac{g_3}{\omega_c Z_c} = \frac{1.9750}{2\pi \times 2 \times 10^9 \times 50} \approx 3.14\ \text{pF}$$

$$L_2' = L_4 = \frac{g_2 Z_c}{\omega_c} = \frac{1.3712 \times 50}{2\pi \times 2 \times 10^9} \approx 5.46\ \text{nH}$$

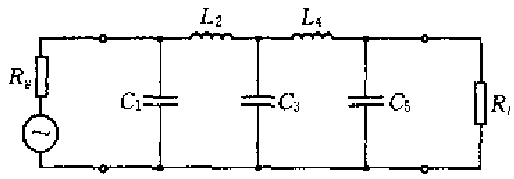


图 6.34　电容输入式梯形网络

④ 计算滤波器的结构尺寸

设微带线的基片材料为氧化铝陶瓷，其相对介电常数 $\epsilon_r = 9.6$，基片厚度 $h = 1$ mm。选用高、低阻抗线来实现滤波器的串联电感和并联电容。高阻抗线的特性阻抗 Z_{ch} 一般取为 80～100 Ω，选得太低，则微带线过长，且误差较大；选得太高，则导带宽度太窄，不易加工。因此选 $Z_{ch} = 100\ \Omega$，按第 3 章提供的公式或曲线图，得 $W_h/h \approx 0.14$，$\epsilon_{reh} \approx 5.81$，即求得 $W_h \approx 0.14$ mm。

高阻抗线对应的带内波长 $\lambda_{gh} = \lambda_c / \sqrt{\epsilon_{reh}} \approx 62.24$ mm，其相速 $v_{ph} = c / \sqrt{\epsilon_{reh}} \approx 1.24 \times 10^{11}$ mm/s。于是电感线长度为

$$l_2 = l_4 = \frac{L_2 v_{ph}}{Z_{ch}} = \frac{5.46 \times 10^{-9} \times 1.24 \times 10^{11}}{100} \approx 6.77\ \text{mm}$$

显然，$l_2(l_4) < \lambda_{gh}/8$，满足近似条件。

低阻抗线的特性阻抗 Z_{cl} 一般选为 10～30 Ω，这里取 $Z_{cl} = 15\ \Omega$。按第 3 章提供的公式或曲线图，得 $W_l/h \approx 6.0$，$\epsilon_{rel} \approx 7.90$，故 $W_l \approx 6.0$ mm。

低阻抗线对应的波导波长 $\lambda_{gl} = \lambda_c / \sqrt{\epsilon_{rel}} = 53.38$ mm，其相速 $v_{pl} = c / \sqrt{\epsilon_{rel}} \approx 1.07 \times 10^{11}$ mm/s。于是电容线的长度分别为

$$l_1 = l_5 = Z_{cl} v_{pl} C_1 = 15 \times 1.07 \times 10^{11} \times 1.83 \times 10^{-12} \approx 2.94\ \text{mm}$$

$$l_3 = Z_{cl} v_{pl} C_3 = 15 \times 1.07 \times 10^{11} \times 3.14 \times 10^{-12} \approx 5.04\ \text{mm}$$

显然，l_3（或 l_1、l_5）$< \lambda_{gl}/8$，满足近似条件。

输入、输出微带线的导带宽度为

$$W \approx 0.98\ \text{mm}$$

⑤ 检验寄生通带。第一寄生通带的波长大约在高阻抗线长度的 2 倍处，即

$$f = \frac{c}{2l_2} = \frac{3 \times 10^{11}}{2 \times 6.77} \approx 22.16\ \text{GHz}$$

此频率同欲截止的频率 4 GHz 之间有较大间隔，可保证该滤波器有效截止。

⑥ 修正不连续影响

为修正各低阻抗线开路端的边缘电容的影响，通常将它缩短 $0.4h$；为修正 T 形接头对

高阻抗线的影响，通常将靠近接头的高阻抗线增长一个修正量 $\Delta = 0.2W_l$，这样每条线段的实际长度分别为

$$l_1' = l_5' = l_1 - 0.4h \approx 2.54\ \text{mm}$$

$$l_3' = l_3 - 2\times 0.4h \approx 4.64\ \text{mm}$$

$$l_2' = l_4' = l_2 + 2\Delta \approx 9.17\ \text{mm}$$

所设计的微带低通滤波器的结构尺寸(导带)如图 6.35 所示。

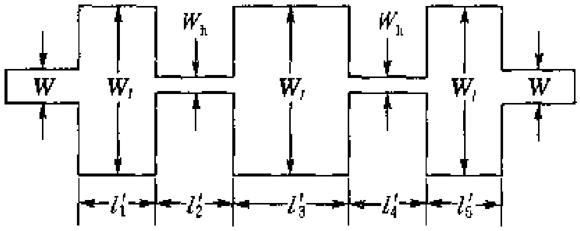


图 6.35 微带低通滤波器的结构尺寸

($W \approx 0.98$，$W_h \approx 0.14$，$W_l \approx 6.0$，$l_1' = l_5' \approx 2.54$，$l_3' \approx 4.64$，$l_2' = l_4' \approx 9.17$；单位：mm)

6) 微波带通和带阻滤波器

微波带通和带阻滤波器的结构型式很多，有波导型、微带型等。这里仅以两个波导型的滤波器结构为例作简单介绍，有关它们的综合设计可参考有关文献。

图 6.36 给出了波导型多腔带通滤波器的结构示意图。它具有三个由波导电抗元件构成的腔体，腔与腔之间用一段长度为 $\lambda_g/4$ 的波导段相连，因此称它为 $\lambda_g/4$ 耦合式带通滤波器。这种结构的等效电路同带通滤波器的梯形网络结构的形式完全一致，故具有带通滤波器的特性。

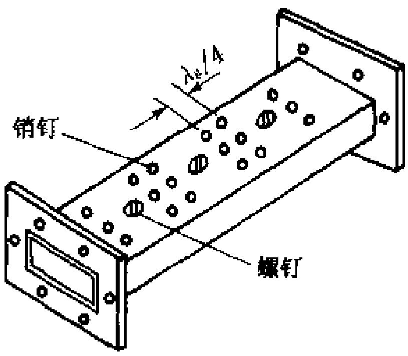


图 6.36 $\lambda_g/4$ 耦合式三腔带通滤波器的结构示意图

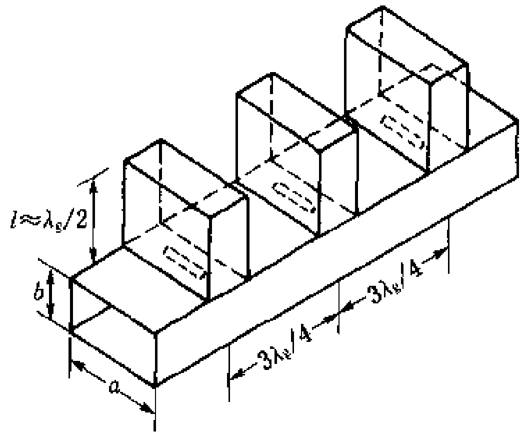


图 6.37 波导型带阻滤波器的结构示意图

图 6.37 所示为一波导型带阻滤波器的结构示意图。其中在主波导上等距相隔多个终端短路的 E—T 接头分支(见本章下节内容)，各分支波导长度稍短于 $\lambda_g/2$，呈容性；主波导与各分支波导间用电感膜片耦合，故每个 E—T 接头分支等效于一并联谐振电路串联于主波导上，各 E—T 接头分支间波导段的长度分别为 $3\lambda_g/4$。这种结构的等效电路同带阻滤波器的梯形网络结构的形式相同，因此它具有带阻滤波器的特性。

6.3 三端口互易元件

三端口互易元件是具有三个端口的波导、同轴线或微带线等构成的接头，在微波系统中主要用作分路元件或功率分配(合成)元件。本节先介绍无耗三端口网络的基本性质，然后介绍由矩形波导构成的 E—T 接头、H—T 接头和两路微带功率分配器的结构、原理以及特性。

6.3.1 无耗三端口网络的基本性质

无耗三端口网络具有以下基本性质。

性质 1:无耗互易三端口网络不能获得完全匹配。

此性质可采用反证法加以证明。即假设无耗互易三端口网络完全匹配,然后由无耗网络的一元性公式可导出矛盾结果,从而得证。

性质 2:若在无耗互易三端口网络的任意端口中接入短路活塞,则总可找到活塞的一个位置,使其他二端口间无能量传输。

作为习题,留给读者证明。

性质 3:若无耗互易三端口网络关于接短路活塞的端口是对称的,则总可找到活塞的一个位置,使电磁能量在其他二端口间无反射地传输。

证明(略)。

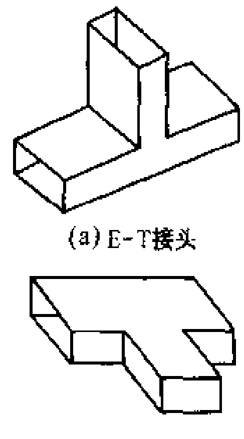
性质 4:无耗非互易三端口网络可获得完全匹配,且适当选取参考面,可使该网络构成一个理想的环行器(有关环行器,请见本章 6.5 节)。

证明(略)。

6.3.2 E—T 接头

E—T 接头的分支波导宽面与矩形波导中主模 TE_{10} 模的电力线所在平面平行,如图 6.38(a)所示。由于这种接头的形状像"T"形,习惯上称为 E—T 接头。

若假设各端口波导中只传输 TE_{10} 模,且当导波从某一端口输入时,其余两端口均接匹配负载,则 E—T 接头具有以下特性:当导波从端口③输入时(若忽略分支区域的高次模式),则主波导①、②两端口有等幅反相输出,其电力线分布如图 6.39(a)所示。当导波从端口①输入时,②、③两端口均有输出。同样,当导波从端口②输入时,①、③两端口均有输出。其电力线分布分别如图 6.39(b)和(c)所示;当导波从①、②两端口等幅同相输入时,在端口③的对称面上得到电场驻波的波腹,端口③无输出。而当导波从①、②两端口等幅反相输入时,在端口③的对称面上得到电场驻波的波节,端口③有最大输出。其电力线分布分别如图 6.39(d)和(e)所示。



(a) E-T接头

(b) H T接头

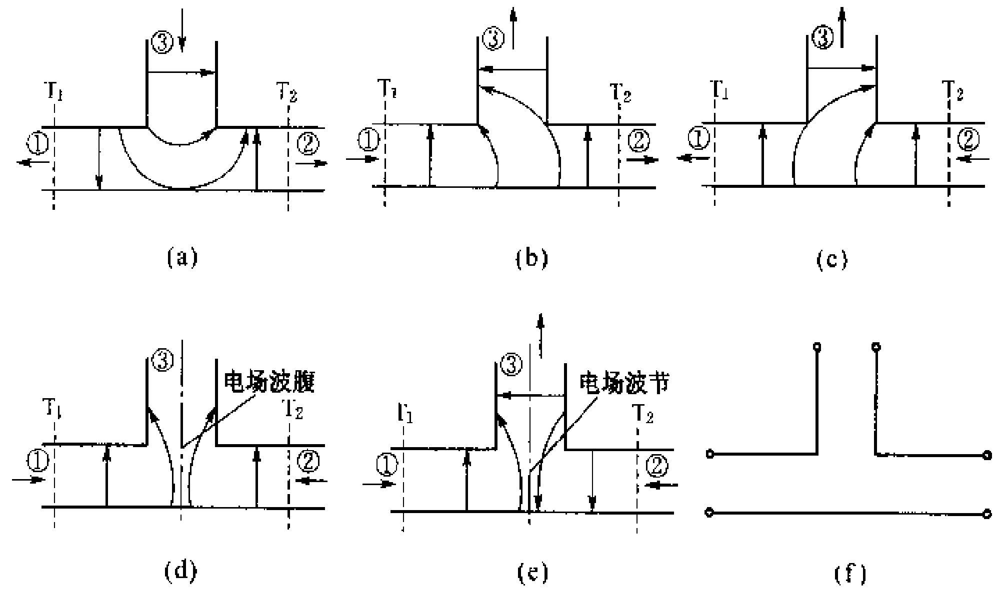
图 6.38 波导 T 形接头

若从波导宽壁中心附近纵向电流的方向看,E—T 接头的端口③的分支臂与主波导(①、②臂)是串联的关系。因此,可用如图 6.39(f)所示的串联分支传输线来等效。此等效电路并未考虑接头处不连续性的影响。实际上,在三个臂的接头处不仅有 TE_{10} 模,而且有高次模式,这些高次模式的作用相当于在接头处引入了电抗性元件。

6.3.3 H—T 接头

H—T 接头是指分支臂在矩形波导窄壁上,分支波导宽面与波导中 TE_{10} 模的磁力线所在平面平行,如图 6.38(b)所示。

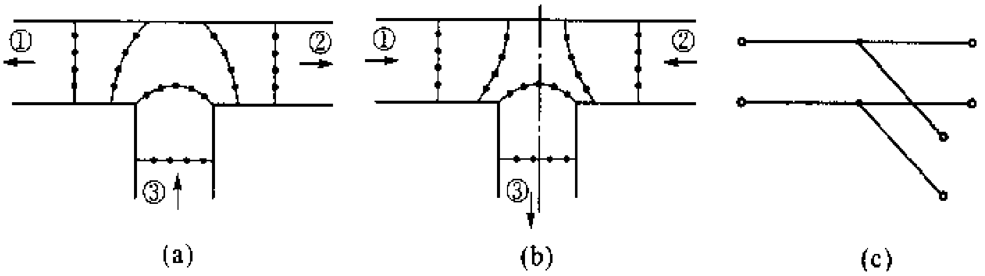
若假定各端口波导中只传输 TE_{10} 模,且导波从某一端口输入时,其余两个端口均接匹



(a)～(e) 电力线分布图；(f) 简化等效电路

图 6.39　E—T 接头的电力线分布图及其简化等效电路

配负载，则 H—T 接头具有以下特性：当导波从端口③输入时，端口①、②有等幅同相输出；当导波从端口①、②等幅同相输入时，分支对称面处于电场驻波的波腹，端口③有最大输出；当导波从端口①、②等幅反相输入时，分支对称面处于电场驻波的波节，端口③无输出。其电力线分布如图 6.40 所示，图中黑点代表电力线，其方向为出纸面。



(a)、(b) 电力线分布图；(c) 简化等效电路

图 6.40　H—T 接头的电力线分布图及其简化等效电路

由于分支波导相当于并联在主波导上，因此其简化等效电路如图 6.40(c)所示。

作为 H—T 接头的应用实例，图 6.41 给出了利用 H—T 接头构成的雷达天线收发开关的示意图。其中 T_1 和 T_2 为气体放电管。当雷达处于发射状态时，强大的发射脉冲使 T_1、T_2 击穿面短路，从参考面 AA' 右边向接收机视入的输入阻抗 $Z_{AA'}\to\infty$，相当于接收支路不起作用，发射功率全部进入天线被辐射出去。当雷达处于接收状态(即发射脉冲间隙)时，T_1、T_2 不放电，T_2 使发射支路断开，从参考面 AA' 左边向发射机视入的输入阻抗 $Z_{AA'}\to\infty$，天线接收到的回波信号全部进入接收机，因此雷达的发射和接收共用一副天线。

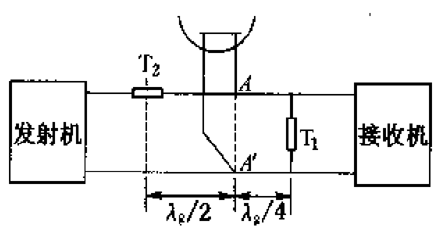
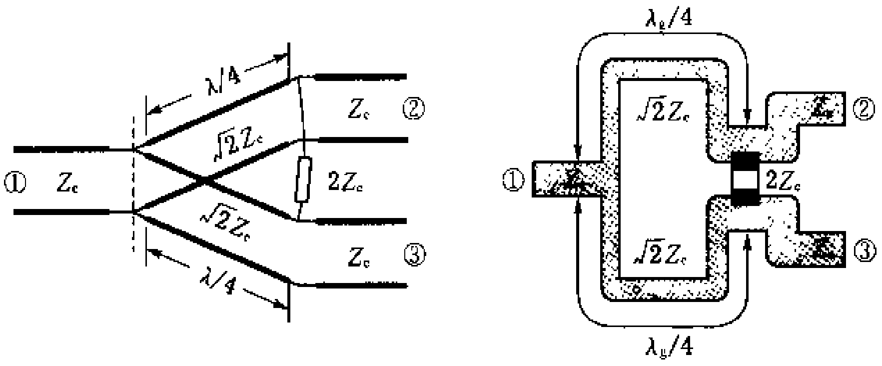


图 6.41　雷达天线收发开关示意图

6.3.4　两路功率分配器

如图 6.42 所示为两路功率分配器的传输线结构和用微带实现的平面结构。这种功率分配器是一个三端口元件，可采用网络的分析方法导出其散射矩阵。下面应用奇偶模的分析方法对传输线结构进行分析。



(a) 传输线结构　　　(b) 微带的平面结构

图 6.42　两路功率分配器的结构

为导出散射参量 S_{12}，将端口②用一波源 U_s 激励，并使其他两个端口均接匹配负载 Z_c。为使结构具有对称性，将端口②的激励源分解成两个等幅、同相的激励波源(电压分别为 $U_s/2$、$U_s/2$)的串联使总的激励电压为 U_s，而将端口③用两个等幅、反相的波源(电压分别为 $U_s/2$、$-U_s/2$)的串联激励使总的激励电压为零。同时，将端口①接的负载阻抗(电阻) Z_c 用两个值分别为 $2Z_c$ 的负载电阻的并联进行等效，并将端口②和端口③之间的电阻 $2Z_c$ 分成为两个相同电阻的串联。这样，原来电路即可视为偶模激励电路和奇模激励电路的线性叠加。

对偶模激励，端口②和端口③激励电压的相位相同，此时 A 和 B 以及 C 和 D 处电位分别相同，于是没有电流流过 AB 以及 CD 支路，即中心对称面 OO' 呈现开路，因而可将原电路从中心对称面处分成两个独立的电路进行分析，如图 6.43 (a)所示。此时从端口②(A 处)向左端视入的输入阻抗 Z_2 等于以负载阻抗(电阻)为 $2Z_c$，特性阻抗为$\sqrt{2}Z_c$ 的 $\lambda/4$ 阻抗变换器的输入阻抗 ($Z_2=(\sqrt{2}Z_c)^2/(2Z_c)=Z_c$)。因此，在偶模激励情况下，端口②被理想匹配，端口②的电压 $U_{2e}=U_s/4$。端口①对应的电压 U_{1e} 可根据传输线理论得到，即

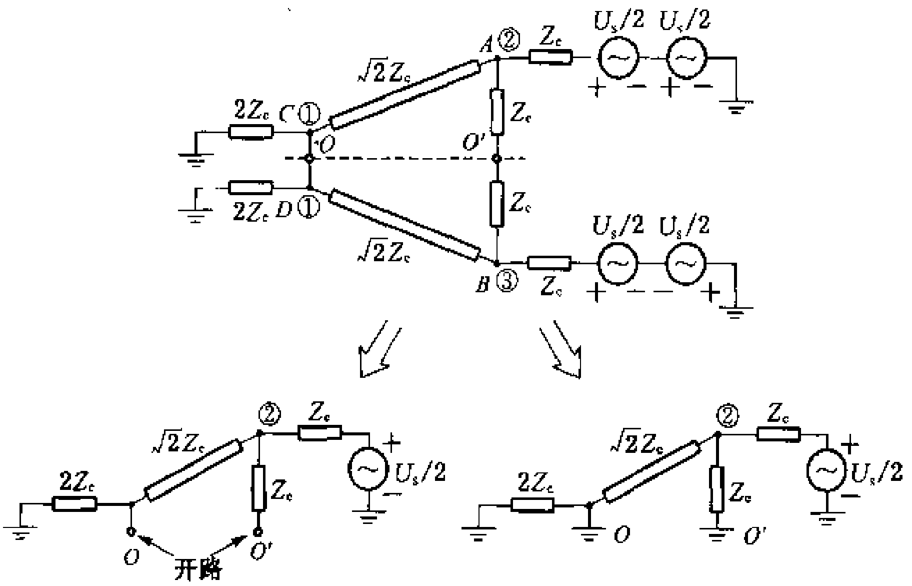
$$U_{1e}=U^+(1+\Gamma_{1e})$$

式中，$\Gamma_{1e}=(2Z_c-\sqrt{2}Z_c)/(2Z_c+\sqrt{2}Z_c)$，是端口①处偶模的负载反射系数；$U^+$ 是端口①处的入射波电压。于是端口①的偶模电压为

$$U_{1e}=U^+(1+\Gamma_{1e})=jU_{2e}\frac{\Gamma_{1e}+1}{\Gamma_{1e}-1}=-j\frac{\sqrt{2}}{4}U_s$$

式中，因子 j 由长度为 $\lambda/4$ 的传输线上的导波的相移引起。

对奇模激励，由于端口②和端口③激励电压的相位相反，因此 AB 以及 CD 支路的中点具有零电位，即中心对称面 OO' 呈现短路。因此，同样可将原电路从中心对称面处分成如图 6.43(b)所示的两个独立电路进行分析。此时，从端口②向左视入的输入阻抗仍为 Z_c，这是



(a) 偶模激励　　(b) 奇模激励

图 6.43　奇模和偶模激励

因为端口①短路，从而 λ/4 阻抗变换器对端口②的输入阻抗无影响。由图可知，此时 $U_{1o}=0$ 以及 $U_{2o}=U_s/4$。

于是，在端口①和端口②接匹配负载的情况下，散射参量 S_{12} 为

$$S_{12}=\frac{u_1^-}{u_2^+}=\frac{U_1}{U_2}=\frac{U_{1e}+U_{1o}}{U_{2e}+U_{2o}}=-\frac{j}{\sqrt{2}}$$

由于这种功率分配器是互易元件，因此 $S_{21}=S_{12}$ 以及 $S_{31}=S_{13}$。又因为该结构关于端口②和端口③对称，从而可知 $S_{13}=S_{12}=-j/\sqrt{2}$。此外，由于端口②和端口③在奇偶模激励情况下，其中心对称面要么开路或短路，这表明端口②和端口③是相互隔离的，即 $S_{32}=S_{23}=0$。

如前所述，在奇偶模激励情况下，从端口②向左视入的输入阻抗等于其端接阻抗，这意味着 $S_{22}=0$。同理，$S_{33}=0$。对端口①，当该端口被激励时，通过端口②和端口③之间的电阻上的电流等于零，从而端口②和端口③之间的电阻($2Z_c$)对电路无影响。于是，从端口①向右视入的输入阻抗 Z_1 等于两个分别以 Z_c 为负载电阻，特性阻抗为$\sqrt{2}Z_c$ 的 λ/4 阻抗变换器的并联的阻抗，即

$$Z_1=\frac{1}{2}\frac{(\sqrt{2}Z_c)^2}{Z_c}=Z_c$$

这说明端口①也是匹配的，即 $S_{11}=0$。

于是，两路功率分配器的散射矩阵为

$$[S]=\frac{-1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & j & j\\ j & 0 & 0\\ j & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{6.34}$$

显然，端口②和端口③平分端口①的输入功率，端口②和端口③间完全隔离。事实上，这种功率分配器只有在中心频率才具有上述特性，它只是一种窄频带的元件。

上述分析完全适用于微带功率分配器，只要将 $\lambda/4$ 阻抗变换器对应的波长 λ 换为微带线的波导波长 λ_g 即可。

6.4 四端口互易元件

四端口互易元件是具有四个端口的波导、同轴线或微带线等构成的接头，在微波系统中主要用作耦合元件。本节先介绍无耗互易四端口网络的基本性质，然后介绍由矩形波导构成的双T、魔T和各种定向耦合器的结构、原理及特性。

6.4.1 无耗互易四端口网络的基本性质

无耗互易四端口网络具有以下基本性质。

性质1：无耗互易四端口网络可以获得完全匹配，且该网络一定是一个定向耦合器。

可假设无耗互易四端口网络中有三个端口匹配，然后由无耗网络的一元性公式即可证明。作为习题，读者自行证明。

性质2：有两个端口匹配且相互隔离的无耗互易四端口网络一定是完全匹配的，该网络也必定是一个定向耦合器。

证明(略)。

6.4.2 波导双T和魔T

1) 波导双T

顾名思义，双T接头是将具有共同对称面的E－T接头和H－T接头组合在一起而构成的，如图6.44所示。其中①、②端口所在臂为平分臂，③、④端口所在臂为隔离臂，③臂常称为E臂，④臂常称为H臂。由E－T和H－T接头的特性不难推出双T的特性：当③臂输入导波时，④臂无输出，①、②臂有等幅反相的导波输出，即 $S_{13}=-S_{23}$；当④臂输入导波时，③臂无输出，①、②两臂有等幅同相导波输出，即 $S_{14}=S_{24}$；若①、②两臂输入的导波场强在对称面上同相叠加而形成波腹，则导波进入④臂而不进入③臂；若对称面上导波场强为反相相消而形成波节，则导波进入③臂而不进入④臂，即 $S_{34}=0$；当导波单独从端口①或端口②输入时，端口③、④均有输出，端口①和端口②之间的隔离度很低。此外，从端口①向接头视入和从端口②向接头视入的情况完全一样，即 $S_{11}=S_{22}$。根据上述特性，可写出波导双T的散射矩阵为

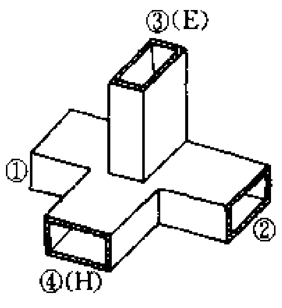


图6.44 波导双T

$$[S]=\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{11} & -S_{13} & S_{14} \\ S_{13} & -S_{13} & S_{33} & 0 \\ S_{14} & S_{14} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} \tag{6.35}$$

双T的一个重要作用是作为调配元件。此时在双T的③臂和④臂中安置可调短路活塞，调节其位置就可在各臂的交接处产生任意大小的电抗，用以匹配端口②或①上端接的负

载，如图 6.45 所示。除此之外，波导双 T 还可用作功率分配或合成器。

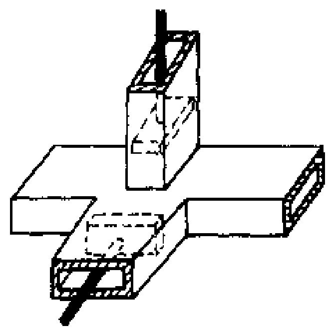


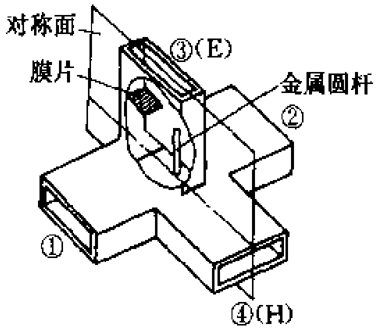
图 6.45　波导双 T 调配器

2）波导魔 T

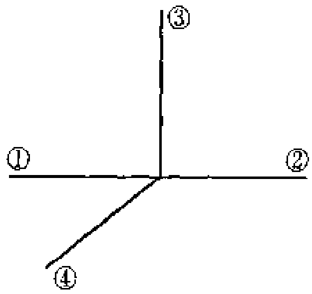
在波导双 T 接头中，当端口①、端口②和端口③都接匹配负载时，从端口④看去是不匹配的；同样，在端口①、端口②和端口④都接匹配负载时，从端口③看去也是不匹配的。为了从端口③和④看去都是匹配的，就要在双 T 接头的四个臂的交接处放置匹配元件（如螺钉、销钉、膜片等）。带有匹配元件的波导双 T，习惯上称为波导魔 T。图 6.46 示出了用金属圆杆和膜片进行匹配的魔 T。这些匹配元件的作用是产生附加反射，使其与原来的反射波相抵消，从而达到匹配的目的。

由于魔 T 是匹配了的双 T（端口③和④都匹配），即 $S_{33}=S_{44}=0$，故根据[S]的一元性容易导出波导魔 T 的[S]为

$$[S]=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & 0 & e^{j\varphi_{13}} & e^{j\varphi_{14}}\\ 0 & 0 & -e^{j\varphi_{13}} & e^{j\varphi_{14}}\\ e^{j\varphi_{13}} & -e^{j\varphi_{13}} & 0 & 0\\ e^{j\varphi_{14}} & e^{j\varphi_{14}} & 0 & 0\end{bmatrix}$$



(a) 结构



(b) 简化图示

图 6.46　波导魔 T

式中，φ_{13}、φ_{14}分别是 S_{13}、S_{14}的幅角。若适当地选择端口③和端口④的参考面，使 $\varphi_{13}=\varphi_{14}=0°$，则上式可简化为

$$[S]=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{6.36}$$

由此可知，魔 T 具有如下特性：(1)平分性，即相邻两臂间有 3 dB 的耦合（功率平分）；(2)匹配性，即四个端口完全匹配；(3)隔离性，即相对的两臂间相互隔离。

在微波工程中，为减小元件体积，通常用波导折叠魔 T 来代替波导魔 T。所谓"折叠魔 T"，实际上是魔 T 在结构上的变形。若将魔 T 的平分臂在 H 臂宽面所在的平面内折叠，则构成 H 面折叠魔 T；若将魔 T 的平分臂在 E 臂宽面所在的平面内折叠，则构成 E 面折叠魔 T。波导折叠魔 T 的特性与波导魔 T 的特性基本相同，这里不再赘述。

用魔 T 可以构成许多微波元器件或组件，如雷达天线收发开关、魔 T 混频器和魔 T 移相器等。这里简单介绍前两种结构。

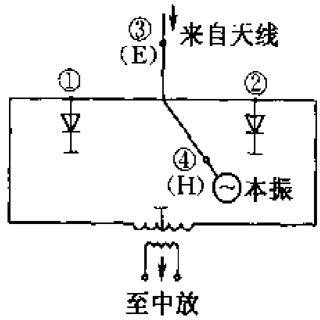


图 6.47　魔 T 平衡混频器示意图

图 6.47 示出了用魔 T 构成的平衡混频器的示意图。来自天线的信号从魔 T 的 E 臂传输到两个二极管处，两路信号在两个二极管中混频后产生两个反相的中频信号。这

两个中频信号通过变压器叠加输出到中频放大器的输入端。魔T混频器的优点是,因E臂和H臂之间的隔离度较大,故来自天线的信号不会逸入本振支路,避免了信号的漏损,同时本振信号也不会逸入天线支路而被天线辐射出去。另外,因魔T的两平分臂之间的隔离度大,故避免了两个二极管之间的相互影响,即使其中一臂因匹配不好而引起信号反射时,反射波也不会到达另一个二极管,因此对两个二极管的一致性要求降低,而且两个二极管的工作状态可以独立进行调整。

图6.48给出了用魔T构成的雷达天线收发开关的示意图。它由两个魔T和两个放电管相互连接而成。输入魔T的①、②两臂分别通过其中放置相对位置相距$\lambda_g/4$的两个放电管的连接波导与输出魔T的①、②臂相连接。输入魔T的H臂接发射机,E臂接天线;输出魔T的H臂接匹配负载,E臂接接收机。当发射机工作时,强大的发射脉冲功率使两个放电管放电而形成短路,由输入魔T的H臂送入的发射脉冲从①臂和②臂等幅同相输出后被短路了的放电管发射回来。由于两个放电管的相对位置相差$\lambda_g/4$的距离,因此反射波返回输入魔T时是等幅反相的,由魔T的特性可知,两路反射波应从E臂输出,于是,发射功率全部进入天线被辐射出去而不进入接收机。当发射脉冲过后到下一个发射脉冲到来前的间隙时间里,雷达处于接收状态,此时放电管停止放电而呈开路状态。从输入魔T的E臂输入的回波信号由①、②两臂等幅反相输出,经放电管后从输出魔T的①、②臂等幅反相输入,两路信号只能通过E臂全部进入接收机,从而使雷达发射和接收共用一副天线。

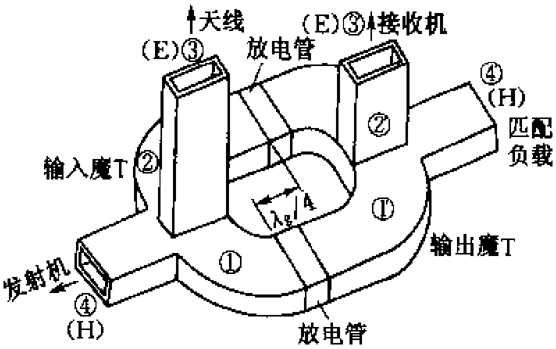


图6.48 雷达天线收发开关结构示意图

还应指出,若发射机发射的脉冲功率有少量经放电管后漏入输出魔T,因这部分导波是等幅同相进入输出魔T的,故不会进入接收机,而是进入④臂,被匹配负载所吸收。

6.4.3 定向耦合器

定向耦合器在微波工程中有着广泛的应用,如用来监测功率、频率和频谱,测量传输系统和元器件的反射系数、插入损耗,还可以用作衰减器、功率分配器等。

定向耦合器是一种具有定向传输特性的四端口元件,它是由耦合装置联系在一起的两对传输系统构成的,如图6.49所示。图中①—②和③—④分别是微波传输系统,①—②为一条传输系统,称为主线,③—④为另一条传输系统,称为副线。耦合装置的形式有多种,一般为孔(或槽、缝)、分支线、耦合线等。定向耦合器的种类很多,按传输系统的类型可分为波导型、同轴型、微带型等;按耦合装置可分为孔(或缝、槽)耦合、平行耦合、分支耦合;按耦合波的方向可分为正向耦合和反向耦合。



图6.49 定向耦合器的方框图

本节首先介绍定向耦合器的基本参数,然后简单讨论常见(金属)波导定向耦合器和平行耦合线定向耦合器的原理及其分析方法,并简单介绍微带分支定向耦合器和微带环形电桥的结构以及特性。

1）定向耦合器的基本参数

为讨论方便，设图 6.49 中的端口①为功率输入端口，端口②为直通输出端口，端口③为耦合输出端口，端口④为隔离端口（即正向耦合情况。反之，若端口③为隔离端口，端口④为耦合端口，则为反向耦合情况），可定义各特性参数如下。

（1）耦合度

耦合度是指主线端口①上输入的入射波功率 P_1^+ 与副线端口③上的出射波功率 P_3^- 之比的分贝数，即

$$C = 10\lg\frac{P_1^+}{P_3^-} = 10\lg\left|\frac{u_1^+}{u_3^-}\right|^2 = 20\lg\frac{1}{|S_{31}|} \quad \text{dB} \tag{6.37}$$

因 $P_1^+ \geqslant P_3^-$，故耦合度大于零分贝。分贝值越大，表明耦合度越弱，常称耦合度为 0 dB、3 dB等的定向耦合器为强耦合定向耦合器；而耦合度为 20 dB、30 dB 等的定向耦合器为弱耦合定向耦合器。

（2）方向性

在理想情况下，定向耦合器的副线中只有一个端口有功率输出，另一个相反端口没有功率输出。但实际上由于设计公式的近似以及制作上的原因等总有部分输出。所以，通常将副线中耦合端口③和隔离端口④的出射波功率 P_3^-、P_4^- 之比的分贝数定义为方向性，即

$$D = 10\lg\frac{P_3^-}{P_4^-} = 10\lg\left|\frac{u_3^-}{u_4^-}\right|^2 = 20\lg\left|\frac{S_{31}}{S_{41}}\right| \quad \text{dB} \tag{6.38}$$

方向性 D 越大，端口④的出射波功率越小，即方向性越好。在理想情况下，$D\to\infty$。在实际应用中，通常对工作频带内的方向性提出一个最低要求，称为最小方向性，记为 D_{min}。

（3）隔离度

在理想定向耦合器中，当主线上的端口①输入功率时，副线上的端口④没有功率输出，故称端口④为隔离端口。实际上，端口④总有一些功率输出，只是其出射的功率很小。通常将主线上的端口①的入射波功率 P_1^+ 与副线上端口④的出射波功率 P_4^- 之比的分贝数定义为隔离度，即

$$I = 10\lg\frac{P_1^+}{P_4^-} = 10\lg\left|\frac{u_1^+}{u_4^-}\right|^2 = 20\lg\frac{1}{|S_{41}|} \quad \text{dB} \tag{6.39}$$

方向性与隔离度都是表征定向耦合器定向能力的技术参数，两者间的关系为

$$D = 10\lg\left|\frac{S_{31}}{S_{41}}\right|^2 = 10\lg|S_{31}|^2 + 10\lg\frac{1}{|S_{41}|^2} = I - C \quad \text{dB} \tag{6.40}$$

在实际应用中，通常只用方向性，很少采用隔离度。

（4）输入驻波比

定向耦合器各端口上的驻波比也是衡量其性能的一个重要参数，如端口①的输入驻波比定义为

$$\rho = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|} \tag{6.41}$$

式中，S_{11} 为主线的输入端口①在其他各端口均接匹配负载情况下的反射系数。在实际应用中，要求各端口的驻波比尽量小。

(5) 工作频带

工作频带是指满足上述参数的定向耦合器的工作频率范围，通常要求工作频带越宽越好。

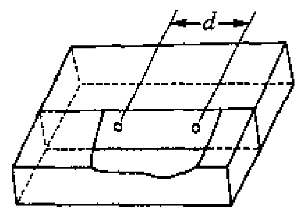
2) 波导定向耦合器

波导定向耦合器(限于主、副线皆为矩形波导的定向耦合器)大都通过主、副波导公共壁上的耦合孔(或槽、缝)进行耦合的，主波导中的场通过耦合孔(或槽、缝)耦合到副波导中，在副波导中激励起主模的场。波导定向耦合器一般可按耦合孔的数目和形状分为单孔、双孔、多孔定向耦合器，十字孔定向耦合器以及裂缝电桥等。下面仅简单介绍常见的三种波导定向耦合器。

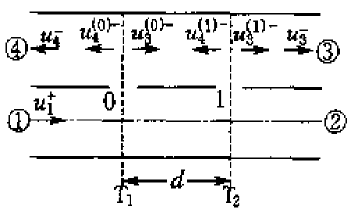
(1) 波导双孔定向耦合器

最简单的波导定向耦合器是波导双孔定向耦合器，这种耦合器通过主、副波导公共窄壁上的两个小孔实现耦合，两孔的间距 $d=(2n+1)\lambda_{g0}/4$，λ_{g0} 为中心频率所对应的波导波长，n 是正整数，通常取 $n=0$。耦合孔的形状一般是圆形，也可以是其他形状。波导双孔定向耦合器的结构如图 6.50(a)所示。

这种双孔定向耦合器的耦合机理可以用导波的叠加原理进行分析，其原理图如图6.50(b)所示。设 TE_{10} 模从主波导的端口①输入，且在 T_1 面处的归一化入射波为单位入射波(即 $u_1^+=1$)。当 TE_{10} 模传输到第一个耦合孔(标号为"0")和第二个耦合孔(标号为"1")时，其磁场分量 H_z 将通过小孔在副波导中激发出向端口③和端口④两个方向传输的 TE_{10} 模，其归一化出射波分别为 u_3^- 和 u_4^-。通过第一个耦合孔耦合到副波导 T_1 面处的归一化出射波分别为 $u_3^{(0)-}$ 和 $u_4^{(0)-}$，而通过第二个耦合孔耦合到副波导 T_2 面处的归一化出射波分别为 $u_3^{(1)-}$ 和 $u_4^{(1)-}$。若耦合孔很小，第一个耦合孔的耦合能量很小，这样近似认为具有相同大小的电磁能量到达第二个耦合孔，不同的是，单位入射波传输到第二个耦合孔(T_2 面)处时，由于路程差而引起相位差 βd。于是，在副波导 T_2 面处向端口③出射的归一化出射波为



(a) 结构图



(b) 原理图

图 6.50　波导双孔定向耦合器

$$u_3^- = S_{31} = (u_3^{(0)-} + u_3^{(1)-})e^{-j\beta d} = (S_{31}^{(0)} + S_{31}^{(1)})e^{-j\beta d} \tag{6.42}$$

在副波导 T_1 面处向端口④出射的归一化出射波为

$$u_4^- = S_{41} = u_4^{(0)-} + u_4^{(1)-}e^{-j2\beta d} = S_{41}^{(0)} + S_{41}^{(1)}e^{-j2\beta d} \tag{6.43}$$

若两孔相同，则有

$$u_3^- = S_{31} = 2S_{31}^{(0)}e^{-j\beta d} \tag{6.44a}$$

$$u_4^- = S_{41} = S_{41}^{(0)}(1+e^{-j2\beta d}) = 2S_{41}^{(0)}\cos\beta d\, e^{-j\beta d} \tag{6.44b}$$

由此可得双孔定向耦合器的耦合度为

$$C = -20\lg(2\mid S_{31}^{(0)}\mid) = -(20\lg\mid S_{31}^{(0)}\mid + 6)\quad \text{dB} \tag{6.45}$$

可见，双孔定向耦合器的耦合量比单孔的耦合量增加了 6 dB。

由于两个耦合孔耦合到端口③上的归一化出射波的相位相同，与频率无关，因此耦合度 C 的频率特性主要取决于耦合孔本身的耦合系数 $|S_{31}^{(0)}|$ 的频率特性。由耦合波理论可知，小圆孔耦合的耦合系数为

$$\mid S_{31}^{(0)}\mid = \frac{1}{ab\beta}\left(\frac{\pi}{a}\right)^2\frac{4}{3}r^3 \tag{6.46}$$

式中，a、b 分别是矩形波导宽、窄边的尺寸；r 为小孔的半径；β 是 TE_{10} 模的相移常数，即 $\beta = 2\pi/\lambda_g$，$\lambda_g = \lambda/\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}$。由式(6.46)可见，小孔耦合系数与 β 成反比，而 β 又与波长(或频率)有关，因此小孔本身的耦合系数是随频率而变的，不过这种变化较为缓慢。所以，双孔定向耦合器的耦合度的频率特性比较好，即其耦合度的频率特性较好。

双孔定向耦合器的方向性为

$$D = 20\lg\left|\frac{2S_{31}^{(0)}}{S_{41}^{(0)}(1+e^{-j2\beta d})}\right| = 20\lg\mid\sec\beta d\mid \tag{6.47}$$

显然，在中心频率上，$d=\lambda_{g0}/4$，$\beta d=\pi/2$，故双孔定向耦合器的方向性为无穷大。但当工作频率偏离中心频率时，$\sec\beta d$ 具有一定的数值，此时 D 不再为无穷大。此外，由于设计、制作等原因，即使在中心频率上其方向性也只能做到 30 dB 左右。双孔定向耦合器的方向性随频率变化既快又大，因此这种定向耦合器是窄带元件。

综上所述，双孔定向耦合器是依靠导波的相互干涉而工作的，两个耦合孔耦合到副波导中的导波在两个端口上彼此干涉，在一个端口上反相相消。这就是双孔定向耦合器获得定向耦合作用的工作原理。

为了增加定向耦合器的耦合量，展宽定向耦合器的工作频带，可采用多孔定向耦合器。多孔定向耦合器有两种类型：一种是均匀耦合型(孔径相等、孔距相等)；另一种是非均匀耦合型(孔径不相等，孔距相等)。有关这两种类型的多孔定向耦合器的分析和设计，读者可参阅有关文献。

(2) 波导单孔定向耦合器

波导单孔定向耦合器的结构型式较多，这里以圆孔开在波导公共宽壁中心而构成的单孔定向耦合器(图 6.51)为例进行定性分析。

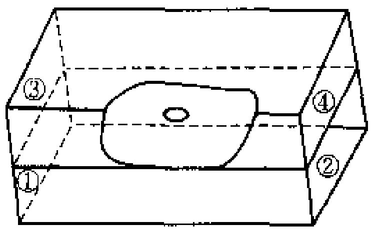


图 6.51　波导单孔定向耦合器

当主波导中有 TE_{10} 模沿正向传输时，在耦合孔附近的电磁场均不为零，电力线和磁力线都可通过小孔延伸到副波导。图 6.52(a)示出了小孔电耦合的情况。当 TE_{10} 模从主波导的端口①输入而传输到耦合孔时，电场分量 E_y 就通过小孔延伸到副波导并中止于公共宽壁上副波导的一方，使圆孔在端口③和端口④两个方向上获得大小相等方向相同的电场。由于交变场中电磁场的不可分性，相应于小孔电耦合产生的电场，必同时出现磁场。根据坡印亭矢量关系，即可确定副波导中相应的磁

场方向,如图 6.52(a)所示。

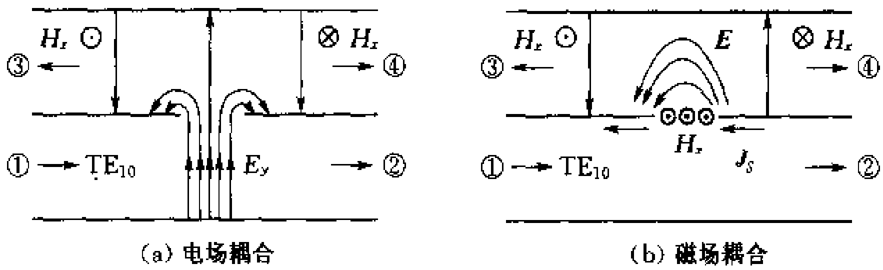


图 6.52 波导单孔定向耦合器电、磁耦合的情况

对小孔磁耦合的情况,因小孔开在宽壁中心,该处的磁场只有 H_x 而无 H_z 分量。由于主波导中 TE_{10} 模的传输方向是从端口①至端口②,而在小孔处电场分量 E_y 的方向向上,则由坡印亭矢量关系,可定出 H_x 的方向必为垂直穿出纸面,因此由 $\boldsymbol{J}_S = \boldsymbol{a}_n \times \boldsymbol{H}$ 可确定公共宽壁的下表面在小孔处的面电流 $\boldsymbol{J}_S$ 的方向。此面电流在小孔处发生中断,由全电流定律可知,小孔处中断的面电流必为位移电流所接续,此位移电流的方向如图 6.52(b)所示。位移电流使副波导左方得到方向向下的电场,右方得到方向向上的电场,这两个电场方向相反,大小相等。面与这两个电场相对应的磁场方向如图 6.52(b)所示。

将通过小孔的电、磁耦合在副波导中激发出的电场叠加可知,副波导中端口③得到的电场为两者相加,端口④得到的电场为两者相减(但不全部抵消)。这表明,从端口③输出的导波强,而从端口④输出的导波弱,从而得到定向耦合的作用。

根据贝思(Bethe)小孔耦合理论,可导出波导单孔定向耦合器的耦合度和方向性分别为

$$C = -20\lg\left\{\frac{3ab\lambda_g}{8\pi r^3\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^2\right]}\right\} \tag{6.48a}$$

$$D = 20\lg\left\{\frac{1+\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^2}{1-\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^2}\right\} \tag{6.48b}$$

式中,r 为小圆孔的半径。可见,波导单孔定向耦合器的耦合度和方向性都随频率而变,但变化较为缓慢,因此这种定向耦合器的耦合度和方向性的频率特性都较好。

分析表明,当波导宽边尺寸 a 与波长 λ 间满足 $a = \lambda/\sqrt{2}$ 或当主波导以小孔中心为轴相对旋转一角度 $\theta(=\arccos(2a^2/(4a^2-\lambda^2)))$ 时,理论上波导单孔定向耦合器可获得理想方向性,即 $D=\infty$。由于设计公式的近似及加工等原因,这种定向耦合器的方向性只能做到数十分贝。

(3) 波导裂缝电桥(三分贝电桥)

波导裂缝电桥属大孔耦合(连续耦合)的定向耦合器。它有两种结构型式:一种是宽壁耦合,另一种是窄壁耦合,前者工作频率较宽,后者能承受较大的功率。图 6.53 示出了窄壁耦合裂缝电桥的结构示意图,其中耦合裂缝是在主、副波导的公共窄壁上切去长为 l 的一段而形

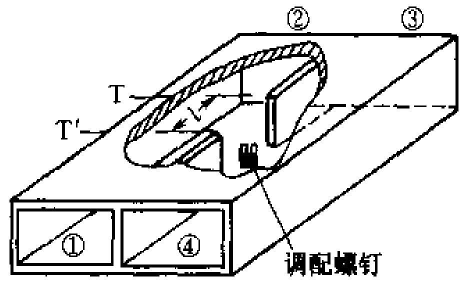


图 6.53 窄壁耦合裂缝电桥的结构示意图

成的。

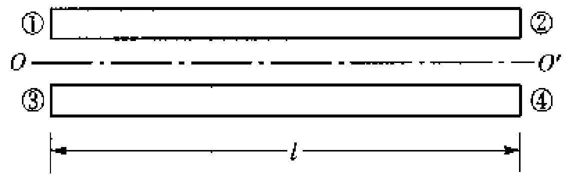
当 TE_{10} 模从窄壁耦合裂缝电桥的主波导的端口①输入时，导波将从端口②和端口③输出，端口③处的电场相位滞后于端口②处的电场相位 $\pi/2$，端口④无输出。若合理选择尺寸 l，则可使端口①输入功率的一半耦合到端口③，即耦合度为 3 dB。因此，习惯上又将这种裂缝电桥称为 3 dB 电桥。若适当选取各端口参考面，3 dB电桥的散射矩阵可写为

$$[S]=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & 1 & -j & 0\\ 1 & 0 & 0 & -j\\ -j & 0 & 0 & 1\\ 0 & -j & 1 & 0\end{bmatrix} \tag{6.49}$$

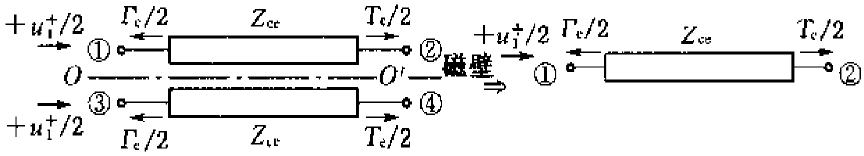
3）微带线定向耦合器

（1）平行耦合微带线定向耦合器

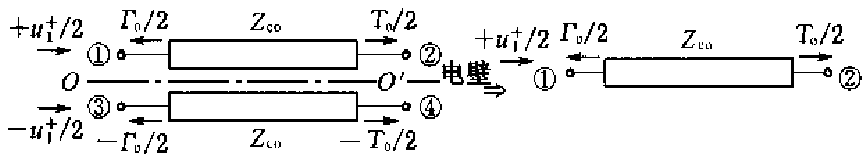
平行耦合微带线定向耦合器的对称耦合微带线节的平面结构如图 6.54(a)所示。其中 OO' 是耦合线节的几何对称面，线长 l 是奇模和偶模波导波长平均值的四分之一，四个端口均接匹配负载 Z_c。这种定向耦合器常采用奇、偶分析方法，此分析方法以微波网络理论为基础。图 6.54(b)、(c)示出了这种分析方法的简图，其中图 6.54(b)是偶模激励情况，图 6.54(c)是奇模激励情况。



(a) 对称耦合微带线节



(b) 偶模激励



(c) 奇模激励

图 6.54　平行耦合微带线定向耦合器

当图 6.54(a)中的端口①用归一化入射波 u_1^+ 激励时，其他三个端口均接匹配负载，此时端口②、③、④的归一化入射波 u_2^-、u_3^+、u_4^- 都为零，而各端口的归一化出射波 u_1^-、u_2^-、u_3、u_4 均不为零。图 6.54(b)是将端口①输入的归一化入射波 u_1^- 分解成端口①、③上两个大小相等、相位相同的对称归一化入射波 $u_{1e}^+(=u_1^+/2)$ 和 $u_{3e}^+(=u_1^+/2)$ 激励的情况，此时对称面 OO' 是磁壁（或记为 H 壁，即 OO' 平面上切向磁场分量为零，磁力线垂直穿过此面）。耦合电容相当于开路，因而可将耦合线节从磁壁的两边分成两根孤立的微带线来分析，每根线的特性阻抗均为 Z_{ce}，其归一化入射波为 $u_1^+/2$，输入端的归一化反射波为 $u_{1e}^-=u_{3e}^-=$

$\Gamma_e u_1^+/2$，输出端的归一化出射波为 $u_{2e}^- = u_{4e}^- = T_e u_1^+/2$，其中 Γ_e、T_e 分别为偶模微带线的反射系数和传输系数。图 6.54(c)是将端口①输入的归一化入射波 u_1^+ 分解成端口①、③上两个大小相等、相位相反的反对称归一化入射波 $u_{1o}^+(=u_1^+/2)$ 和 $u_{3o}^+(=-u_1^+/2)$ 激励的情况。其耦合线节对称面 OO' 是电壁(或记为 E 壁，即 OO' 平面上切向电场分量为零，电力线垂直穿过此面)，此面上电压为零，相当于短路，因而也可将耦合线节从电壁的两边分成两根孤立的微带线来分析，每根线的特性阻抗均为 Z_{co}，其归一化入射波分别为 $u_{1o}^+(=u_1^+/2)$ 和 $u_{3o}^+(=-u_1^+/2)$，输入端的归一化反射波分别为 $u_{1o}^- = \Gamma_o u_1^+/2$ 和 $u_{3o}^- = -\Gamma_o u_1^+/2$，输出端的归一化出射波分别为 $u_{2o}^- = T_o u_1^+/2$ 和 $u_{4o}^- = -T_o u_1^+/2$，其中 Γ_o、T_o 分别为奇模微带线的反射系数和传输系数。显然，图 6.54(b)和图 6.54(c)两种情况叠加即得图 6.54(a)的情况，它们间的参量关系为

$$
\left.\begin{aligned}
u_1^- &= \frac{1}{2}(\Gamma_e + \Gamma_o)u_1^+ \\
u_2^- &= \frac{1}{2}(T_e + T_o)u_1^+ \\
u_3^- &= \frac{1}{2}(\Gamma_e - \Gamma_o)u_1^+ \\
u_4^- &= \frac{1}{2}(T_e - T_o)u_1^+
\end{aligned}\right\} \tag{6.50}
$$

图 6.54(b)、(c)所示的孤立微带线节可视为电长度 $\theta(=\beta l)$、特性阻抗分别为 Z_{co}、Z_{ce} 的奇、偶模二端口网络，这两个网络的归一化转移矩阵$[a]_o$、$[a]_e$ 容易写出。这样，根据$[S]$和$[a]$间的转换关系，即可导出相应的 Γ_o、Γ_e、T_o、T_e 的表达式，即

$$
\Gamma_o = S_{11o} = \frac{j\left(\dfrac{Z_{co}}{Z_c} - \dfrac{Z_c}{Z_{co}}\right)\sin\theta}{2\cos\theta + j\left(\dfrac{Z_{co}}{Z_c} + \dfrac{Z_c}{Z_{co}}\right)\sin\theta} \tag{6.51a}
$$

$$
\Gamma_e = S_{11e} = \frac{j\left(\dfrac{Z_{ce}}{Z_c} - \dfrac{Z_c}{Z_{ce}}\right)\sin\theta}{2\cos\theta + j\left(\dfrac{Z_{ce}}{Z_c} + \dfrac{Z_c}{Z_{ce}}\right)\sin\theta} \tag{6.51b}
$$

$$
T_o = S_{21o} = \frac{2}{2\cos\theta + j\left(\dfrac{Z_{co}}{Z_c} + \dfrac{Z_c}{Z_{co}}\right)\sin\theta} \tag{6.51c}
$$

$$
T_e = S_{21e} = \frac{2}{2\cos\theta + j\left(\dfrac{Z_{ce}}{Z_c} + \dfrac{Z_c}{Z_{ce}}\right)\sin\theta} \tag{6.51d}
$$

将以上各式代入式(6.50)中的各式即得 u_1^-、u_2^-、u_3^-、u_4^- 的表达式。

为使这种耦合器实现理想匹配和理想隔离，必须使 $u_1^- = u_4^- = 0$，由此可得

$$
Z_c = \sqrt{Z_{co}Z_{ce}} \tag{6.52}
$$

在此条件下，可求得

$$\frac{u_3^-}{u_1^+}=\frac{jk}{\sqrt{1-k^2}\cos\theta+j\sin\theta} \tag{6.53a}$$

$$\frac{u_2^-}{u_1^+}=\frac{\sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-k^2}\cos\theta+j\sin\theta} \tag{6.53b}$$

式中

$$k=\frac{Z_{ce}-Z_{co}}{Z_{ce}+Z_{co}} \tag{6.54}$$

称为电压耦合系数。于是,得

$$\left.\begin{aligned} Z_{ce}&=Z_c\sqrt{\frac{1+k}{1-k}}\\ Z_{co}&=Z_c\sqrt{\frac{1-k}{1+k}}\end{aligned}\right\} \tag{6.55}$$

根据式(6.53a)可得耦合度 C 为

$$C=10\lg\frac{1-k^2\cos^2\theta}{k^2\sin^2\theta} \tag{6.56a}$$

在中心频率上,有

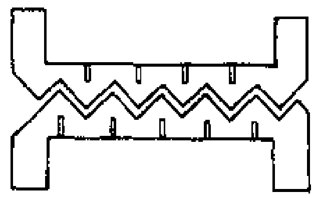
$$C=20\lg(1/k) \tag{6.56b}$$

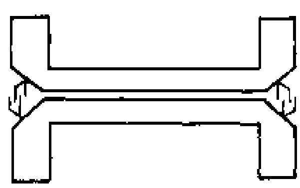
由上述分析可知,若已知中心频率上的耦合度 C 以及定向耦合器各端口引出微带线的特性阻抗 Z_c,则可按(6.56b)和(6.55)两式计算 Z_{ce}、Z_{co},然后通过耦合微带线的设计曲线或表格确定耦合器的结构尺寸。

应指出,以上是在均匀介质情况下对平行耦合微带线定向耦合器进行分析的。然而,实际耦合微带线的介质是非均匀的,其奇、偶模传输的相速并不相等,导致耦合区对奇、偶模的电长度 θ_o、θ_e 也不相等。其结果是引起平行耦合微带线定向耦合器的隔离度变差,同时还对主微带线的输入驻波比和耦合度产生影响。因此,以上分析方法对设计平行耦合微带线定向耦合器只是一种近似方法。所以,实际的平行耦合微带线定向耦合器通常都无例外地采取一些措施,以改善其性能。图 6.55 示出了平行耦合微带线定向耦合器的改进结构。其中图 6.55(a)的覆盖介质对奇模影响大,使奇模相速下降,而偶模相速近似不变,从而提高方向性。这种结构要求 $\epsilon_r'\approx\epsilon_r$,且 $d<h$;图 6.55(b)的耦合缝采用锯齿结构,使有效的耦合缝长度变长,因此奇模电容增大,但偶模电容基本保持不变。所以奇、偶模相速趋于相等。这种结构不仅可以提高方向性,而且还可以增强耦合、展宽频带,但最佳结构尺寸要靠实验来确定;图 6.55(c)的结构是在耦合器的两



(a) 介质覆盖结构


(b) 锯齿形结构


(c) 集中电容补偿结构

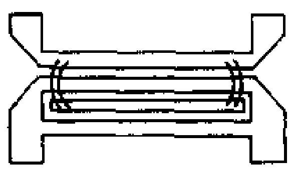

(d) 交指形结构

图 6.55 平行耦合微带线定向耦合器的几种改进结构

端并联小电容 C_1（一般采用交指形结构），其作用是使奇模电容增加，以起到均等奇、偶模相速的作用。在 X 波段，C_1 的值在亚微微法的量级；图 6.55(d)是交指形(Lange)耦合结构，这种结构主、副线之间的耦合电容大大增加，从而使奇、偶模相速趋于相等。同时，由于耦合电容增加，因此这种结构较易实现紧耦合。

(2) 微带分支定向耦合器和微带环形电桥

微带分支定向耦合器的平面结构如图 6.56 所示。它由主线(①—②)、副线(④—③)和两条分支线($A-D$、$B-C$)组成，其中分支线的长度和它们间的距离均为 $\lambda_{g0}/4$，而 λ_{g0} 为中心频率 f_0 对应的波导波长。

假设电压波从端口①经 A 点输入，则到达 D 点的电压波有两路，一路由 A 点直接到达 D 点；另一路由 A 点经 B、C 再到达 D 点，这两条路径因长度差为 $\lambda_{g0}/2$ 而使两路电压波的相位相差 180°。若取 $Z_{c1}=Z_c/\sqrt{2}$，则到达 D 点的两路电压波的振幅相等，这样到达端口④的电压波相互抵消，从而使端口④无输出，即端口④为隔离端口。同理，从端口①的 A 点到端口③的 C 点的电压波也有两路，因两条路径长度相等，故两路电压波相互叠加，从而使端口③有输出(因取 $Z_{c1}=Z_c/\sqrt{2}$，故端口③的输出功率是端口①的入射功率的一半，即端口③有 3 dB 的耦合)，即端口③为耦合端口。

根据结构对称性，仿照两路微带功率分配器以及平行耦合微带线定向耦合器采用的奇偶模分析法，容易导出如图 6.56 所示的 3 dB 微带分支定向耦合器的散射矩阵为

$$[S]=\frac{-1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & j & 1 & 0\\ j & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & j\\ 0 & 1 & j & 0\end{bmatrix} \tag{6.57}$$

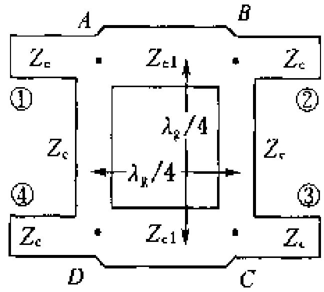


图 6.56　微带分支定向耦合器

微带环形电桥的平面结构如图 6.57 所示，它由全长为 $3\lambda_{g0}/2$ 的圆环状导带以及与之相连的四个分支臂(导带)组成。当端口①输入电压波时，该端口无反射，端口②、④有等幅同相电压波输出，而端口③无输出。这种结构的散射矩阵为

$$[S]=\frac{-j}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}0 & 1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0 & -1\\ 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1 & 0\end{bmatrix} \tag{6.58}$$

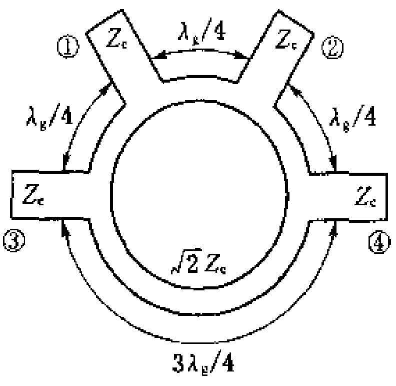


图 6.57　微带环形电桥

6.5　微波非互易元件——微波铁氧体器件

铁氧体又称为铁淦氧磁物，是一种三价铁氧化物和二价金属氧化物混合烧结而成的非金属磁性材料。铁氧体有不同寻常的电磁特性，其电阻率很高(一般为 $10^7\sim10^{11}\ \Omega\cdot m$)，损耗很小，相对介电常数在 10～20 之间，而相对导磁率在一定条件下呈现出各向异性。在微

波技术中利用铁氧体的这些特性制作出了很多微波铁氧体器件，这些器件已得到了广泛的应用。

6.5.1 相对张量导磁率和铁磁谐振

1）相对张量导磁率

在恒磁场 $\boldsymbol{H}_0(=\boldsymbol{a}_z H_0)$ 和微波磁场 $\boldsymbol{h}$ 共同作用下，铁氧体的相对导磁率不再是一个标量，而是一个张量，称为相对张量导磁率，用 $\vec{\boldsymbol{\mu}}_r$ 表示。此时磁感应强度 $\boldsymbol{b}$ 和磁场强度 $\boldsymbol{h}$ 之间满足下式：

$$\boldsymbol{b} = \mu_0 \vec{\boldsymbol{\mu}}_r \cdot \boldsymbol{h} \tag{6.59}$$

其中

$$[\vec{\boldsymbol{\mu}}_r] = \begin{bmatrix} \mu & jk & 0 \\ -jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6.60a}$$

而

$$\mu = 1 + \frac{M_s}{H_0}\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{6.60b}$$

$$k = \frac{M_s}{H_0}\frac{\omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{6.60c}$$

M_s 为铁氧体饱和磁化强度；ω 为微波场的角频率；$\omega_0 = \gamma H_0$，为电子的自由进动角频率；$\gamma = 2.8 \times 10^3/(4\pi)\ \mathrm{Hz/(A/m)} = 2.8 \times 10^6\ \mathrm{Hz/Oe}$，称为电子的旋磁比。

将式(6.59)写成矩阵形式，并展开得

$$\left.\begin{aligned} b_x &= \mu_0 \mu h_x + j\mu_0 k h_y \\ b_y &= -j\mu_0 k h_x + \mu_0 \mu h_y \\ b_z &= \mu_0 h_z \end{aligned}\right\} \tag{6.61}$$

从上式可见，当恒磁场与交变磁场共同作用于铁氧体时，微波磁场分量 h_x 不仅产生其自身方向的磁感应强度 b_x，同时还产生 y 方向上的磁感应强度 b_y。h_y 也同样如此。这就是磁化后的铁氧体所呈现出的旋磁特性，因此相对张量导磁率反映了铁氧体的各向异性。

2）铁磁谐振

由(6.60)中的两式可见，当交变场的角频率 ω 和铁氧体的电子进动角频率 ω_0 相等时，μ 和 k 都趋近于无穷大。这一现象是由自旋电子群与外加微波场的谐振引起的。铁氧体的这一现象称为铁磁谐振特性。图 6.58 示出了铁氧体无耗时 μ 和 k 随 H_0 的变化曲线。

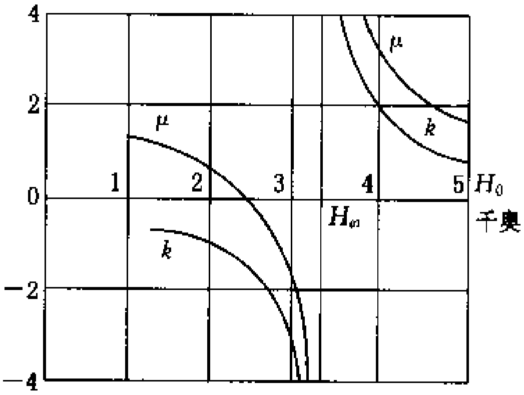


图 6.58　铁氧体无耗时 μ 和 k 随 H_0 的变化曲线

以上讨论并未考虑铁氧体的损耗，实际上铁氧体总存在损耗，铁氧体有耗时的相对导磁率仍为一张量，不同的是 μ 和 k 均为复数，即

$$\left.\begin{aligned}\mu &= \mu' - j\mu'' \\ k &= k' - jk''\end{aligned}\right\} \tag{6.62}$$

式中，μ''、k''反映了铁氧体的损耗，当 $\omega = \omega_0'$（ω_0'为计及损耗的铁氧体的铁磁谐振角频率）时，μ''和k''均达到最大值，表明铁氧体吸收的微波能量达到最大，这就是铁氧体的谐振吸收效应。图 6.59 示出了μ'、μ''、k'、k''随 H_0 的变化曲线。

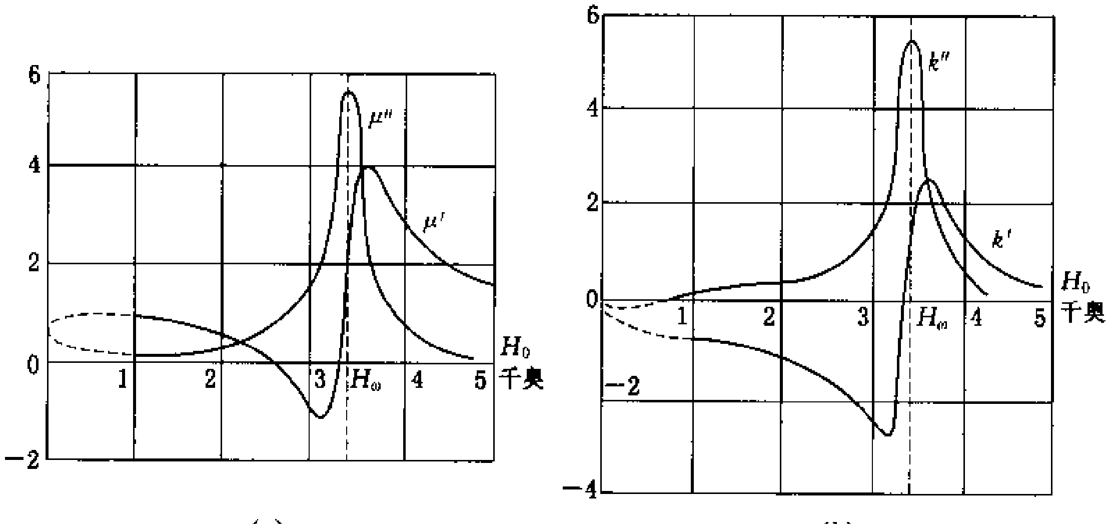


图 6.59 铁氧体有耗时 μ'、μ''、k'、k''随 H_0 的变化曲线

3）圆极化波作用下的谐振吸收效应

由电磁场理论可知，一个幅度为 h_0 的线极化波可分解为两个幅度为 $h_0/2$、旋转方向相反的圆极化波。在研究铁氧体器件时，通常规定，与 $\boldsymbol{H}_0$ 满足右手螺旋关系的波为右旋圆极化波，用上/下标"＋"表示；与 $\boldsymbol{H}_0$ 满足左手螺旋关系的波是左旋圆极化波，用上/下标"－"表示。假设微波磁场 $\boldsymbol{h}$ 是幅度为 h_0，方向沿 x 轴的线极化波，且与恒磁场 $\boldsymbol{H}_0$ 垂直，如图 6.60所示。将它分解为左、右旋圆极化波，有

$$\boldsymbol{h}(z,t) = \boldsymbol{h}_+(z,t) + \boldsymbol{h}_-(z,t)$$

由于圆极化波的磁场是旋转磁场，因此在空间固定点处的交变磁场可用复数形式表示。对右旋磁场，有

$$h_y^+ = -jh_x^+ \tag{6.63a}$$

对左旋磁场，有

$$h_y^- = jh_x^- \tag{6.63b}$$

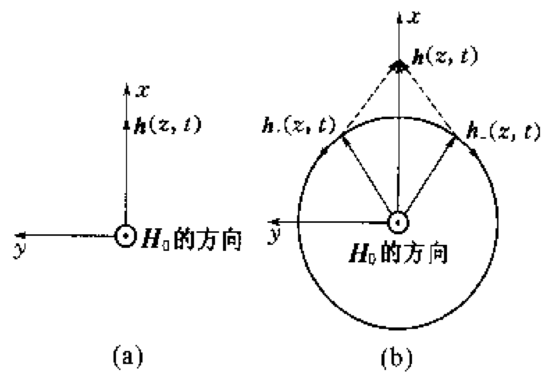


图 6.60 线极化波分解为两个圆极化波

将式(6.63)中的两式代入式(6.61)，可得

$$b_x^{\pm} = \mu_0(\mu \pm k)h_x^{\pm} = \mu_0\mu_{r\pm}h_x^{\pm} \tag{6.64a}$$

$$b_y^{\pm} = \mu_0(\mu \pm k)h_y^{\pm} = \mu_0\mu_{r\pm}h_y^{\pm} \tag{6.64b}$$

$$b_z = 0 \tag{6.64c}$$

式中，μ_{r-}、μ_{r+} 分别为左、右旋圆极化波的相对导磁率。显然 μ_{r-}、μ_{r+} 为标量，且

$$\left.\begin{aligned}\mu_{r+} &= \mu + k\\ \mu_{r-} &= \mu - k\end{aligned}\right\}\tag{6.65}$$

出此可见，铁氧体对左、右旋圆极化波的相对导磁率不同，这两种波在铁氧体中传播时所受到的影响将不同，μ_{r+}具有铁磁谐振特性，而μ_{r-}却并不具有这种特性。

以上仍是未考虑损耗而得的结果，当计及铁氧体的损耗时，有

$$\left.\begin{aligned}\mu_{r+} &= \mu'_{r+} - j\mu''_{r+}\\ \mu_{r-} &= \mu'_{r-} - j\mu''_{r-}\end{aligned}\right\}\tag{6.66}$$

μ'_{r+}、μ''_{r-}、μ'_{r-}、μ''_{r-}随H_0的变化曲线绘在图6.61中，由图可见，μ'_{r+}、μ''_{r+}有明显的谐振特性，而μ'_{r-}、μ''_{r-}没有谐振特性。μ'_{r-}在谐振频率ω'_0附近急速变化并改变符号，在低场区（即$H_0 < H''_\omega$或$\omega'_0 < \omega$区域），μ'_{r-}接近于零或小于零，故呈现出抗磁特性。而μ'_{r-}在低场区大于零（接近于1），故呈现出顺磁特性。后面要介绍的场移式隔离器就利用了这一特点。

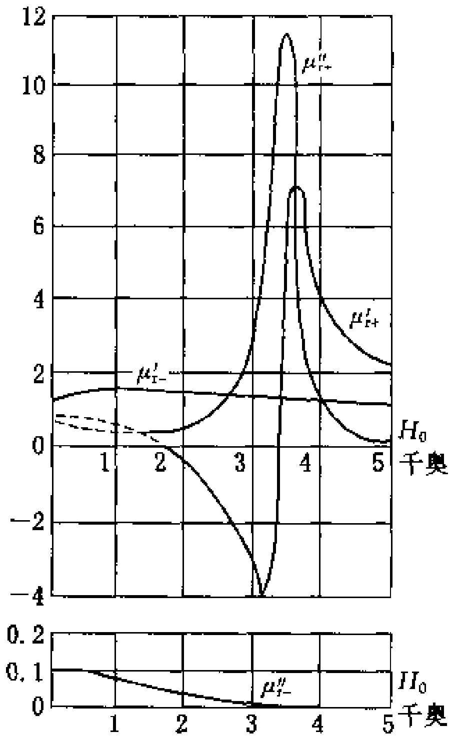


图 6.61　μ'_{r+}、μ''_{r+}、μ'_{r-}、μ''_{r-}随H_0的变化曲线

6.5.2　法拉第旋转效应

当恒磁场$\boldsymbol{H}_0$与波的传播方向一致时，$\boldsymbol{h}$满足的亥姆霍兹方程为

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{h} = \omega^2\mu_0\varepsilon\vec{\boldsymbol{\mu}}_r\cdot\boldsymbol{h}\tag{6.67}$$

若假定均匀平面波在无限大的铁氧体中沿z向传播，传播常数为γ，则有

$$\left.\begin{aligned}&\boldsymbol{h} = \boldsymbol{h}(x,y)e^{-\gamma z} = (h_x\boldsymbol{a}_x + h_y\boldsymbol{a}_y)e^{-\gamma z}\\ &\frac{\partial\boldsymbol{h}}{\partial x} = \frac{\partial\boldsymbol{h}}{\partial y} = 0,\ \frac{\partial\boldsymbol{h}}{\partial z} = -\gamma\boldsymbol{h}\end{aligned}\right\}\tag{6.68a}$$

或

$$\nabla\times\nabla\times\boldsymbol{h} = \frac{\partial^2\boldsymbol{h}}{\partial z^2} = \gamma^2\boldsymbol{h}\tag{6.68b}$$

将$\boldsymbol{h}$用向量形式表示，并同(6.60a)和上式一并代入式(6.67)，可得

$$\left.\begin{aligned}(\gamma^2 - \omega^2\mu_0\varepsilon\mu)h_x - j\omega^2\mu_0\varepsilon k h_y = 0\\ j\omega^2\mu_0\varepsilon k h_x + (\gamma^2 - \omega^2\mu_0\varepsilon\mu)h_y = 0\end{aligned}\right\}\tag{6.69}$$

令上式的系数行列式为零，得

$$\gamma_\pm^2 = \omega^2\mu_0\varepsilon(\mu\pm k)\tag{6.70}$$

与上式相对应的场量间的关系为

$$h_y^\pm = \mp jh_x^\pm\tag{6.71}$$

这表明，此时亥姆霍兹方程的解为两个传播系数分别为 γ_+ 和 γ_- 且沿相反方向旋转的平面圆极化波。

为了得到波在这种情况下的传播特性，取这两种圆极化波的线性组合，得

$$\left.\begin{aligned} h_x(z) &= h_x^+(z) + h_x^-(z) = \frac{h_0}{2}(e^{-j\beta_+ z} + e^{-j\beta_- z}) \\ h_y(z) &= h_y^+(z) + h_y^-(z) = \frac{h_0}{2}(-je^{-j\beta_+ z} + je^{-j\beta_- z}) \end{aligned}\right\} \tag{6.72}$$

在 $z=0$ 处，$h_x(0)=h_0$，$h_y(0)=0$，其极化方向沿 x 轴，于是在 $z=l$ 处的交变磁场分量为

$$\boldsymbol{h} = h_x\boldsymbol{a}_x + h_y\boldsymbol{a}_y = h_0 e^{-j\frac{(\beta_+ + \beta_-)l}{2}}\left[\cos\frac{(\beta_+ - \beta_-)l}{2}\boldsymbol{a}_x - \sin\frac{(\beta_+ - \beta_-)l}{2}\boldsymbol{a}_y\right] \tag{6.73}$$

可见，由这两个圆极化波合成的线极化波传播距离 l 后，磁场的极化方向相对于 $\boldsymbol{H}_0$ 的指向旋转了一个角度 θ，即

$$\theta = \frac{1}{2}(\beta_+ - \beta_-)l = \frac{\omega l\sqrt{\varepsilon}}{2}(\sqrt{\mu_{r+}} - \sqrt{\mu_{r-}}) \tag{6.74}$$

这种极化面在波的传播途径中以前进方向为轴不断旋转的现象就是著名的法拉第旋转效应。角度 θ 称为法拉第旋转角。在低场区 $(\omega_0' < \omega)$，因 $\mu_{r+}' > \mu_{r-}'$，故法拉第旋转角 θ 为正，即磁场的极化方向相对于 $\boldsymbol{H}_0$ 的指向顺时针旋转，如图 6.62(a)所示。由于右旋和左旋圆极化波是由外加恒磁场 $\boldsymbol{H}_0$ 的方向所决定的，与波的传播方向无关，因此当波从 $z=0$ 的平面传播到 $z=l$ 的平面后反过来再传播到 $z=0$ 的平面时，磁场的极化方向并不回到原来的 x 轴，而是与 x 轴成 2θ 的角度。如图 6.62(b)所示。这说明法拉第旋转效应具有不可逆性。

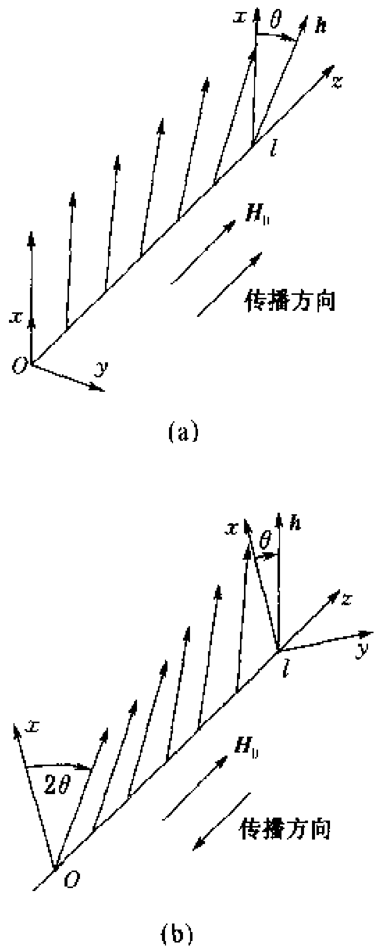


图 6.62　法拉第旋转效应

6.5.3　几种常用的铁氧体器件

利用电磁波在外加恒磁场作用下的铁氧体中的传播特性，可以制作许多铁氧体器件，这里仅介绍工程上最常用的几种铁氧体器件。

1）隔离器

隔离器又称为单向器，是一种使导波单向传输的二端口器件。它可以使正向传输的导波几乎无衰减地通过，让反向传输的导波受到很大的衰减而不能通过。通常对隔离器的要求是：正向损耗小，反向隔离大，以及有较宽的工作频带和较高的功率容量等。

(1) 谐振式隔离器

谐振式隔离器是利用横向磁化的铁氧体片在矩形波导中的铁磁谐振现象所制成的单向传输器件，其结构如图 6.63 所示。

谐振式隔离器中的铁氧体片应置于波导传输模式的电磁场出现圆极化处。对矩形波导

中的 TE_{10} 模而言，其磁场分量表达式为

$$\left.\begin{aligned} H_x &= j\frac{\beta a}{\pi}H_0\sin\frac{\pi}{a}x\mathrm{e}^{-j\beta z} \\ H_z &= H_0\cos\frac{\pi}{a}x\mathrm{e}^{-j\beta z} \end{aligned}\right\} \tag{6.75}$$

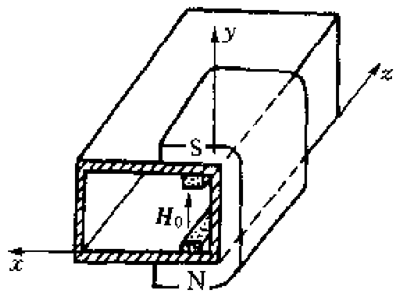


图 6.63　谐振式隔离器

显然，H_x 和 H_z 之间存在 $\pi/2$ 的相位差。在矩形波导的宽边中心只有 H_x 分量，故磁场矢量呈线极化分布，且幅度随时间周期变化，但其方向总是 x 向。在其他位置若 $|H_z|\neq|H_x|$，则合成的磁场矢量呈椭圆极化，并以宽边中心为对称轴，波导两边为极化性质相反的两个磁场。当 $|H_z|=|H_x|$ 时，磁场矢量呈圆极化分布。不妨令波导左、右两边的圆极化磁场的位置坐标分别为 x_1 和 x_2（见图 6.64），由式(6.75)，有

$$\sin\frac{\pi}{a}x_1=\frac{\pi}{\beta a}\cos\frac{\pi}{a}x_1$$

即

$$x_1=\frac{a}{\pi}\arctan\frac{\lambda_g}{2a} \tag{6.76}$$

以及

$$x_2=a-x_1=a-\frac{a}{\pi}\arctan\frac{\lambda_g}{2a} \tag{6.77}$$

当工作频率 $f=\sqrt{2}(f_c)_{TE_{10}}$ 时，可得到 $x_1=a/4$，$x_2=3a/4$。应指出，在实际的铁氧体器件中，由于波导部分填充铁氧体片，故 $\lambda_c\neq 2a$，圆极化磁场的位置应有所变化。同时，铁氧体材料、尺寸对圆极化磁场的位置也有影响。

圆极化磁场的位置坐标 x_1、x_2 处是右旋还是左旋磁场可以利用图 6.64(a)来加以说明。在图中的 x_1 处，对沿正 z 轴方向传播的 TE_{10} 模，可以看到 $t=0$ 时刻 H_z 为负向最大，经过 $T/4$ 时间，H_x 为正向最大，再经过 $T/4$ 时间，H_z 为正向最大，再经过 $T/4$ 时间，H_z 为负向最大。按照图中所假设的 $\boldsymbol{H}_0$ 方向（出纸面），从图 6.64(b)的上图可见，x_1 处的磁场是一个旋转磁场，它同 $\boldsymbol{H}_0$ 间不满足右手螺旋关系，故此时 x_1 处的圆极化磁场是一个左旋场。反之，当观察负 z 轴方向传播的 TE_{10} 模时，可判断 x_1 处的

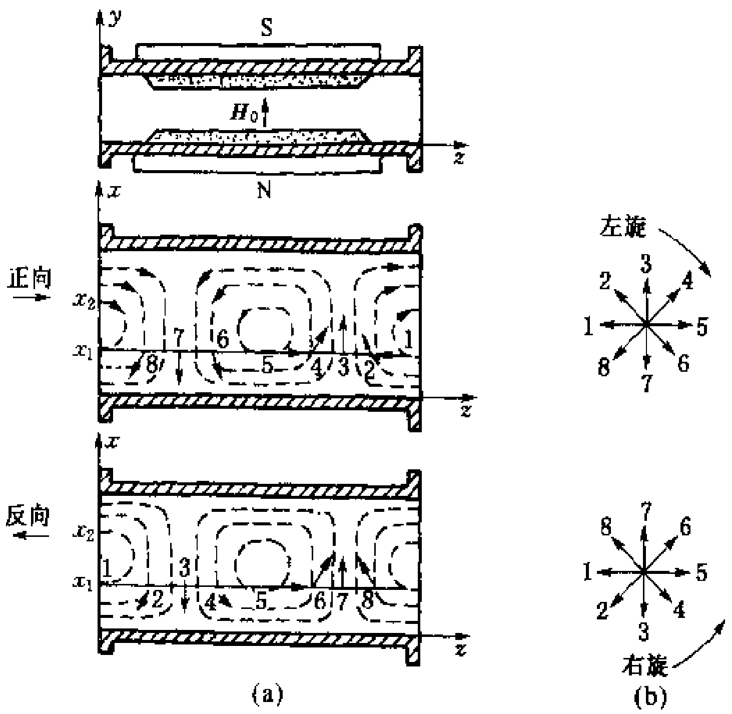


图 6.64　矩形波导中 TE_{10} 模的磁场分布

磁场是一个右旋场，如图 6.64(b)的下图所示。

同理，可判断出 x_2 处磁场的情况，它同 x_1 处的情况恰好相反。

若将铁氧体片置于图 6.64(a)中的 x_1 处，令正 y 轴方向的恒磁场 $\boldsymbol{H}_0$ 的大小等于谐振值，即 $\omega=\omega_0=\gamma H_0$，当 TE_{10} 模沿负 z 轴方向传播时，因 x_1 处为右旋磁场，故此时铁氧体片必对通过它的右旋圆极化磁场产生铁磁谐振，从而使很大部分的交变磁场能量被铁氧体片吸收，导波被强烈地衰减。而当 TE_{10} 模沿正 z 轴方向传输时，因 x_1 处是左旋磁场，故导波几乎无衰减地通过。因而获得单向传输特性。

当铁氧体片置于 x_2 处或改变 $\boldsymbol{H}_0$ 沿负 y 轴方向时，同样可获得单向传输的作用，只是单向传输的方向改变而已。

(2) 场移式隔离器

场移式隔离器的结构型式同谐振式隔离器的结构型式相似，但其工作原理却完全不同。这种隔离器工作于低场区，结构如图 6.65(a)所示。

当 TE_{10} 模沿负 z 方向在如图 6.65(a)所示的波导中传输时，铁氧体片处 TE_{10} 模的磁场呈右旋圆极化，因工作于低场区，$\mu_r' < 0$，故铁氧体呈现抗磁性，对交变磁场起排斥作用。当 TE_{10} 模沿正 z 方向传输时，铁氧体片处的磁场呈左旋圆极化，因 μ_r' 近似于 1，以及相对介电常数较大，故导波集中于铁氧体内部及其附近传输。因此，对正向(负 z 方向)传输和反向(正 z 方向)传输的导波的电场分布引起的变化也显著不同，如图 6.65(b)所示。这种场分布发生畸变的现象就是场移的不可逆性。如果在铁氧体片靠近波导中心一侧的表面上加置能吸收电磁能量的电阻片，对正 z 方向传输的导波，因其能量集中于铁氧体表面附近而受到很大的吸收衰减，使得正 z 方向传输的导波不能传输，而沿负 z 方向传输的导波由于其电磁场被排斥在铁氧体外，被电阻片吸收的能量很少，因而能使导波几乎无衰减地通过。

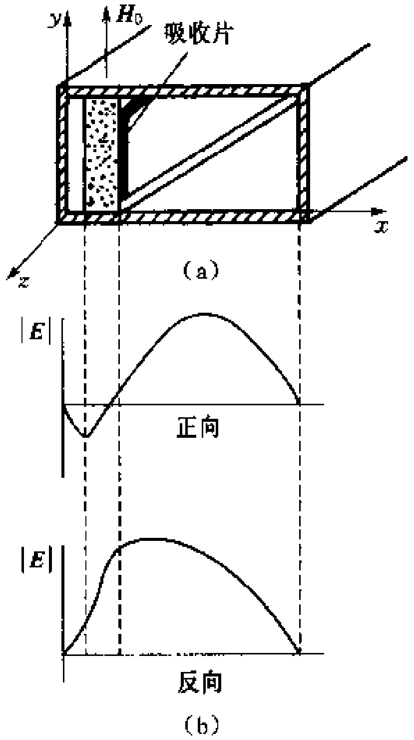


图 6.65　场移式隔离器

综上所述，场移式隔离器具有单向传输的特性，不仅有磁的作用，而且有电的作用，铁氧体的作用只是产生“场移”，而电阻片才对导波有吸收作用。这就是场移式隔离器与谐振式隔离器的工作原理的差异所在。

场移式隔离器的优点是所需的外加恒磁场较小，故体积小，适宜于较高的工作频段和较小的功率场合。

还应指出，若将场移式隔离器中的电阻片去掉，这样的器件就构成了具有不可逆特性的场移式移相器，适当的选择铁氧体片的厚度、长度、位置以及外加恒磁场等参数，即可调节移相器的相移量。

2) 环行器

环行器是一种多端口器件，在环行器中传输的导波只能单向传输。如在图 6.66 所示理想的 N 端口环行器中，导波只能从端口①→②→⋯→Ⓝ→①传输，其散射矩阵为

$$[S]=\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & 1\\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0\end{bmatrix} \tag{6.78}$$

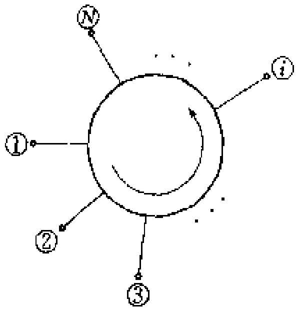
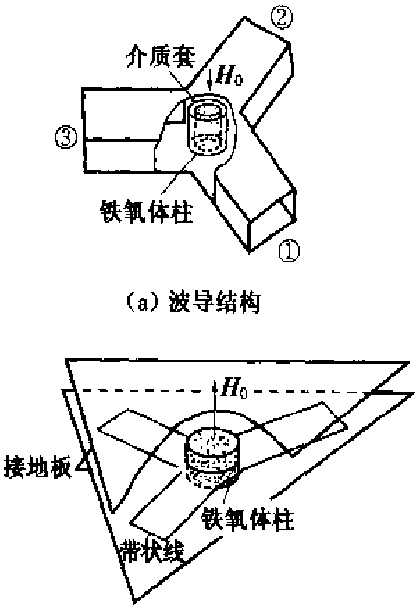


图 6.66　理想的 N 端口环行器

通常对环行器的要求是：正向衰减小、隔离度大、输入驻波比小和工作频带宽等。环行器的结构型式很多，这里仅介绍结环行器。

图 6.67(a)示出了一波导 Y 形结环行器，它由矩形波导旋转对称结和放置于结中心用介质套管包封的横向磁化铁氧体柱组成，恒磁场由结外部盘状的磁铁产生。这种结环行器的工作原理可简述如下：当导波从端口①输入并进入铁氧体柱时，在端口①中靠近矩形波导两窄壁附近的两个对称位置正好是两个旋转方向相反的圆极化磁场，对低场而言，由于铁氧体导磁率的实部 $\mu'_{r-}>\mu'_{r+}$，且 $\mu'_{r-}\approx 1$，$\mu'_{r+}<0$，因此在铁氧体柱内传播的两种圆极化波的相速也不同。通过适当选择铁氧体柱的尺寸和参数，使得两个圆极化波传播至端口②上具有相同的相位，而在端口③上具有相反的相位。这样，从端口①输入的导波只能从端口②输出，端口③无输出。又由于 Y 形结环行器是旋转对称的，这样从端口②输入的导波只能从端口③输出，从端口③输入的导波只能从端口①输出。图中包封铁氧体柱的介质套管可起到改善由于温度和恒磁场变化所引起的不稳定性的作用。



(a) 波导结构

(b) 带状线结构

图 6.67　Y 形结环行器

除了波导 Y 形结环行器外，工程中还广泛使用小型化的带状线和微带线 Y 形结环行器，图 6.67(b)为带状线 Y 形结环行器。带状线和微带线 Y 形结环行器的工作原理与波导环行器的工作原理相似，可进行严格的分析。读者可参阅有关文献。

习　　题

6-1　试述接触式和抗流式短路活塞的优缺点。

6-2　如图 6.68 所示，有一矩形波导终端接匹配负载，当在负载处插入一螺钉后测得 $\rho=2.5$，离负载最近的电场驻波节点离负载为 $0.09\lambda_g$。

求：① 螺钉处的反射系数；

② 螺钉的归一化电纳值。

6-3　如图 6.69 所示，矩形波导工作于 TE_{10} 模，工作频率为 10 GHz，波导的截止频率为 6.6 GHz，波导波长为 4 cm，终端接匹配负载，波导的窄边尺寸为 1 cm，在 BC 段填充

$\varepsilon_r=2.1$ 的介质，厚度 d 为 5 mm。试画出其等效传输线电路并求以下各值：波导的宽边尺寸 a、空气波导段的等效阻抗 Z_e、介质填充波导段的截止频率 f_c'、等效阻抗 Z_e' 及 I 区中的驻波系数。

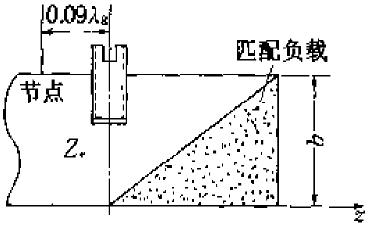


图 6.68　题 6-2 附图

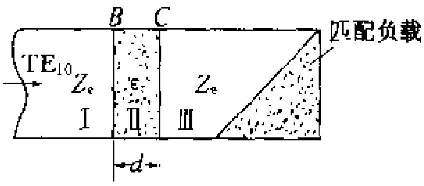


图 6.69　题 6-3 附图

6-4　一矩形波导系统的等效电路如图 6.70 所示。

① 分别利用传输线理论和网络分析法求该等效电路的归一化负载阻抗 z_l 和驻波系数 ρ_1、ρ_2；

② 画出该电路的矩形波导的结构示意图。

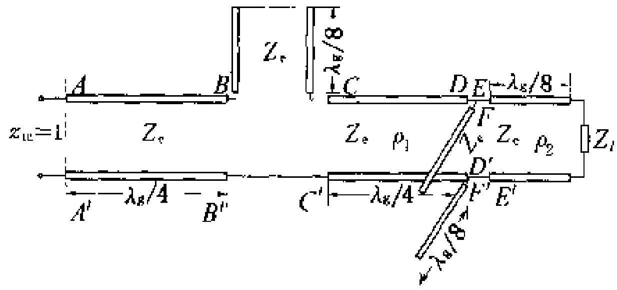


图 6.70　题 6-4 附图

6-5　已知负载的归一化导纳 $y_l=0.9-j0.5$，波导截面尺寸 $a\times b=58.2\ \text{mm}\times 29.1\ \text{mm}$，工作波长 $\lambda_0=7.5\ \text{cm}$，用 $d=\lambda_g/8$ 的双螺钉调配器调匹配，$d_1=\lambda_g/4$。问：这两个螺钉应提供归一化电纳 b_1、b_2 各为多少？

6-6　一段填充介质为空气的矩形波导与一段填充相对介电常数为 2.56 的介质的矩形波导，借助于一单节 $\lambda_g/4$ 阶梯阻抗变换器进行匹配，如图 6.71 所示。求匹配介质的相对介电常数 ε_r' 及变换器的长度 l（已知 $a=2.5\ \text{cm}$，$f=10\ \text{GHz}$）。

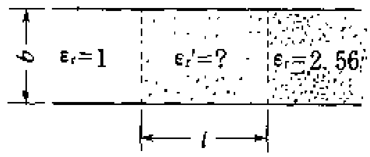


图 6.71　题 6-6 附图

6-7　一等波纹低通滤波器的指标是：通带最大波纹 $L_p=0.1\ \text{dB}$，截止频率 $f_c=3\ \text{GHz}$，在阻带边频 $f_s=4\ \text{GHz}$ 上 $L_s\geqslant 40\ \text{dB}$。试确定滤波器的低通原型。

6-8　设计一个等波纹低通滤波器，其截止频率为 2.5 GHz，带内最大插入衰减为 0.5 dB，在 5 GHz 上插入衰减大于 30 dB（用微带结构实现，并设输入、输出微带线的特性阻抗均为 50 Ω）。

6-9　如图 6.72 所示，E－T 接头的②臂上接短路活塞，问：短路活塞与对称面间的距离 l 为多少时③臂无功率输出及输出功率最大？

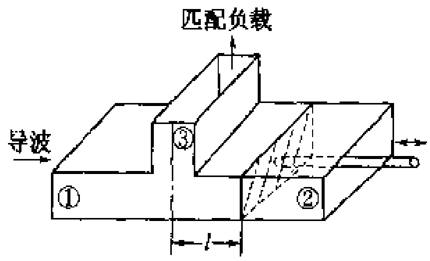


图 6.72　题 6-9 附图

6-10　有一个三端口元件，测得其[S]为

$$[S]=\begin{bmatrix}0 & 0.995 & 0.1\\ 0.995 & 0 & 0\\ 0.1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

问：此元件有哪些特性？它是一个什么样的微波元件？

6-11 如图 6.73 所示，为一双 T 接头用作为测量阻抗的电桥。若 $u_4^+=1$，证明：端口③输出的相对功率为

$$P_3^-=\frac{1}{4}(1-|S_{33}|^2)(1-|S_{44}|^2)\left|\frac{\Gamma_1}{1-S_{11}\Gamma_1}\right|^2。$$

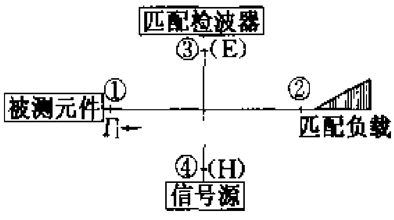


图 6.73 题 6-11 附图

6-12 一魔 T 如图 6.74 所示，功率自端口④输入，其值为 P_4^+，端口③接匹配负载，端口①和②所接负载均不匹配，其反射系数分别为 Γ_2 和 Γ_3。试求端口③输出功率 P_3 与入射功率 P_4^+ 之比。

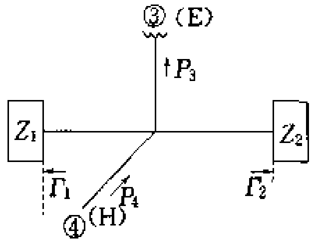


图 6.74 题 6-12 附图

6-13 一只对称的定向耦合器，其方向性为无穷大，耦合度为 20 dB，用此定向耦合器监测输送到负载 Z_l 上的功率，如图 6.75 所示。功率计 P_A 的读数为 8 mW，它对臂③产生的驻波系数为 2，功率计 P_B 的读数为 2 mW，它与臂③匹配。

求：① 在负载 Z_l 上消耗的功率；

② 臂②上的驻波比。

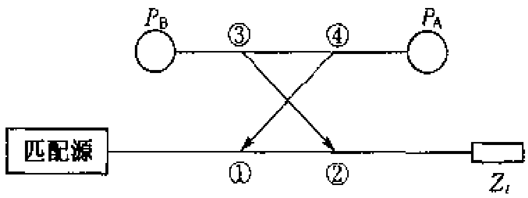


图 6.75 题 6-13 附图

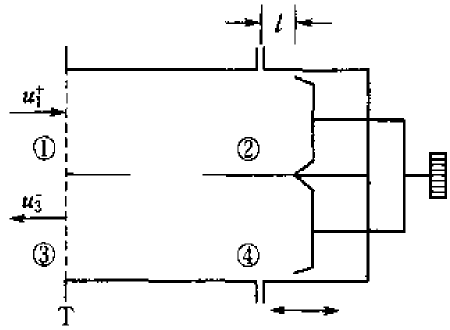


图 6.76 题 6-14 附图

6-14 如图 6.76 所示的窄边耦合的 3 dB 电桥，在端口②、④上接入一对同步可调的短路活塞，这是一个什么元件？试导出端口③参考面上 u_3^- 的表达式（设端口③接匹配负载）。

6-15 已知一平行耦合微带线定向耦合器的耦合度为 15 dB，外接微带线的特性阻抗为 50 Ω。求耦合微带线的奇、偶模特性阻抗。

6-16 已知平行耦合微带线定向耦合器的耦合度为 13 dB，试写出此耦合器的[S]。

6-17 试比较谐振式隔离器与场移式隔离器的异同点。

6-18 对如图 6.77 所示的铁氧体场移式隔离器，试确定其中 TE_{10} 模的传输方向是入纸面还是出纸面？

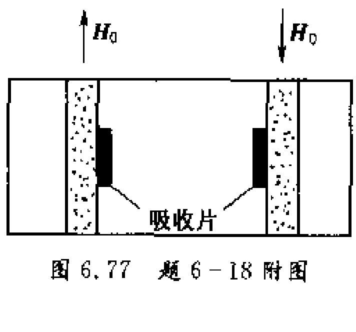


图 6.77 题 6-18 附图

6-19 写出下列各种理想二端口元件的[S]：

① 理想衰减器；

② 理想移相器；

③ 理想隔离器。

6-20　有一环行器如图 6.78 所示，环行器的散射矩阵为 $[S]=\begin{bmatrix}0 & \sigma & \varepsilon\\ \varepsilon & 0 & \sigma\\ \sigma & \varepsilon & 0\end{bmatrix}$。若端口①接波源，端口②接匹配负载，端口③接短路活塞，图中短路面离端口③的距离为 l，测得 u_2^-/u_1^+ 随 l 的变化关系如图 6.78 所示，求 σ 和 ε 的值。

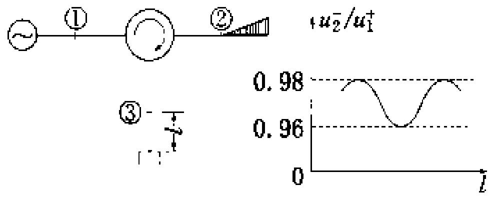


图 6.78　题 6-20 附图

6-21　写出如图 6.79 所示魔 T 和理想环行器组合的 $[S]$。

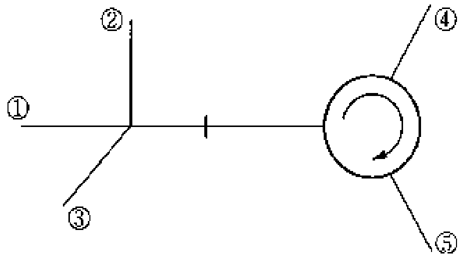


图 6.79　题 6-21 附图

6-22　证明：若在无耗互易三端口网络的任意端口中接入短路活塞，则总可找到活塞的一个位置，使其他二端口间无能量传输。

6-23　试用三个以上的微波元器件组成一个部件，并说明其功能和原理。

6-24　证明：无耗互易四端口网络可以获得完全匹配，且必定为定向耦合器。

6-25　如图 6.80 所示，为一魔 T 调配器示意图。端口①接波源，端口③和端口④各接短路活塞，端口②接匹配负载。

① 用网络的分析方法，求出使端口②有最大输出时的 l_3 和 l_4 的表达式，结果说明了什么？

② 当端口③、④的短路活塞换为反射系数分别为 Γ_3 和 Γ_4 的负载，端口②接反射系数为 Γ_2 的负载时，结果又将如何？

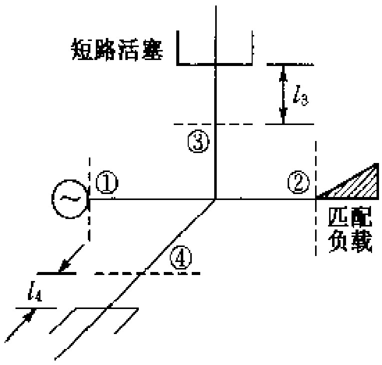


图 6.80　题 6-25 附图

6-26　对如图 6.80 所示的魔 T 调配器，若端口①、③和④仍接波源及短路活塞，端口②接待匹配负载。

① 试证明：通过调节短路活塞的位置（即 l_3 和 l_4）总可使接在端口②的反射系数为 Γ_l 的任意负载获得匹配（即使得从端口①向网络看去是无反射的）；

② 若 $\Gamma_2=0.5\mathrm{e}^{-j\pi/2}$，求 l_3 和 l_4 的最小值。

6-27　如图 6.81 所示，为一魔 T 构成的微波测量电桥，在魔 T 的端口①和④上分别接反射系数为 Γ_1 和 Γ_4 的负载 Z_1 和 Z_4。

① 当端口②的输入功率为 P_2 时，求端口③输出到匹配功率计的功率 P_3；

② 讨论分别在什么情况下，$P_3=0$ 和 $P_3=P_2$。

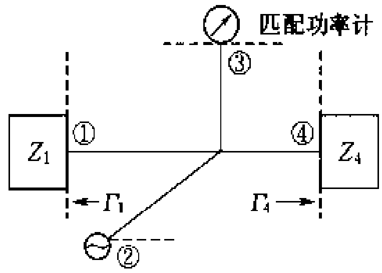


图 6.81　题 6-27 附图

6-28　如图 6.82 所示，为一理想定向耦合器与功率计构成的功率测量装置。已知定向耦合器的耦合度为 20 dB，波源的输入功率为 100 mW。

① 若用 10～100 μW 量程的功率探头测量端口③的功率，为保证功率计正常工作，在功率计前所加的可变衰减器的量程至少是多少？

② 若波源的输出功率为 50 mW，求端口②接的匹配负载的吸收功率。

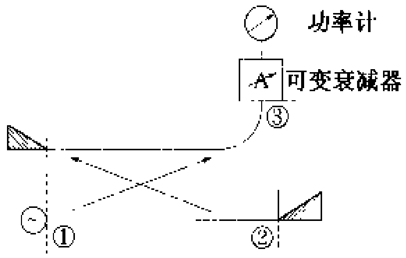


图 6.82　题 6-28 附图

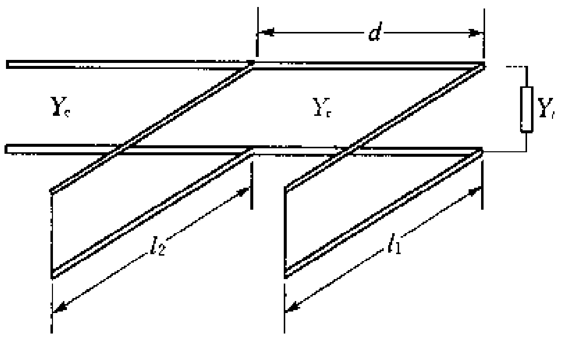


图 6.83　题 6-29　附图

6-29　在如图 6.83 所示的双支节匹配系统中，已知无耗传输线的特性导纳为 Y_c，负载导纳 $Y_l = G_l + jB_l$（归一化导纳为 $y_l = g_l + jb_l$），终端短路的双支节长度分别为 l_1、l_2（电长度为 θ_1、θ_2），双支节间的间距 $d = \lambda_0/8$（电长度为 θ_0，λ_0 为导波中心频率对应的波长）。

① 试利用圆图叙述此双支节匹配器的匹配原理，并画出圆图中的匹配盲区；

② 利用网络的分析方法详细证明①中所画匹配盲区大小的结论，并就 $d = \lambda/8$ $(\lambda \neq \lambda_0)$ 的一般情况进行讨论。

6-30　用一段长为 $\lambda_g/4$ 的矩形波导段连接两个波导魔 T，构成如图 6.84 所示的三端口（即端口③、端口 ③ 和端口④）元件。

① 试详细导出该元件对应的三端口网络的散射矩阵；

② 当端口④接输出功率为 P_4^- 的信号源，且端口③和端口 ③ 均接匹配负载时，求端口③和端口 ③ 参考面上的输出功率及端口④参考面上的反射功率；

③ ②中的结果说明了什么？

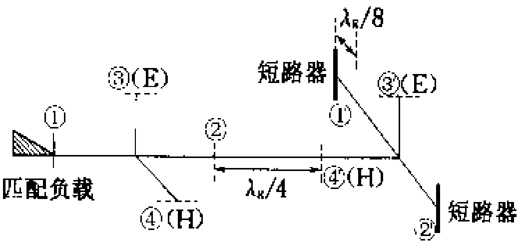


图 6.84　题 6-30 附图

6-31　如图 6.85 所示为一终端接匹配负载的矩形波导 H 面 U 形拐角（由间距为 l（电长度为 θ）的两只 90°的 H 面拐角构成）的等效网络，求此网络输入端参考面 T_1 处的反射系数的模值及插入衰减（其中 z_c、x、b 均为归一化值，并取 $z_c = 1$，$x = 2$，$b = 1$）。

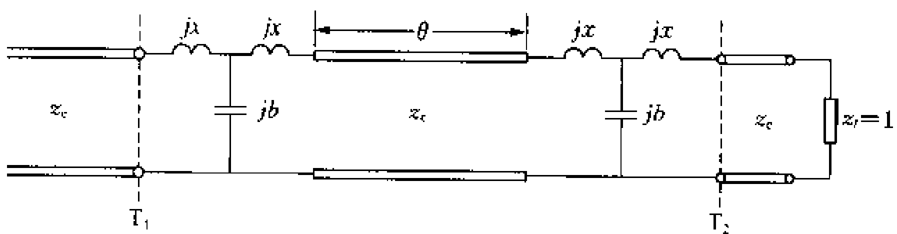


图 6.85　题 6-31 附图

6-32　图 6.86 为一由两个 H—T 接头与矩形波导段构成的雷达收发系统的等效电路图。设天线与 $a \times b = 72.14\,\text{mm} \times 34.04\,\text{mm}$ 的空气矩形波导理想匹配，且 $l_1 = l_2 = l_3 = 3\lambda_{g0}/4$，$\lambda_{g0}$ 为 TE_{10} 模的与中心频率对应的波导波长，Z_c 为 TE_{10} 模的等效特性阻抗。该收发系统的中心频率 $f_0 = 3\,\text{GHz}$。

原书缺页

第 7 章

天线(Ⅱ)——线天线和面天线基础

本书上册第 6 章介绍了基本振子、对称振子以及天线阵的有关知识，本章将介绍常用线天线和面天线的基本分析方法以及基本工作原理。线天线的特点是：高频电流沿直线或曲线状的天线体分布，且天线尺寸为几分之一波长或波长的数倍。线天线只用于长、中、短波和超短波波段；面天线的特点是：电流沿天线体的金属表面分布，且天线的口面尺寸远大于工作波长，面天线的工作频率较高，主要用于微波和毫米波波段。

本章首先以对称振子的有关内容为基础，介绍折合振子、对称振子的馈电方法以及其他常用的线天线，如直立振子天线、水平振子天线、螺旋天线、引向天线以及非频变天线；然后在引出电流和磁流的辐射、电磁场积分公式以及平面口径辐射的基础上，介绍矩形口径、圆形口径的辐射特性以及喇叭天线、旋转抛物面天线、卡塞格伦天线、隙缝天线和微带天线的基本工作原理。

7.1 线天线

通常将截面半径远小于波长的金属导线构成的天线称为线天线。线天线的种类很多，如直立振子天线、水平振子天线、螺旋天线、引向天线等。下面仅介绍较为常见的几种线天线。

7.1.1 对称振子、折合振子及对称振子的馈电方法

天线(Ⅰ)中已引出了对称振子的远区辐射场及其方向图函数等内容，下面进一步讨论与对称振子有关的内容。

1) 对称振子的输入阻抗

在本书上册的天线(Ⅰ)中，假设对称振子可看成无耗终端开路传输线，从而得到对称振子的电流分布。因此，同样可借助平行双导线的输入阻抗公式来导出对称振子的输入阻抗公式，但必须作两点修正：①平行双导线是均匀传输线，其特性阻抗沿线不变，而对称振子两臂上对应点间的距离不同，其特性阻抗沿线变化；②平行双导线几乎没有辐射，而对称振子是一种辐射器，它相当于有耗传输线，所以应采用有耗传输线的输入阻抗公式计算其输入阻抗。于是，由长为 h、终端开路的有耗传输线公式，有

$$Z_{in} = Z_c' \coth \gamma h = Z_c' \coth[(\alpha + j\beta)h] = Z_c' \frac{\sinh(2\alpha h) - j\sin(2\beta h)}{\cosh(2\alpha h) - \cos(2\beta h)} \tag{7.1}$$

式中，Z_c' 为有耗传输线的特性阻抗，即

$$Z_c' = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

在天线情况下,因 G 比 ωC 小得多,可忽略不计,故有

$$Z_c' \approx \sqrt{\frac{R+j\omega L}{j\omega C}} \approx \sqrt{\frac{L}{C}}\left(1-j\frac{R}{2\omega L}\right)=Z_c\left(1-j\frac{\alpha}{\beta}\right)$$

将 Z_c' 代入式(7.1),得

$$Z_{in}=Z_c\frac{\sinh(2\alpha h)-\frac{\alpha}{\beta}\sin(2\beta h)}{\cosh(2\alpha h)-\cos(2\beta h)}-jZ_c\frac{\frac{\alpha}{\beta}\sinh(2\alpha h)+\sin(2\beta h)}{\cosh(2\alpha h)-\cos(2\beta h)} \tag{7.2}$$

式中,Z_c 为均匀无耗传输线的特性阻抗。上式是适用于计算有耗传输线输入阻抗的公式,若将此式用于计算对称振子的输入阻抗,必须先确定对称振子的特性阻抗以取代上式中的 Z_c,同时还需求出由辐射引起的等效衰减常数 α 以及相应的相位常数 β。

因平行双导线的特性阻抗为

$$Z_c = 120\ln\frac{D}{a}$$

式中,D 是两导线间的距离;a 是导线的半径。对对称振子,D 应是变量 $2z$,如图 7.1 所示。取 Z_c 沿臂长 h 的平均值作为对称振子的平均特性阻抗,记为 $\overline{Z}_c$,即

$$\overline{Z}_c=\frac{1}{h}\int_{\delta_1}^{h}120\ln\frac{2z}{a}\mathrm{d}z=120\left(\ln\frac{2h}{a}-1\right) \tag{7.3}$$

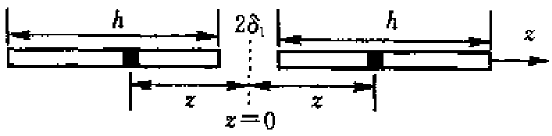


图 7.1 对称振子平均特性阻抗的计算

式中,$2\delta_1$ 为对称振子馈电端的间隙。

根据传输线理论,衰减常数

$$\alpha=\frac{R}{2Z_c} \tag{7.4}$$

式中,R 为传输线单位长度的损耗电阻。对对称振子而言,R 为单位长度的辐射电阻,记为 R_{r1},R_{r1} 在整个振子长度上都相等。再根据对称振子的电流分布,可得对称振子上的等效损耗功率为

$$P_l=\int_0^h\frac{1}{2}I^2(z)R_{r1}\mathrm{d}z=\int_0^h\frac{1}{2}I_m^2\sin^2[\beta(h-z)]R_{r1}\mathrm{d}z$$

又因为等效损耗功率就是对称振子的辐射功率,即 $P_l=P_r$,于是有

$$\frac{1}{2}\int_0^h I_m^2R_{r1}\sin^2[\beta(h-z)]\mathrm{d}z=\frac{1}{2}I_m^2R_r$$

即

$$R_{r1}=\frac{R_r}{\int_0^h\sin^2[\beta(h-z)]\mathrm{d}z}=\frac{2R_r}{h\left[1-\frac{\sin(2\beta h)}{2\beta h}\right]} \tag{7.5}$$

这样,将上式及式(7.3)代入式(7.4),即得

$$\alpha=\frac{R_r}{120\left[\ln\left(\frac{2h}{a}\right)-1\right]h\left[1-\frac{\sin(2\beta h)}{2\beta h}\right]} \tag{7.6}$$

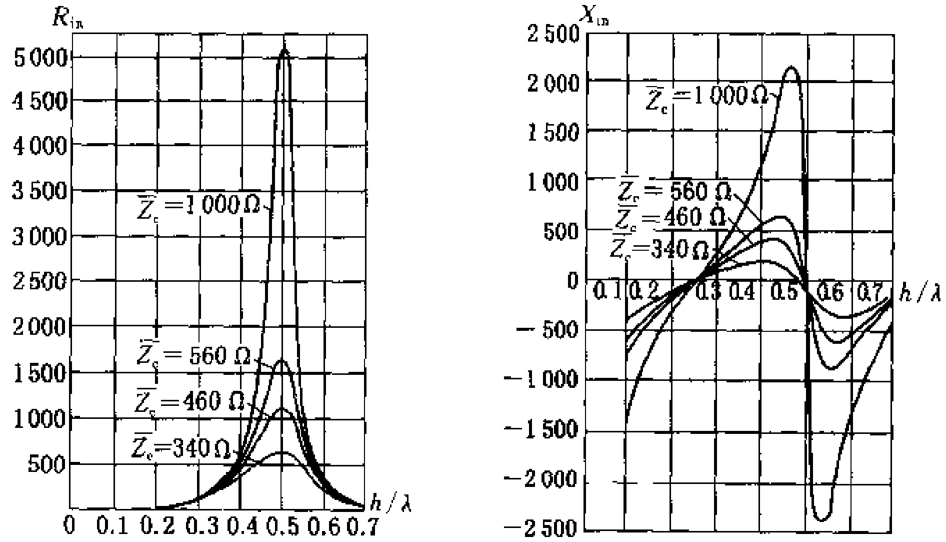
这表明,导线越粗,平均特性阻抗 $\overline{Z}_c$ 越小,衰减常数 α 就越大。

由传输线理论可知,有耗传输线的相位常数为

$$\beta=\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{1}{2}\left[1+\sqrt{1+4\left(\frac{\alpha\lambda}{2\pi}\right)^2}\right]} \tag{7.7}$$

将式(7.6)求出的 α 代入上式即得 β。由此可见,对称振子上的相位常数 β 大于自由空间中的波数 k,这表明对称振子上的波长比自由空间中的波长要短,这是一种波长缩短现象。

这样,将式(7.2)中的 Z_c、α 和 β 分别用 $\overline{Z}_c$(即式(7.3))、式(7.6)及式(7.7)代入,即得对称振子的输入电阻 R_{in} 和输入电抗 X_{in} 随 h/λ 的变化曲线,如图 7.2 所示。由图可得以下三点重要结论:①当 $h/\lambda\approx0.25$ 时,$X_{in}\to0$,R_{in} 值也较小,此时 $R_{in}\approx R_r\approx73.1\ \Omega$,且在 $h/\lambda\approx0.25$ 附近,输入阻抗变化较小,故此时天线与馈线易于在较宽的频带内实现匹配;②$h/\lambda\approx0.5$ 时,$X_{in}\to0$,而 R_{in} 出现最大值,且此处的输入阻抗曲线变化较陡峭,因此频带较窄;③对称振子的平均特性阻抗 $\overline{Z}_c$ 越低,输入阻抗(即 R_{in} 和 X_{in})曲线变化越平缓,其频率特性越好。因此,为使对称振子具有较宽的工作频带,应当采用 $\overline{Z}_c$ 小的振子,即振子的直径要粗些。基于上述结论①和②,不难解释工程上多采用半波对称振子而很少采用全波对称振子的原因。



(a) R_{in} 与 h/λ 的变化曲线　　(b) X_{in} 与 h/λ 的变化曲线

图 7.2　对称振子输入电阻和输入电抗随 h/λ 的变化曲线

2) 折合振子

在实际应用中,往往需要提高天线的输入阻抗和展宽工作频带,此时需采用折合振子。折合振子的上、下两部分振子的粗细可以相同,也可以不同。为分析方便,这里假设上、下两部分振子的粗细相同,其结构如图 7.3 所示。对周长为一个波长 λ 的扁环形折合振子,可将它视为由一段长为 $\lambda/2$ 的终端短路的平行双导线在中点拉开而成,如图 7.4(a)所示。折合振子上的电流分布如图 7.4(b)所示。显然,折合振子上、下两部分振子上的电流分布完全相同。由于折合振子的上、下两部分振子间的距离很小,因此对远区而言,可将折合振子近似看成是重叠在一起的两个相同的半波对称振子,其远区辐射场就等效为激励电流幅度加倍的半波对

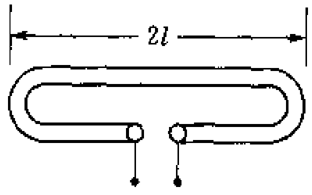
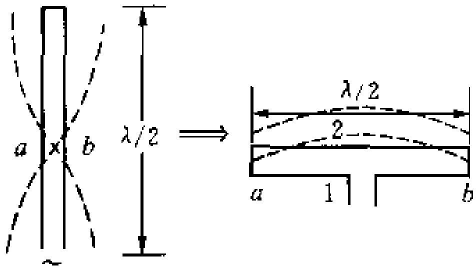


图 7.3　折合振子的结构示意图

称振子的作用。于是,折合振子的辐射功率可表示为

$$P_{rf} = \frac{1}{2}(2I_{ms})^2 R_{rs} = 4P_{rs} \qquad (7.8)$$

式中,R_{rs}为等效半波对称振子的辐射电阻;I_{ms}为等效半波对称振子波腹点电流(幅值);$P_{rs} = I_{ms}^2 R_{rs}/2$,为等效半波对称振子的辐射功率。



(a) 短路双导线上的电流分布 (b) 折合振子上的电流分布

图 7.4 折合振子的演变及其电流分布

若天线无耗,即输入功率 $P_{in} = P_r$,折合振子的输入电流 $I_{inf} = I_{ms}$,以及等效半波对称振子的输入电阻 $R_{ins} \approx R_{rs}$,则

$$P_{inf} = \frac{1}{2} I_{inf}^2 R_{inf} = \frac{1}{2} I_{ms}^2 R_{ins} = P_{rs} \qquad (7.9)$$

这样,由式(7.8)及式(7.9),有

$$R_{inf} = 4R_{ins} \approx 4R_{rs} \approx 300\ \Omega \qquad (7.10)$$

这表明,折合振子的输入电阻近似等于半波对称振子的输入电阻的四倍。所以,折合振子可直接用特性阻抗为 300 Ω 的平行双导线进行对称馈电,这就是电视接收天线广泛采用折合振子的原因。此外,折合振子的工作频带比半波对称振子的要宽。

在电视室外接收天线中,为了进一步提高天线的输入电阻或使工作频带更宽以及适应特殊的需要,常采用一些变形的折合振子,如三段折合振子、S形折合振子以及锥形折合振子等。

3) 对称振子的馈电方法

对称振子的两臂在结构及电气上均是对称的。所谓结构上对称,是指两臂导体的直径相等,长度相等;电气上对称,是指两臂上对应点的电压对地幅度相等极性相反,电流幅度相等流向相反。天线两臂上的电流由馈线提供,对称振子的馈线主要采用对称的平行双导线和不对称的同轴线。前者主要用于米波波段以下的频段,后者多用于分米波波段以上的频段。

对称振子一般采用中点馈电,由于对称振子的中点处于电流的波腹或靠近电流的波腹点,故其输入阻抗较低,便于同特性阻抗为 50 Ω 或 75 Ω 的同轴线实现匹配。但由于同轴线本身结构不对称,因此,若将同轴线的内外导体直接同对称振子的中点相接,则同轴线外导体表面上有分流电流 I_s 存在,如图 7.5 所示。此时,各电流幅值间的关系为 $I_{am} = I_{bm} = I_{1m} + I_{sm} \neq I_{2m}$,从而使对称振子上的电流分布不对称。此外,同轴线外导体外壁上因有电流存在,也使同轴线出现天线效应,使天线性能变坏。尽管对称振子也可采用平行双导线馈电,但由于平行双导线的特性阻抗一般处于 200~600 Ω 之间,若不采取措施直接将两者连接则会产生很大的反射,从而影响功率传输。这也是实际应用中对称振子多采用同轴线馈电的原因。

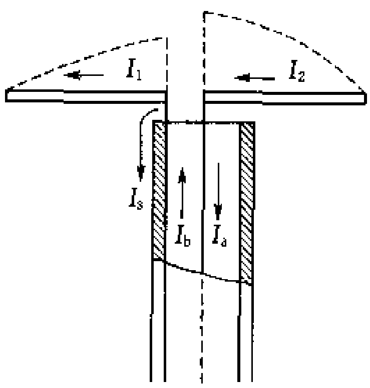


图 7.5 同轴线的不对称馈电

为解决同轴线馈电带来的不对称问题,需采用平衡—不

平衡转换器(或称为巴伦(Balun)),下面简单介绍三种常用的同轴线平衡一不平衡转换器。

(1) $\lambda/4$ 扼流套

所谓扼流套,是指安装在硬同轴线外面的长为 $\lambda/4$ 的短路金属套管,如图 7.6 所示。由于扼流套与同轴线的外导体构成一 $\lambda/4$ 的终端短路的同轴线,扼流套管上端的输入阻抗很大,抑制了同轴线外导体内壁电流 I_b 的外溢,即使同轴线外导体外表面上的电流 I_t 趋于零,从而使 a、b 处所接的对称振子两臂上的电流呈对称分布。

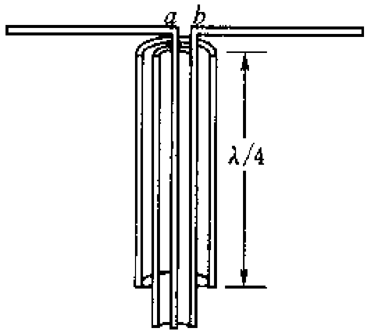


图 7.6　$\lambda/4$ 扼流套示意图

应指出,由于扼流套管的长度为 $\lambda/4$,因此,这种结构只适用于窄频带工作,且工作频率应较高,否则扼流套管太长。实验表明,当扼流套的长度为 0.23λ 时扼流的效果最佳,且加粗扼流套管可一定程度上改善工作带宽。$\lambda/4$ 扼流套可采用共差模的方法进行分析[25]。

(2) $\lambda/2$ U 形管

$\lambda/2$ U 形管平衡器是一种移相式平衡器,同轴主馈线的内导体在点 a 与对称振子的左臂相连,然后主馈线的内导体在点 a 与长为 $\lambda/2$ 的弯折成 U 形的一段同规格的同轴线(即 U 形管)的内导体相接,U 形管内导体的另一端在点 b 与对称振子的右臂相连,且同轴主馈线与 U 形管的外导体相接并接地,如图 7.7 所示。

由于同轴线上相距 $\lambda/2$ 的两点间的输入阻抗相等,电压(电流)等幅反相,因此,由点 a 向 U 形管视入的输入阻抗 $(Z_{in})_a$ 等于由点 b 向对称振子的右臂视出的输入阻抗 $(Z_{in})_b$,而 $(Z_{in})_b$ 也等于对称振子左臂呈现的负载阻抗,从而主馈线内导体上的电流(幅值)等于对称振子两臂上的电流(幅值)之和,即 $I_m = 2I_{1m}$。于是,$I_1 = I_2$,即实现了对称馈电(两臂上电流等幅同相)。

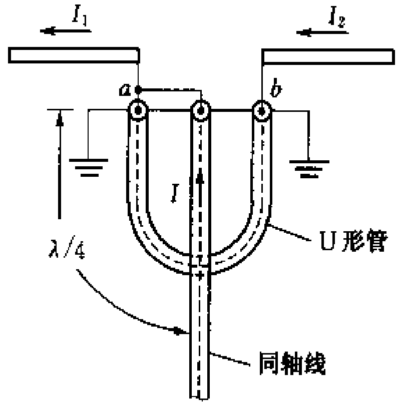


图 7.7　$\lambda/2$U 形管的结构

U 形管在起对称变换的同时还有阻抗变换的作用,这是因为若点 a 对地的电压为 U_a,则点 b 对地的电压为 $-U_a$,因此点 a、b 间的电压为 $U_{ab} = U_a - U_b = 2U_a$。于是,点 a、b 间的等效输入阻抗为

$$(Z_{in})_{ab} = \frac{U_{ab}}{I_1} = 4\frac{U_a}{I} = 4Z_c \tag{7.11}$$

式中,Z_c 为同轴主馈线的特性阻抗。实际应用中,U 形管通常采用特性阻抗为 75 Ω 的同轴线,于是,采用 U 形管对称变换后,点 a、b 间的输入阻抗将为 300 Ω。这样,若将 U 形管直接同半波对称振子的中点相连将产生不匹配,此时则应在半波对称振子与 U 形管之间接入 $\lambda/4$ 阻抗变换器以获得匹配。当然,若将 U 形管与半波折合振子相连,则可实现良好匹配。早期的引向天线几乎全用 $\lambda/2$ U 形管平衡器,因为它简单,易于实现,但 $\lambda/2$ U 形管的长度需用能测量相位或电长度的仪器进行测量来加以调整。

$\lambda/2$ U 形管平衡器也可用高介电常数材料为衬底的微带线实现,微带结构的 $\lambda/2$ 形平衡器尺寸小,便于安装,成本也低,但不适用于大功率的场合。

(3) 同轴缝隙式平衡器

同轴缝隙式平衡器的基本结构如图 7.8 所示。在同轴线的末端铣出一条约长为 $\lambda/4$ 的缝隙，将内导体弯折后同两半同轴外导体的任一半相接。这种平衡器因结构对地对称、跳线短、尺寸小，适用于较高的频段，且缝隙长度与平衡无关，仅由调配决定。采用共差模方法分析可知，若同轴线的特性阻抗为 Z_c，则所接负载应为 $4Z_c$ 才可获得匹配。

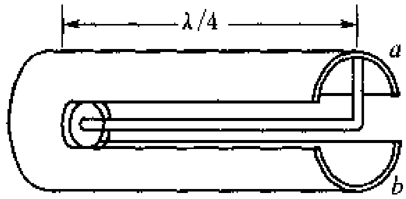
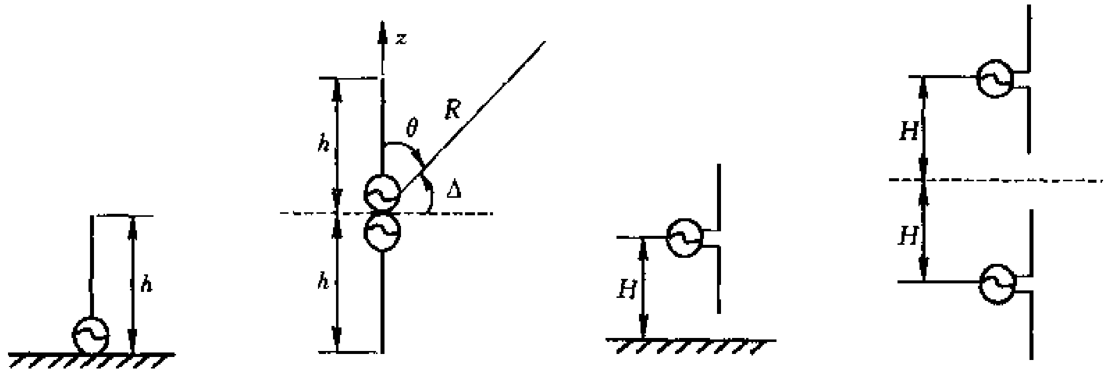


图 7.8　同轴缝隙式平衡器

7.1.2　直立振子天线

1) *直立振子天线的辐射场及其有效高度*

垂直于地面或接地导电平面架设的天线称为直立振子天线(或鞭状天线、单极天线)，它被广泛应用于长、中、短波及超短波波段，其长度一般小于半波长。假设地面可视为理想导体，则地面的影响可用天线的镜像代替，如图 7.9 所示。其中图 7.9(a)中的直立振子可等效为图 7.9(b)所示的直立对称振子；图 7.9(c)中架高的直立对称振子可等效为图 7.9(d)所示的二元阵。下面分析直立振子的电特性。



(a) 直立振子天线　(b) 直立振子天线的等效对称振子　(c) 架高直立对称振子　(d) 架高直立对称振子的等效二元阵

图 7.9　直立振子和架高直立对称振子及其等效天线

直立振子在地面上半空间中的远区辐射场可直接由自由空间中对称振子的远区辐射场得到，即

$$E_\theta = j\,\frac{60I_m}{R}e^{-jkR}\,\frac{\cos(kh\cos\theta)-\cos(kh)}{\sin\theta} \tag{7.12}$$

式中，$k=2\pi/\lambda$；I_m 为波腹点的电流。于是，直立振子的方向图函数可由上式得到

$$|F(\theta)| = \left|\frac{\cos(\beta h\sin\Delta)-\cos(\beta h)}{\cos\Delta}\right| \tag{7.13}$$

式中，$\Delta = 90^\circ-\theta$。架设于地面上的线天线的两个主平面方向图一般用水平平面(H 面)和铅垂平面(E 面)表示，根据式(7.13)容易作出直立振子天线的两个主平面的方向图，详见上册相关内容，这里不再赘述。

工程上常采用线天线的波腹点电流 I_m 表示输入点电流 I_0，两者的关系为 $I_0 = I_m\sin kh$。于是，直立振子上的电流分布可表示为

$$I(z) = I_m \sin k(h-z) = \frac{I_0}{\sin kh}\sin k(h-z) \tag{7.14}$$

根据天线等效高度的定义，可求得归于输入点电流的有效高度为

$$I_0 h_{em} = \int_0^h I(z)\mathrm{d}z \tag{7.15}$$

将式(7.14)代入上式，即得

$$h_{em} = \frac{1-\cos kh}{k\sin kh} \tag{7.16}$$

若 $h \ll \lambda$，则有

$$h_{em} = \frac{1}{k}\tan\left(\frac{kh}{2}\right) \approx \frac{h}{2} \tag{7.17}$$

可见，当直立振子的高度 $h \ll \lambda$ 时，其有效高度仅为实际高度的一半。

根据自由空间中对称振子的辐射功率可求得直立振子的辐射电阻，但直立振子的镜像部分并不辐射功率，因此，直立振子的辐射电阻只为自由空间中对称振子辐射电阻的一半。当天线的高度 $h \ll \lambda$ 时，直立振子的辐射电阻很小，因此其效率很低。

2) 提高直立振子天线效率的方法

如上所述，为了提高直立振子天线的效率，须提高其辐射电阻。工程上常采用在天线顶端加容性负载和在天线中部或底部加感性负载的方法，这些方法均可提高天线上的电流波腹点的位置，使天线上的电流分布趋于均匀，从而增加天线的有效高度。

如图 7.10 所示，在直立振子天线的顶端加上金属小球、圆片、辐射叶片形(或称星形)或伞形结构等，可增加天线顶端与地面间的分布电容(又称加顶电容)，使天线顶端的电流不再为零。此时，天线的加顶电容可等效为天线高度延长了一段。设加顶电容为 C_a，则等效延长线段的高度 h' 可由传输线理论求得，即

$$\overline{Z}_c \cot kh' = \frac{1}{\omega C_a} \tag{7.18}$$

或

$$h' = \frac{1}{k}\operatorname{arccot}\left(\frac{1}{\overline{Z}_c \omega C_a}\right) \tag{7.19}$$

式中，$\overline{Z_c}$ 为直立振子天线的平均特性阻抗。利用镜像法可求得直立振子天线的平均特性阻抗，其值为等效对称振子天线的平均特性阻抗的一半。

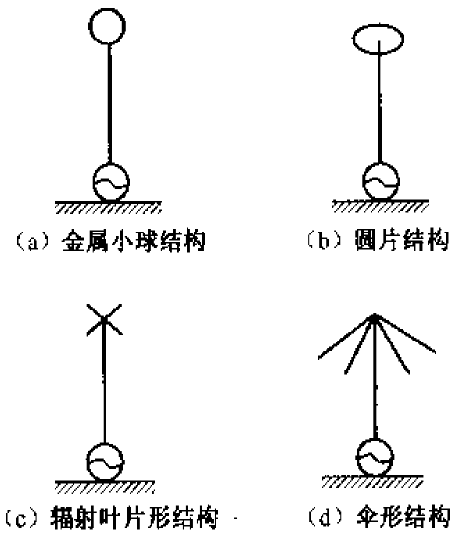


图 7.10　直立振子天线的加顶负载

这样，直立振子天线加顶后的虚高 $h_0 = h + h'$，而此时天线上的电流分布为 $I(z) = I_0 \sin k(h_0 - z)/\sin kh_0$，于是，天线的有效高度为

$$h'_{em} = \frac{1}{I_0}\int_0^h I(z)\mathrm{d}z = \frac{2\sin k\left(h_0 - \dfrac{h}{2}\right)\sin\dfrac{kh}{2}}{k\sin kh_0} \tag{7.20}$$

显然,当 $h \ll \lambda$ 时,加顶的直立振子天线归于输入点电流的有效高度为

$$h'_{\text{ein}} \approx h\left(1-\frac{h}{2h_0}\right) > \frac{h}{2} \tag{7.21}$$

这表明,直立振子天线加顶后有效高度提高,从而使其效率增加。

对于短直立振子天线而言,由于天线上任一点所呈现的输入阻抗都为容性,因此,若在天线上某点串接一电感即可抵消该点以上线段在此点处所呈现的部分容抗,从而增大电感接入点以下天线上的电流。所以,在直立振子天线上某点接入电感,也可使天线上的电流分布变得较为均匀,同样达到提高天线有效高度的目的。

直立振子天线的增益较低,实际应用中,若要提高直立振子天线的方向性,则可将多个直立振子沿垂直于地面方向排列成不同形式的直立共线阵。

3) 直立对称振子

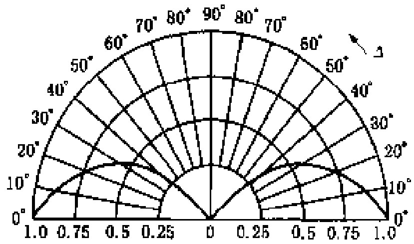
对如图7.9(c)所示的直立对称振子,考虑地面的影响,可等效为如图7.9(d)所示的等效二元阵。此二元阵在垂直平面内的归一化方向图函数为

$$|f(\Delta)| = |f_1(\Delta)f_a(\Delta)| \tag{7.22}$$

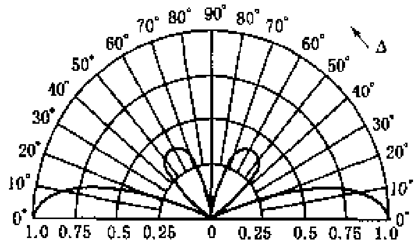
式中,$|f_1(\Delta)|$ 为自由空间中单个对称振子的归一化方向图函数;$|f_a(\Delta)|$ 为间距为 $2H$ 的等幅同相二元阵的归一化阵因子,即

$$|f_a(\Delta)| = |\cos(kH\sin\Delta)| \tag{7.23}$$

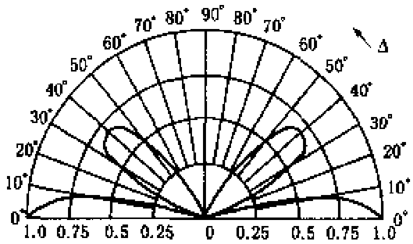
图7.11为理想导电平面上直立半波对称振子在四种不同 H/λ 情况下的垂直平面内的归一化方向图。由式(7.22)及图7.11可见:①水平面内的归一化方向图为单位圆;②垂直平面内的归一化方向图的波瓣随 H/λ 的不断增大而逐渐变尖;当 $H/\lambda=0.5$ 时,出现副瓣,再进一步增大 H/λ,方向图的副瓣则不断增多。



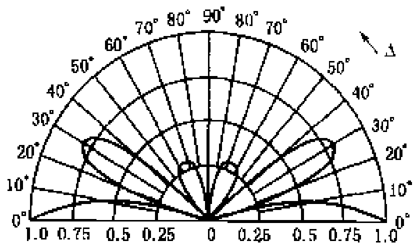
(a) $H=\frac{\lambda}{4}$



(b) $H=\frac{\lambda}{2}$



(c) $H=\frac{3}{4}\lambda$

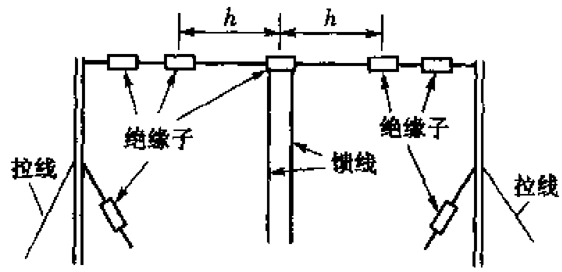


(d) $H=\lambda$

图7.11 理想导电平面上直立半波对称振子的垂直平面内的归一化方向图

7.1.3 水平对称振子天线

架设于地面上方的水平对称振子天线(又称为双极天线)常用于短波通信或其他无线电系统中,其结构如图 7.12(a)所示,对称振子的两臂由单根或多股铜线构成。为避免在拉线上产生较大的感应电流,拉线的电长度应较小,天线臂及支架上常采用多个高频绝缘子隔开,并采用特性阻抗为 600 Ω 的平行双导线作为馈线。

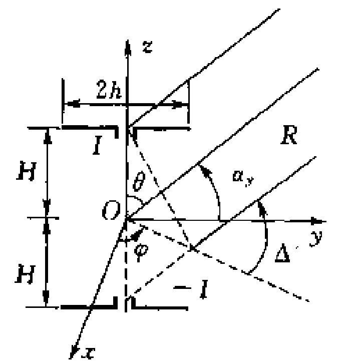


(a) 结构

下面分别讨论水平对称振子的方向图。

1) 垂直平面的方向图

假设水平对称振子架设于理想导电地面上方的 H 处,则理想导电地面的影响可用水平对称振子的镜像来代替,镜像振子上的电流与原对称振子的电流等幅反相。因此,原对称振子和其镜像构成等幅反相二元阵,如图 7.12(b)所示。于是,此二元阵的辐射电场为



(b) 等效二元阵及其坐标

图 7.12　水平对称振子天线的结构及其等效二元阵

$$E = E_1 + E_2 = j\frac{60I_m}{R}\frac{\cos(kh\cos\alpha_y)-\cos(kh)}{\sin\alpha_y}\left[\frac{e^{-jkR_1}}{R_1}+\frac{e^{-j(kR_2+\pi)}}{R_2}\right] \tag{7.24}$$

式中,假设原对称振子的激励电流的相位为零;α_y 为射线与振子轴线(y 轴)间的夹角,而 $\cos\alpha_y = \cos\Delta\sin\varphi$;对远区场,各分母中,$R_1 \approx R_2 \approx R$;各指数因子中,$R_1 \approx R - H\sin\Delta$,$R_2 \approx R + H\sin\Delta$。

对如图 7.12 所示 $\varphi = 90°$ 的垂直平面,由式(7.24)可得远区辐射电场为

$$E = j60I_m\frac{e^{-jkR}}{R}\frac{\cos(kh\cos\Delta)-\cos(kh)}{\sqrt{1-\cos^2\Delta}}2j\sin(kH\sin\Delta) \tag{7.25}$$

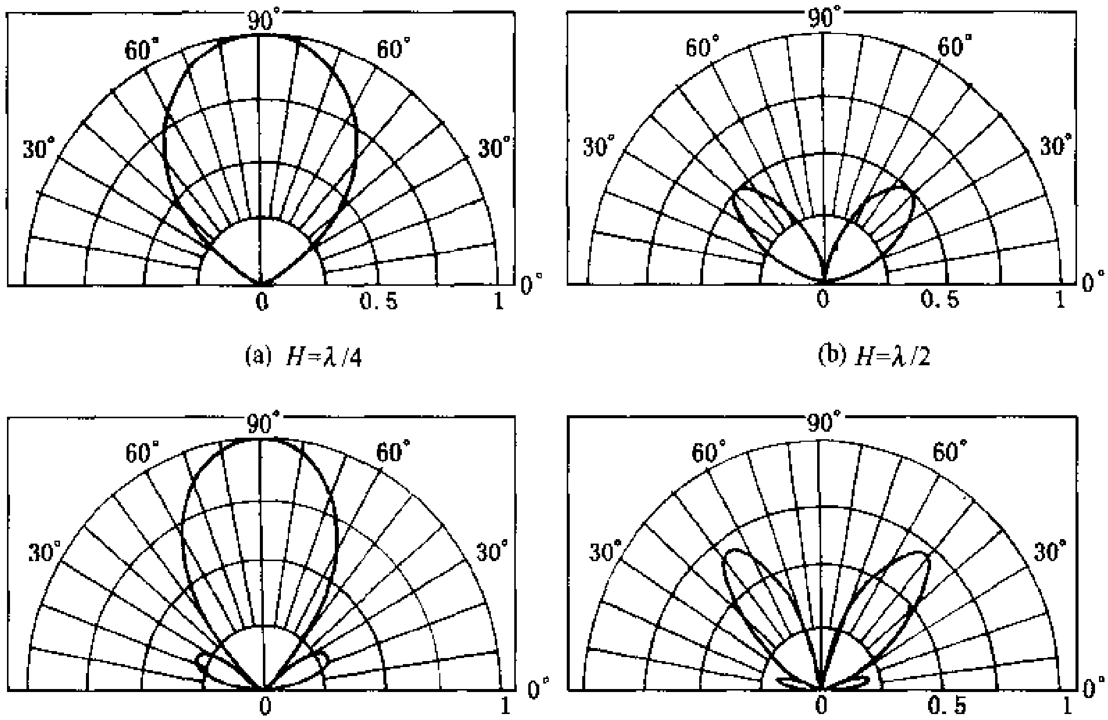
于是,垂直平面的方向图函数为

$$|F(\Delta)|_{\varphi=90°} = \left|\frac{\cos(kh\cos\Delta)-\cos(kh)}{\sqrt{1-\cos^2\Delta}}\right| |2\sin(kH\sin\Delta)| \tag{7.26}$$

对 $\varphi = 0°$ 情况下的垂直平面的方向图函数,则由式(7.24)类似得到。即

$$|F(\Delta)|_{\varphi=0°} = |2\sin(kH\sin\Delta)| \tag{7.27}$$

图 7.13 中示出了架设于理想地面上方的水平对称振子在四种不同情况下 $\varphi = 0°$ 的垂直平面的归一化方向图。由图可见,$\varphi = 0°$ 的垂直平面方向图取决于架设的电高度 H/λ,但不论 H/λ 为何值,沿地面方向(即 $\Delta = 0°$)始终为零辐射;当 $H/\lambda \leqslant 1/4$ 时,在 $\Delta = 60° \sim 90°$ 范围内场强变化不大,说明这种天线有高仰角的辐射特性,通常被用于通信距离为 300 km 以内的短波通信中;随着 H/λ 增大,波瓣数增加,最靠近地面(第一波瓣)的最大辐射方向的仰角 Δ_{m1} 随 H/λ 的增大而减小,通信距离也随之增加。由式(7.27)可得 Δ_{m1} 为



(a) $H=\lambda/4$　　(b) $H=\lambda/2$

(c) $H=3\lambda/4$　　(d) $H=\lambda$

图 7.13　架高的水平对称振子在四种不同情况下 $\varphi=0°$ 的垂直平面的归一化方向图

$$\Delta_{m1}=\arcsin\left(\frac{\lambda}{4H}\right) \tag{7.28}$$

在架设天线时，令 Δ_{m1} 等于通信仰角 Δ_0，可得天线的架设高度 H，即

$$H=\frac{\lambda}{4\sin\Delta_0} \tag{7.29}$$

式中，Δ_0 根据通信距离与电离层的高度确定。

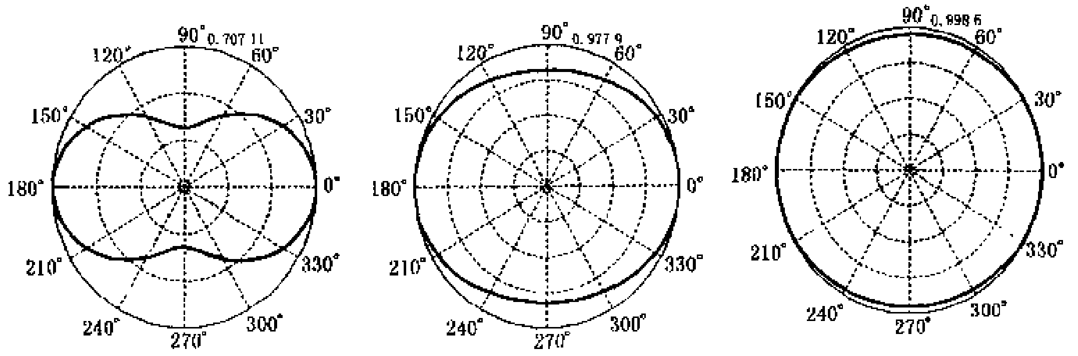
2) 水平平面的方向图

水平平面的方向图函数为

$$|F(\Delta,\varphi)|=|F_1(\Delta,\varphi)||F_a(\Delta)|=\left|\frac{\cos(kh\cos\alpha_y)-\cos(kh)}{\sqrt{1-\cos^2\alpha_y}}\right||\sin(kH\sin\Delta)|$$

$$=\left|\frac{\cos(kh\cos\Delta\sin\varphi)-\cos(kh)}{\sqrt{1-\cos^2\Delta\sin^2\varphi}}\right||\sin(kH\sin\Delta)| \tag{7.30}$$

图 7.14 示出了架设于理想地面上高度 $H=\lambda/4$ 情况下水平半波振子在不同仰角时的水平平面方向图。由图及分析表明，当 $H\geqslant\lambda/2$ 时，水平对称振子在不同仰角时的水平平面方向图与振子架设高度无关，但同仰角 Δ 有关，且仰角越大其方向性越弱；由于高仰角水平平面方向性弱，因此在 300 km 以内进行短波通信时，常将架高的水平振子天线作为无方向性天线使用。此外，为保证水平振子天线在较宽的频带内最大辐射方向不发生偏移，应选择振子的臂长 $h\leqslant0.625\lambda$。但当振子臂长 h 较小时，天线的辐射能力变弱，效率降低，加之天线的输入电阻太小而容抗太大，难以实现天线与馈线的匹配。因此，振子臂长 h 又不能太短。所以一般选取振子臂长满足：$0.2\lambda\leqslant h\leqslant0.625\lambda$。



(a) Δ=30°　　　　(b) Δ=60°　　　　(c) Δ=75°

图 7.14　架高的水平半波振子在不同仰角时的水平平面方向图($H=\lambda/4$)

7.1.4　螺旋天线

螺旋天线是用金属导线绕制而成的螺旋状的天线。螺旋线可以是空心的也可以绕在低损耗的介质棒上,螺旋线圈的直径可以相同也可以随高度逐渐减小,圈间的距离可以等距也可以变距。螺旋天线一般采用同轴线馈电,同轴线的内导体与螺旋线相接,外导体则与圆形的金属接地板相连。金属接地板可以减弱同轴线外导体表面上的感应电流,改善天线的辐射特性,同时又可减弱后向辐射,圆形接地板的直径约为$(0.8\sim1.5)\lambda$。图 7.15 示出了等距螺旋天线的结构示意图,其中 d 为螺旋线的直径;h 为螺距;c 为螺旋一周的周长;l 为螺旋天线的轴向长度,它们之间的关系为

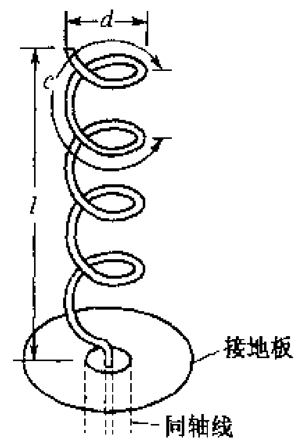
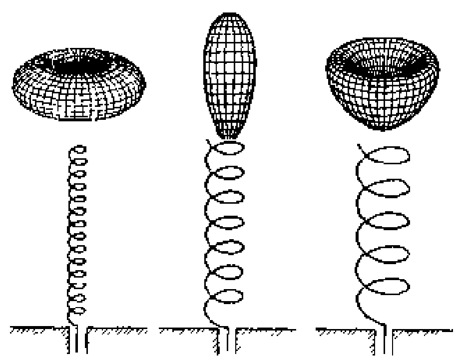


图 7.15　等距螺旋天线的结构示意图

$$\left.\begin{aligned} c^2 &= (\pi d)^2 + h^2 \\ \alpha &= \arctan\left(\frac{h}{\pi d}\right) \\ l &= Nh \end{aligned}\right\} \tag{7.31}$$

式中,N 为螺旋线的圈数;α 为螺距角。螺旋天线的特性与螺旋线的直径与波长的比值有关。当 $d/\lambda<0.18$ 时,天线的最大辐射方向在与螺旋线相垂直的平面内,这种辐射模称为法向模式,相应的天线称为法向模螺旋天线,如图 7.16(a)所示;当 $d/\lambda=(0.25\sim0.45)$ 时,即螺旋天线一圈的周长约为一个波长,天线的最大辐射方向沿螺旋线的轴线方向,相应的天线称为轴向模螺旋天线,如图 7.16(b)所示;当 $d/\lambda>0.5$ 时,天线的最大辐射方向将偏离螺旋轴线,方向图变为圆锥形,如图 7.16(c)所示。



(a) 侧射型　(b) 端射型　(c) 圆锥辐射型

图 7.16　螺旋天线的三种辐射状态

1) 法向模螺旋天线

由于法向模螺旋天线的 d/λ 较小,因此其辐射场可视为直径为 d 的若干个小载流圆环(即基本磁振子)和长度为 h 的若干个基本电振子辐射场的叠加,且它们的电流振幅相等,相位相同,如图 7.17 所示。于是,N 圈螺旋天线的远区辐射电场为

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{a}_\theta E_\theta + \boldsymbol{a}_\varphi E_\varphi = \frac{N\omega\mu_0 I}{4\pi}\frac{e^{-j\beta R}}{R}\left(\boldsymbol{a}_\theta jh + \boldsymbol{a}_\varphi \frac{k\pi d^2}{4}\right)\sin\theta \tag{7.32}$$

式中，$\beta = n_1 k = 2\pi n_1/\lambda$，而 n_1 为螺旋线上的波长缩短系数。

显然，$\boldsymbol{E}$ 的两个分量间的相位相差 $\pi/2$，而当 $h = k\pi d^2/4$ 时，螺旋天线将辐射圆极化波，且呈侧射型，如图 7.16(a) 所示。事实上，一般情况下 $|E_\theta| \neq |E_\varphi|$，故辐射电场是椭圆极化的。此时若定义椭圆极化的长轴与短轴之比为轴比，记为 AR，则

$$AR = \frac{|E_\theta|}{|E_\varphi|} = \frac{2h\lambda}{(\pi d)^2} \tag{7.33}$$

法向模螺旋天线多用作垂直极化方式，以取代车载或船载天线。由于电磁波沿螺旋轴线传播的相速比直立振子小，从而可使天线的垂直高度大大降低。实验表明，螺旋天线的增益比等高的直立振子天线高，但其频带却较窄。

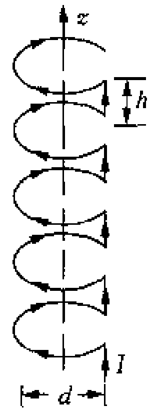
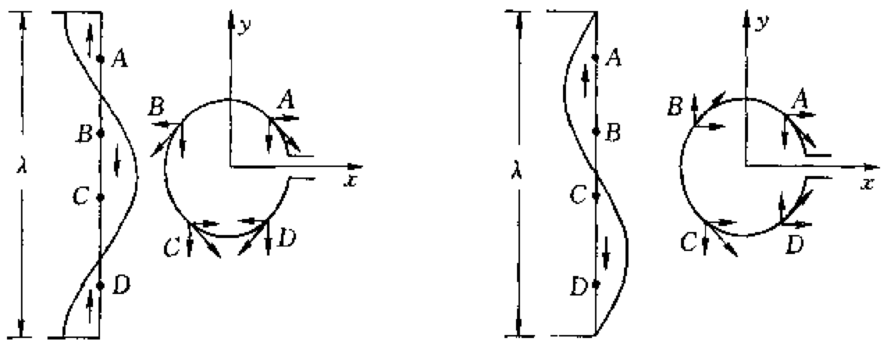


图 7.17　基本电振子与基本磁振子的组合

2) 轴向模螺旋天线

由于轴向模螺旋天线的螺距角较小，此时可将一圈的螺旋线看作是周长为 λ 的平面圆环，因此轴向模螺旋天线可等效为 N 个平面圆环组成的天线阵。又由于沿螺旋天线的电流不断向空间辐射能量，到达终端的能量很小，因而终端反射也很小，所以可认为沿螺旋天线传输的是行波电流。



(a) t_1 时刻　　(b) $(t_1 + T/4)$ 时刻

图 7.18　周长为 λ 的平面圆环在 t_1 和 $(t_1 + T/4)$ 时刻的电流分布

设在某一瞬间 t_1 时刻，螺旋线上一圈的平面圆环上的电流分布如图 7.18(a)所示，其中左侧图表示将圆环展开成直线时线上的电流分布，箭头表示电流的方向。在圆环上，对称于 x 轴和 y 轴分布的 A、B、C、D 四点处的电流均可分解为 I_x 和 I_y 两个分量，并满足：$I_{xA} = -I_{xB}$，$I_{xC} = -I_{xD}$，此关系对任何两个对称于 y 轴的点均成立。因此，在 t_1 时刻，对圆环轴线(z 轴)上的辐射场有贡献的只是 I_y 分量，从而圆环轴上的辐射场只有 E_y 分量。当电流行波沿圆环传播时，电流的分布曲线也将沿圆环移动。当另一瞬间 $t_2 = t_1 + T/4$ 时刻，电流沿圆环的分布如图 7.18(b) 所示，对称点 A、B、C、D 处的电流发生了变化，此时电流分量满足：$I_{yA} = -I_{yB}$，$I_{yC} = -I_{yD}$。因此，此瞬间在圆环轴上的辐射场只有 E_x 分量。这说明经过 $T/4$ 的时间间隔后，轴向辐射的电场矢量绕天线轴旋转了 90°，而经过一个周期的时间间隔后，电场矢量将绕天线轴旋转 360°。由于线上电流的幅值不变，故 t_1 时刻的轴向辐射电场分量 E_y 在数值上等于 t_2 时刻的轴向辐射电场分量 E_x。由此可见，周长为一个波长的圆

环沿轴线方向辐射的是圆极化波。

由于法向模螺旋天线可等效为 N 个平面圆环组成的天线阵，要使整个螺旋天线在轴向获得最大辐射，则必须使相邻两圈对应点电流在轴向产生的场的相位相差 2π，即

$$\beta l - kh = 2\pi \tag{7.34}$$

式中，βl 为相邻两圈对应点电流的相位差；kh 为相邻两圈对应点在轴向因波程差引起的相位差。若按式(7.34)选取 l 和 h，可使天线的轴向具有最强的辐射，但其方向性却不是最大。若使螺旋天线在轴向既获得最大辐射又使方向性最大，根据强方向性端射条件，螺旋天线的第一圈和最后一圈沿轴向产生的辐射场的相位差应等于 π，即

$$\beta l - kh = 2\pi + \frac{\pi}{N} \tag{7.35}$$

尽管按上式选取 l 和 h 可使螺旋天线在轴向获得最强辐射且方向性系数最大，但却不能获得理想的圆极化。不过，当 N 较大时，其辐射场接近圆极化。

7.1.5　引向天线

引向天线又称为八木天线(或 Yagi 天线)，据称由日本的八木和宇田首创。引向天线具有结构简单、成本低、频带宽以及可获得高增益等优点，因而广泛应用于分米波和米波波段的雷达、通信、电视和其他无线电设备中。

图 7.19 示出了引向天线的结构示意图，它通常由一个有源振子和若干个无源振子组成，各振子平行共面，且垂直于它们的支撑杆。有源振子用馈线与发射机或接收机相连，一至两个无源振子用作反射器，其余的无源振子均用作引向器。引向天线的支撑杆可用金属或其他材料制作，但一般用金属材料制作。当支撑杆为金属杆时，有源振子必须与其绝缘，但所有的无源振子可直接固定在金属杆上，这是因为各无源振子与金属杆垂直，两者的连接不会影响天线的辐射场。

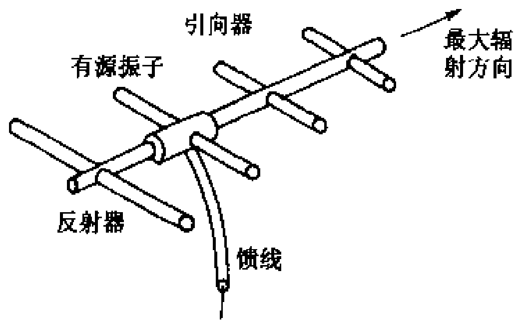


图 7.19　引向天线的结构示意图

1) 引向天线的工作原理

引向天线是一种端射式天线阵，但与一般天线阵的馈电方式不同。为简化天线结构和馈电系统，引向天线只对其中的有源振子馈电，其余振子则是通过与有源振子之间的近场耦合所产生的感应电流来激励，同时各无源振子的感应电流也产生近场而影响其他振子，因此引向天线是一个互耦系统。适当调节各振子之间的距离以及振子的长度可以使引向器上的电流的相位随远离有源振子而依次滞后；使反射器上电流相位随远离有源振子而依次超前，从而使引向天线的最大辐射方向由反射器指向引向器的方向。所以，要分析引向天线的方向性，必须求出各振子上的电流分布，但对多单元的引向天线，要计算各振子上的电流分布则十分复杂。

根据本书上册 6.5 节对二元阵的分析可知，当两个有源对称振子的激励电流幅度相等，相位相差 $\pi/2$，间距 $d=\lambda/4$ 时，其辐射方向图为单指向的心脏线，最大辐射方向指向电流滞

后的一方。对如图 7.20 所示的二元阵，对第二个振子而言，第一个振子起到反射器的作用；对第一个振子而言，第二个振子起到引向器的作用。这表明适当选取天线阵各阵元上激励电流的相位和阵元之间的间距，可使二元阵的辐射能量一方增强，一方减弱，甚至抵消。当单元天线间的间距较小时，应采用耦合振子理论进行分析。

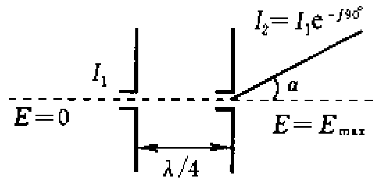


图 7.20　二元阵

2）二元耦合振子的等效阻抗

如图 7.21 所示，空间中有两个任意放置的耦合振子。假设两个振子的输入端均接入电源，在振子上产生的电流分布分别为 $I_{z1}(z_1)$ 和 $I_{z2}(z_2)$，两振子上的电流所激发的空间电磁场相互作用。由于振子 2 上的电流 $I_{z2}(z_2)$ 会在振子 1 上 z_1 处的线元 dz_1 的表面上产生切向电场分量 E_{z12}，并在 dz_1 上产生感应电动势 $E_{z12}dz_1$。根据理想导体表面上切向电场分量为零的边界条件可知，振子 1 上的电流 $I_{z1}(z_1)$ 必须在线元 dz_1 上产生切向电场分量 $-E_{z12}$，以满足该处的总切向电场分量为零，即振子 1 上的电流 $I_{z1}(z_1)$ 必须在 dz_1 上产生一反向电动势 $-E_{z12}dz_1$。这个反向电动势应由振子 1 的电源供给，电源提供的功率元 dP_{12} 为

$$dP_{12} = -\frac{1}{2}I_{z1}^*(z_1)E_{z12}dz_1$$

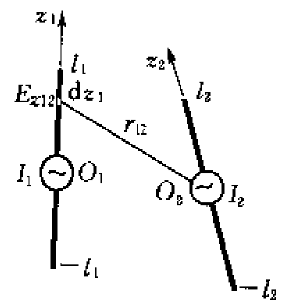


图 7.21　耦合振子示意图

式中，$I_{z1}^*(z_1)$是振子 1 的线元 dz_1 上的电流 $I_{z1}(z_1)$的共轭。由于理想导体既不消耗功率又不储存功率，因此，dP_{12}即为振子 1 上的线元 dz_1 辐射到空间中的功率元，这也是与线元 dz_1 对应的感应辐射功率。于是，振子 1 在振子 2 的耦合下产生的总感应辐射功率为

$$P_{12} = -\frac{1}{2}\int_{l_1}^{l_1} I_{z1}^*(z_1)E_{z12}dz_1 \tag{7.36a}$$

同理，振子 2 在振子 1 的耦合下产生的总感应辐射功率为

$$P_{21} = -\frac{1}{2}\int_{-l_2}^{l_2} I_{z2}^*(z_2)E_{z21}dz_2 \tag{7.36b}$$

这样，对二元耦合振子而言，振子 1 和振子 2 的总辐射功率分别表示为

$$P_{r1} = P_{11} + P_{12}$$
$$P_{r2} = P_{21} + P_{22}$$

式中，P_{ii} 为振子 $i(i=1,2)$ 单独存在时对应于电流 $I_{zi}(z_i)$的自辐射功率，其表达式为

$$P_{ii} = \int_{l_i}^{l_i} dP_{ii} = -\frac{1}{2}\int_{l_i}^{l_i} I_{zi}^*(z_i)E_{zii}dz_i \tag{7.37}$$

根据网络理论，若归算于两振子波腹电流 I_{m1} 和 I_{m2} 的等效电压分别为 U_1 和 U_2，则振子 $i(i=1,2)$ 的总辐射功率可表示为

$$P_{ri} = \frac{1}{2}U_iI_{mi}^* = \frac{1}{2}Z_{ri}\mid I_{mi}\mid^2 \tag{7.38}$$

式中

$$Z_{r1}=\frac{2P_{r1}}{|I_{m1}|^2}=\frac{2P_{11}}{|I_{m1}|^2}+\frac{2P_{12}}{|I_{m1}|^2}=Z_{11}+Z'_{12}$$

$$Z_{r2}=\frac{2P_{r2}}{|I_{m2}|^2}=\frac{2P_{21}}{|I_{m2}|^2}+\frac{2P_{22}}{|I_{m2}|^2}=Z'_{21}+Z_{22}$$

分别为振子1和振子2的等效辐射阻抗，而 Z_{11}、Z_{22}分别为归算于波腹电流 I_{m1}、I_{m2}的自辐射阻抗；而 Z'_{12}、Z'_{21}分别为归算于波腹电流 I_{m1}、I_{m2}的感应辐射阻抗。

于是，二元耦合振子的（等效）阻抗矩阵方程可表示为

$$\begin{bmatrix}U_1\\U_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12}\\Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}I_{m1}\\I_{m2}\end{bmatrix} \tag{7.39}$$

式中，$Z_{12}=Z'_{12}I_{m1}/I_{m2}$，为振子2对振子1的互阻抗；$Z_{21}=Z'_{21}I_{m2}/I_{m1}$，为归算于 I_{m2}、I_{m1}的振子1对振子2的互阻抗。上式中阻抗矩阵参量的计算公式分别为

$$Z_{ii}=-\frac{1}{|I_{mi}|^2}\int_{l_i}^{l_i}I_{ii}^*(z_i)E_{zii}\mathrm{d}z_i\quad(i=1,\ 2) \tag{7.40a}$$

$$Z_{ij}=-\frac{1}{I_{mi}^*I_{mj}}\int_{l_i}^{l_i}I_{ii}^*(z_i)E_{zij}\mathrm{d}z_i\quad(i=1,\ 2;\ j=2,\ 1) \tag{7.40b}$$

根据网络的互易性可知，$Z_{21}=Z_{12}$。

由于二元耦合振子的总辐射功率等于两振子的辐射功率之和，故有

$$P_{rt}=P_{r1}+P_{r2}=\frac{1}{2}Z_{r1}\ |I_{m1}|^2+\frac{1}{2}Z_{r2}\ |I_{m2}|^2$$

若选定振子1的波腹电流为归算电流，则

$$P_{rt}=\frac{1}{2}Z_{rt}^{(1)}\ |I_{m1}|^2$$

于是，以振子1的波腹电流为归算电流的二元耦合振子的总辐射阻抗可表示为

$$Z_{rt}^{(1)}=Z_{r1}+\left|\frac{I_{m2}}{I_{m1}}\right|^2Z_{r2} \tag{7.41}$$

若同样以振子1的波腹电流为归算电流来计算二元耦合振子的方向图函数，则根据上册式(6.31)，可得其最大的方向性系数为

$$D=\frac{120\ |f_{\max}^{(1)}|^2}{R_{rt}^{(1)}} \tag{7.42}$$

式中，$R_{rt}^{(1)}$为 $Z_{rt}^{(1)}$的实部，即总辐射电阻。

对于引向天线，由于振子2为无源振子，其总辐射功率 $P_{r2}=0$，因而有

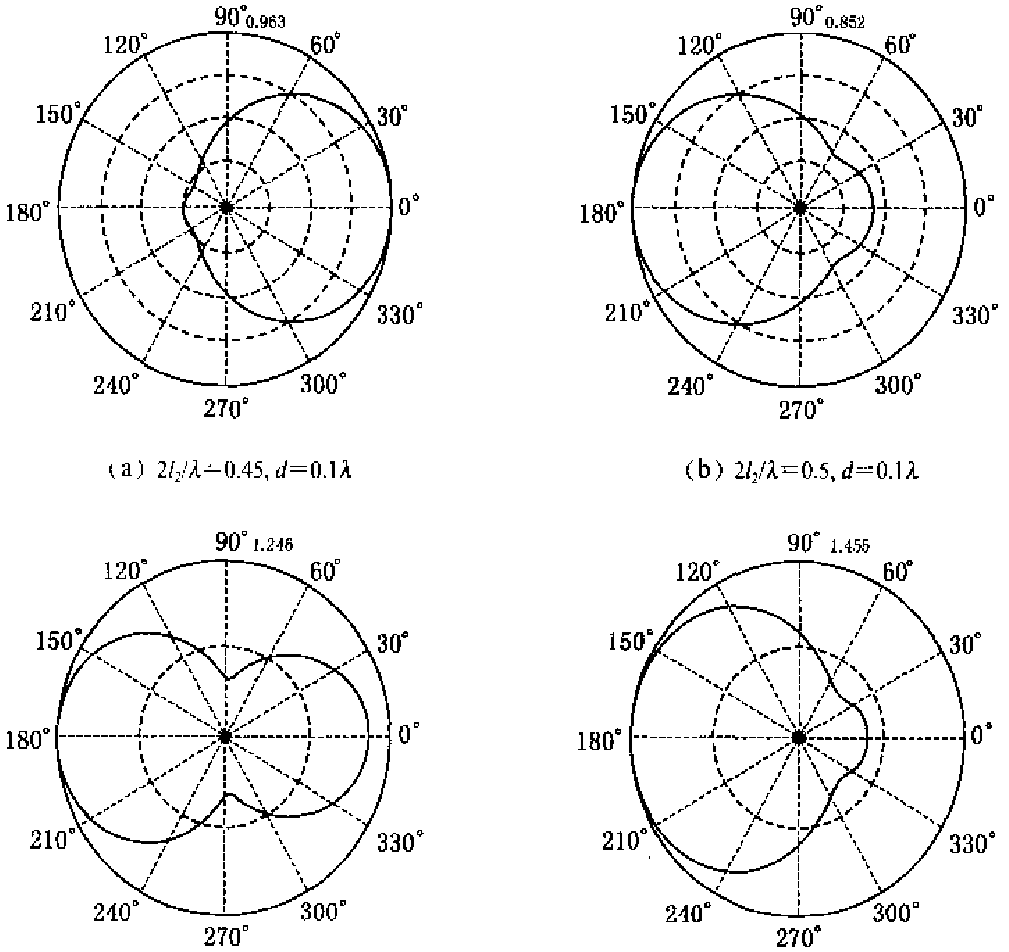
$$U_2=I_{m1}Z_{21}+I_{m2}Z_{22}=0$$

由此可得

$$\frac{I_{m2}}{I_{m1}}=-\frac{Z_{21}}{Z_{22}}=me^{j\xi} \tag{7.43}$$

式中，m 和 ξ 分别为耦合振子的电流振幅比以及相位差，由两耦合振子的自阻抗和互阻抗确

定。可见，改变两耦合振子的自阻抗和互阻抗即可改变两振子的激励电流的分配比。因此，只要适当调整振子的长度及其间距，就可得到不同的 m 和 ξ，也就可以得到引向天线的不同方向性。



(a) $2l_2/\lambda=0.45, d=0.1\lambda$　(b) $2l_2/\lambda=0.5, d=0.1\lambda$

(c) $2l_2/\lambda=0.45, d=0.25\lambda$　(d) $2l_2/\lambda=0.5, d=0.25\lambda$

图 7.22　无源振子 2 在不同长度情况下的 H 面方向图 ($2l_1/\lambda=0.475$)

图 7.22 示出了有源振子 1 的电长度 $2l_1/\lambda=0.475$ 时无源振子 2 在不同电长度情况下的 H 面方向图。由图可见，当有源振子与无源振子之间的间距 $d<\lambda/4$ 时，无源振子的长度短于有源振子的长度，此时无源振子上的电流相位滞后于有源振子，因此，二元引向天线的最大辐射方向由有源振子指向无源振子；当无源振子的长度长于有源振子的长度时，无源振子上的电流相位超前于有源振子，故二元引向天线的最大辐射方向由无源振子指向有源振子。所以，在两种情况下，二元引向天线的无源振子也分别具有引导或反射有源振子辐射场的作用。此外，无源振子与有源振子的间距通常取为 $d=(0.15\sim0.23)\lambda$，当无源振子被当作引向器使用时，其总臂长取为 $(0.42\sim0.46)\lambda$；当无源振子被当作反射器使用时，其总臂长取为 $(0.5\sim0.55)\lambda$。

3) 多元引向天线及其电参数

对于 N 元的多元引向天线，其分析方法与二元引向天线相似。由耦合振子理论，N 元引向天线应满足以下的阻抗矩阵方程：

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_i \\ \vdots \\ U_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{i1} & Z_{i2} & Z_{i3} & \cdots & Z_{iN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & Z_{N3} & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{m1} \\ \vdots \\ I_{mi} \\ \vdots \\ I_{mN} \end{bmatrix} \tag{7.44}$$

式中，i 为振子的序号；$U_i(i=1,2,\cdots,N)$ 为振子 i 归算于波腹电流的等效电压；$I_{mi}(i=1,2,\cdots,N)$ 为振子 i 的波腹电流；$Z_{ij}(i=1,2,\cdots,N;j=1,2,\cdots,N)$ 为任意振子 i 和 j 间的互阻抗(或振子本身的自阻抗)。

若以第 $i(i=1,2,\cdots,N)$ 个振子的波腹电流 I_{mi} 为归算电流，则引向天线的总辐射阻抗为

$$Z_{ri}^{(1)} = \left|\frac{I_{m1}}{I_{mi}}\right|^2 Z_{r1} + \left|\frac{I_{m2}}{I_{mi}}\right|^2 Z_{r2} + \cdots + Z_{ri} + \cdots + \left|\frac{I_{mN}}{I_{mi}}\right|^2 Z_{rN} \tag{7.45}$$

工程上，多元引向天线的方向性系数可用下式近似计算：

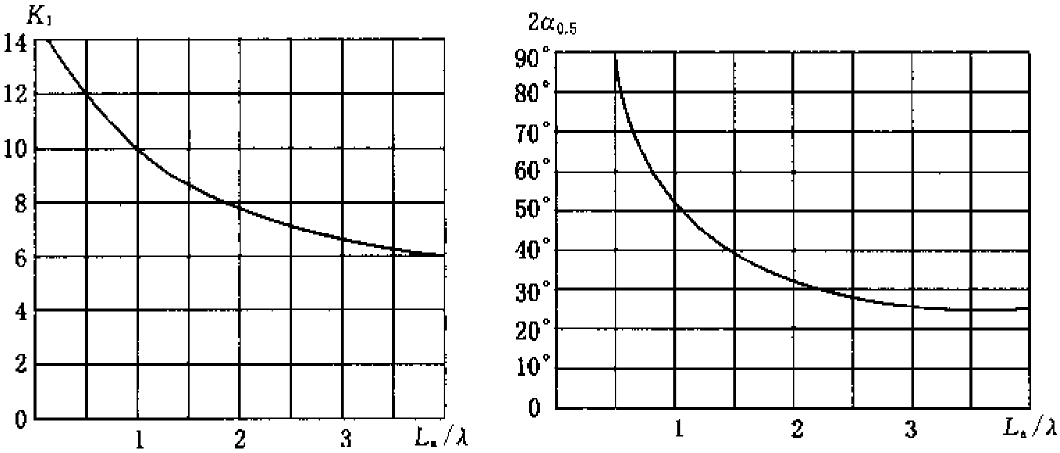
$$D = K_1 \frac{L_a}{\lambda} \tag{7.46}$$

式中，L_a 为引向天线的总长度(即从反射器到最后一根引向器的距离)；K_1 为比例常数，K_1 的值可通过如图 7.23(a)所示的实验曲线得到。引向天线的效率很高，可达 90%以上，故其增益可近似等于方向性系数 D。

引向天线的主瓣宽度可近似为

$$2\alpha_{0.5} = 55^\circ \sqrt{\frac{\lambda}{L_a}} \tag{7.47}$$

$2\alpha_{0.5}$随 L_a/λ 的变化曲线如图 7.23(b)所示。



(a) K_1 与 L_a/λ 的实验曲线　　　(b) $2\alpha_{0.5}$ 与 L_a/λ 的关系曲线

图 7.23　比例常数 K_1 及主瓣宽度 $2\alpha_{0.5}$随 L_a/λ 的变化曲线

由图可见，当 L_a/λ 增加时，主瓣宽度减少，方向性系数将增加，但 K_1 却下降。这是由于随着引向器与有源振子间的距离的增大，引向器的感应电流减小，因而引起引向作用减弱。所以引向器的数目不应太多。

应指出，引向天线中作为反射器和引向器的无源振子虽使天线的方向性增强，但实验表明，有一个反射器后，反射器方向的能量已经被大大削弱，再增加反射器的数目对增强天线方向性收效不大，故反射器的数目一般不超过2个，引向器的数目一般也不超过13或14个，选取更多的引向器对天线增益的增加无显著作用，反而会使天线的工作频带变窄，输入阻抗减小，不利于与馈线的匹配。此外，为了提高引向天线的输入阻抗和展宽频带，引向天线的有源振子常采用半波折合振子。

7.1.6　非频变天线

在实际应用中，常常要求在较宽的工作频带内天线的电参数基本保持不变。若天线的输入阻抗、方向图等电参数在一个倍频程(即 $f_{max}/f_{min}=2$) 以上至十倍频程以下的范围内基本保持不变，则可称为宽频带天线；若天线的输入阻抗、方向图等电参数在十倍频程以上的范围内基本保持不变，则可称为非频变天线。

由于像对称振子那样的常规天线的输入阻抗、方线图等均取决于天线的电尺寸，因此这类天线的工作频带一般较窄。若频率变化时，天线的尺寸与波长的比值并不改变，天线的结构(形状)以任意的比例变换后仍等于原来的结构(形状)，那么这样的天线就是非频变天线。等角螺旋天线、阿基米德螺旋天线以及对数周期天线等均属于这类天线。

1) 等角螺旋天线

图7.24示出一平面等角螺旋线，在极坐标系下等角螺旋线方程为

$$r = r_0 e^{a\varphi} \tag{7.48}$$

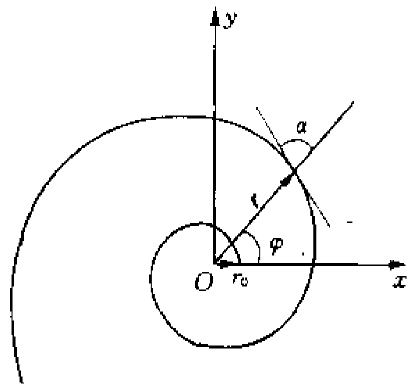


图7.24　平面等角螺旋线

式中，r_0 为常数，对应于 $\varphi=0°$ 的矢径(大小)；a 称为螺旋的增长率。等角螺旋线具有以下两个特点：①夹角为 φ 的两矢径(大小)r_1 和 r_2 之比为

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{r_0 e^{a\varphi_2}}{r_0 e^{a\varphi_1}} = e^{a(\varphi_2-\varphi_1)} = e^{a\varphi} \tag{7.49}$$

显然，两者之比仅取决于 r_2 与 r_1 间的夹角 φ 和 a；②螺旋线上任一点处的切线与相应的矢径 $\boldsymbol{r}$ 间的夹角 α(称为包角)为一常数，它同螺旋增长率 a 间满足关系：$\tan\alpha = 1/a$；③当角度 φ 从零逆时针增加时，矢径 $\boldsymbol{r}$ 可一直增加到无穷，即螺旋线向外延伸到无穷远；当角度 φ 顺时针增加(φ 为负值)时，矢径 $\boldsymbol{r}$ 以指数率向坐标原点逼近，因此螺旋线是无头无尾的曲线。于是，当电磁波的波长从 λ_1 变化到 λ_2 时，等角螺旋线相对于 λ_1 的形状尺寸和相对于 λ_2 的形状尺寸完全相同，只是旋转了一个角度 φ，此时有

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = e^{a\varphi} \tag{7.50}$$

所以，等角螺旋天线的工作频带极宽。事实上，实际的天线并非需要无限宽的频带，通常采用20∶1以下的螺旋天线，此时天线的尺寸也是有限的。

实际的平面等角螺旋天线的结构如图7.25所示，它由两个对称臂组成，可看成是一变形的传输线，两个臂的四条螺旋线由下式确定：

$$r_1 = r_0 e^{a\varphi}，r_2 = r_0 e^{a(\varphi-\delta)}，$$
$$r_3 = r_0 e^{a(\varphi-\pi)}，r_4 = r_0 e^{a(\varphi-\pi-\delta)} \tag{7.51}$$

其中一个螺旋臂的两条螺旋线中的一条螺旋线旋转 δ 角即形成另一个螺旋臂中的一条螺旋线，而两个螺旋臂间相差角度 $\varphi = 180°$。



图 7.25　平面等角螺旋天线的结构

若平面等角螺旋天线由中心对称馈电(见图 7.25)，则波源激起的高频电流沿两螺旋臂传输，当高频电流传输到两臂之间近似等于半个波长的区域时，将向空间产生很强的辐射，而在此区域以外，高频电流和辐射场将很快衰减。当工作频率变化时，螺旋天线的有效辐射区随之改变，但有效辐射区的电尺寸不变，使得天线的辐射方向图以及阻抗特性基本保持不变。实验表明，螺旋臂上的高频电流流过一个波长后大约可衰减 20 dB，因此这种螺旋天线的有效工作区约为一个波长。设计等角螺旋天线时，通常选取螺旋臂的最小长度为 3/2 圈(即 $\varphi = 3\pi$)，并取螺旋增长率 $a = 0.221$，此时等角螺旋天线的工作频带约为 8∶1。事实上，螺旋增长率 a 取得越小，螺旋的曲率越小，电流沿螺旋臂的衰减越快，工作频带也越宽。此外，天线臂越宽，其工作频带也越宽。平面等角螺旋天线的工作频带可做到 20∶1 或更大。

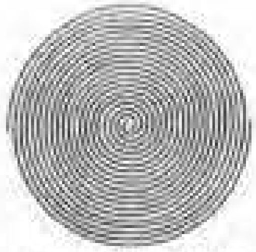
如图 7.25 所示的平面等角螺旋天线的金属臂与两臂之间的缝隙是同一形状，即两者互相补偿，这种结构称为自补等角螺旋天线。自补天线的输入阻抗 Z_{in} 具有纯阻性，是与频率无关的常数，其值为

$$Z_{in} = 60\pi = 188.5\ \Omega \tag{7.52}$$

自补等角螺旋天线的最大辐射方向在平面两侧的法线方向上，若天线平面的法线与射线之间的夹角为 α，则其方向图可近似表示为 $\cos\alpha$。在 $\alpha \leqslant 70°$ 的锥角范围内场的极化接近于圆极化。当频率由 f_1 变为 f_2 时，方向图几乎不变，只是绕螺旋平面的法线旋转某一角度。

2) 阿基米德螺旋天线

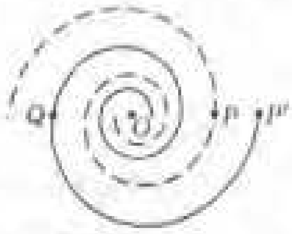
阿基米德螺旋天线具有宽频带、圆极化、小尺寸和高效率等优点，故其应用广泛。



(a) 平面螺旋线结构

阿基米德螺旋天线的螺旋臂可以是两个也可以是四个，两个螺旋臂的平面阿基米德螺旋天线的结构示意图如图 7.26(a)所示，其螺旋线的极坐标方程为

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= r_0\varphi \\ r_2 &= r_0(\varphi-\pi) \end{aligned}\right\} \tag{7.53}$$



(b) 两臂上的对应点

图 7.26　双臂阿基米德螺旋天线的结构

这种天线一般也通过中点馈电，此时 $2r_0$ 即为双臂阿基米德螺旋天线馈电点间的长度。

平面阿基米德螺旋天线的性能基本上与平面等角螺旋天线相似，阿基米德螺旋线也可近似等效为双导线。根据传输线理论，传输线上对应点的电流反相，当两线间的距离很小时，传输线不会向

周围空间辐射电磁波。但由于两螺旋臂的长度不同，当两螺旋臂上对应点的电流相位差等于2π的整数倍时，两臂的辐射是同相相加而非相消。如图7.26(b)所示，设P和P'是两螺旋臂上一匝后的对应点，并设$OP=OQ$，即P和Q为两臂上的对应点，对应线段上的电流的相位差为π，由Q点沿螺旋臂到P'点的弧长近似等于$\pi(r-r_0)$，故点P和P'处的电流相位差为$\pi+(2\pi/\lambda_g)\pi(r-r_0)$。设$r-r_0=\Delta r_1=\lambda_g/2\pi$，为一匝的径向长度，则点$P$和$P'$相位差为$2\pi$，此时满足两臂同相辐射的条件。于是$n$匝后长度差$\Delta r_n$与$\lambda_g$间的关系为

$$\lambda_g=2\pi\Delta r_n \tag{7.54}$$

式中，$\lambda_g=\lambda_0/\sqrt{\varepsilon_{rc}}$，是螺旋臂上的波导波长，而$\varepsilon_{rc}$是天线的介质基片的相对介电常数。设波从螺旋线中心沿径向的传播距离为l，则阿基米德螺旋天线的工作频率f与l间的关系为

$$f=\frac{c}{2\pi l\sqrt{\varepsilon_{rc}}} \tag{7.55}$$

这样，由于阿基米德螺旋天线的匝数n(即l)为有限值，故其低端频率为

$$f_{\min}=\frac{c}{2\pi\Delta r_n\sqrt{\varepsilon_{rc}}} \tag{7.56}$$

其高端频率取决于r_0的值。

由此可见，阿基米德螺旋天线具有宽频带特性，但也不是真正意义上的非频变天线。因为天线上的电流在工作区后不明显减少，因而在螺旋线的终端截断处会引起波的反射。同平面等角螺旋天线一样，阿基米德螺旋天线的最大辐射方向在平面两侧的法线方向上，若在这种天线的一侧加一圆柱形反射腔，就可构成背腔式阿基米德螺旋天线，它可嵌装在载体的表面下，同载体共形。

3) 对数周期天线

对数周期天线有许多不同的结构型式，最基本的结构是在金属板上刻成梯形齿状构成的，如图7.27所示。它的两臂以中心对称，在中心馈电。臂的中央是张角为β的分馈线，长度不同的齿相当于接在分馈线上的振子，齿的张角为α，这些齿是按对顶点的距离成等比级数关系排列，两臂上的齿和槽恰好互补，即每个齿到顶点的距离满足以下关系：

$$\frac{R_{n+1}}{R_n}=\frac{r_{n+1}}{r_n}=\tau \tag{7.57}$$

$$R_n=\sqrt{\tau}r_n \tag{7.58}$$

式中，$\tau<1$；n代表从最外齿算起的序号，$n=1$是最外边的一个齿；R_n是第n个齿的外缘到顶点的距离；r_n是第n个齿的内缘到顶点的距离。

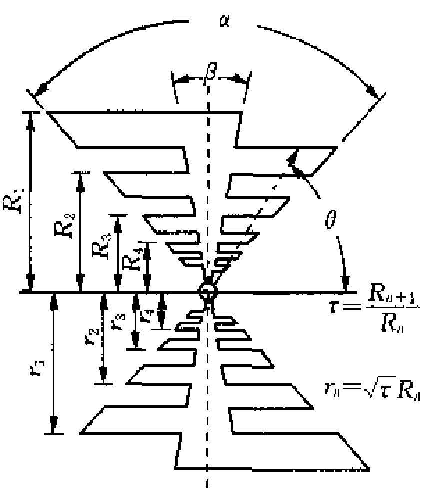


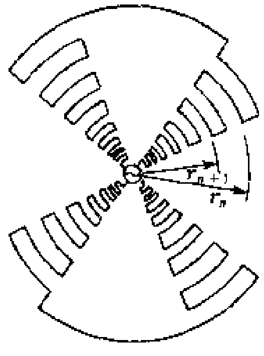
图7.27 对数周期天线的基本结构

对无限长的结构，当天线的工作频率变化τ倍，即频率从f变化到τf, $\tau^2 f$, …, $\tau^n f$时，天线的电结构完全相同，因此在频率点f, τf, $\tau^2 f$, …, $\tau^n f$上天线具有相同的电特性，但在$f\sim\tau f$, $\tau f\sim\tau^2 f$, …, $\tau^{n-1}f\sim\tau^n f$等频率间隔内，天线的电性能有变化，只要这种变化不超过一定的指标，就可认为这种天线具有非频变的特性。

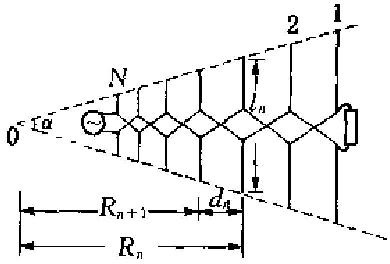
由于这种天线的性能指标在很宽的工作频带内以 $\ln(1/\tau)$ 为周期重复出现，故称为对数周期天线。

理论上，对数周期天线可做到无限的频带宽度，由于天线不可能向内外无限延伸，因此，这种天线的工作频带也为有限值，一般可做到 10：1 或更宽的工作频带。

实际应用中的对数周期天线还有平面圆形齿状结构以及平行振子阵结构，分别如图 7.28(a)、(b)所示。此外，对数周期天线与平面等角螺旋天线一样，都呈双向辐射。因此，若将天线的两臂折叠成一种楔形结构，则可获得单方向辐射的特性。



(a) 平面圆形齿状结构



(b) 平行振子阵结构

图 7.28　平面圆形齿状结构和平行振子阵结构的对数周期天线

7.2　面天线

面天线在微波以及毫米波波段的雷达、导航、卫星通信以及射电天文等无线电设备中获得广泛应用。

面天线的分析与线天线不同，面天线通常采用基于惠更斯—菲涅尔原理的口径场法进行分析。下面在介绍电流和磁流辐射、电磁场积分公式以及惠更斯元辐射的基础上，叙述平面口径的辐射；然后介绍喇叭天线、旋转抛物面天线、卡塞格伦天线、隙缝天线以及微带天线的工作原理。

7.2.1　电流、磁流的辐射以及电磁场积分公式

1) 电流(源)和磁流(源)的辐射

正如上册第 6 章中所述，在分析实际天线的辐射特性时，往往通过间接方法进行分析。即先确定天线上的电流分布(或等效的电流或磁流分布)，然后根据电流和磁流的分布求出它们的辐射场。下面根据电磁场理论中的基本方程，导出辐射电磁场的表达式。

众所周知，由对偶形式的麦克斯韦方程组：

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega\mu \boldsymbol{H} - \boldsymbol{J}_{\mathrm{M}} \tag{7.59a}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega\varepsilon \boldsymbol{E} + \boldsymbol{J} \tag{7.59b}$$

可引入矢量磁位 $\boldsymbol{A}$ 和矢量电位 $\boldsymbol{A}_{\mathrm{M}}$，它们分别对应于电流密度 $\boldsymbol{J}$ 和磁流密度 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}$。在洛仑兹规范下，由 $\boldsymbol{J}$ 所产生的电磁场为

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \boldsymbol{A} \tag{7.60a}$$

$$\boldsymbol{E} = -j\omega \boldsymbol{A} - j\frac{\nabla\nabla \cdot \boldsymbol{A}}{\omega\mu\varepsilon} \tag{7.60b}$$

由 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}$ 所产生的电磁场为

$$\boldsymbol{D}_{\mathrm{M}} = -\nabla \times \boldsymbol{A}_{\mathrm{M}} \tag{7.61a}$$

$$H = -j\omega A_M - j\frac{\nabla\nabla\cdot A_M}{\omega\mu\varepsilon} \tag{7.61b}$$

其中,在无界空间中 A 和 A_M 的解可分别表示为

$$\left.\begin{aligned} A &= \mu\int_{V'} JG(r \mid r')\mathrm{d}V' \\ A_M &= \varepsilon\int_{V'} J_M G(r \mid r')\mathrm{d}V' \end{aligned}\right\} \tag{7.62}$$

式中,$G(r \mid r') = e^{-jk|r-r'|}/(4\pi \mid r - r' \mid)$,为格林函数。

将式(7.62)中的两式分别代入式(7.60)及式(7.61),可得无界空间中分别由 J 和 J_M 在任一点产生的电磁场:

$$E = -j\omega\mu\int_V JG\mathrm{d}V + \frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla\nabla\cdot\int_V JG\mathrm{d}V - \nabla\times\int_V J_M G\mathrm{d}V \tag{7.63}$$

$$H = -j\omega\varepsilon\int_V J_M G\mathrm{d}V + \frac{1}{j\omega\mu}\nabla\nabla\cdot\int_V J_M G\mathrm{d}V + \nabla\times\int_V JG\mathrm{d}V \tag{7.64}$$

式中的积分是对电流源和磁流源所在处的坐标进行的,而算子∇则对场点坐标作偏微分运算。

由于上两式中的积分和微分运算是对不同变量进行的,因此它们运算的先后次序可以交换。利用场论恒等式:$\nabla(A\cdot B) = (B\cdot\nabla)A + B\times(\nabla\times A) + (A\cdot\nabla)B + A\times(\nabla\times B)$,$\nabla\cdot J = 0$,$\nabla\times J = 0$ 以及$\nabla G = -\nabla' G$,$(J\cdot\nabla)\nabla G = (J\cdot\nabla')\nabla' G$ 等,式(7.63)中的第二项和第三项可分别简化为

$$\begin{aligned} \nabla\nabla\cdot\int_V JG\mathrm{d}V &= \int_V \nabla\nabla\cdot(JG)\mathrm{d}V = \int_V \nabla(G\nabla\cdot J + J\cdot\nabla G)\mathrm{d}V \\ &= \int_V (J\cdot\nabla)\nabla G\mathrm{d}V = \int_V (J\cdot\nabla')\nabla' G\mathrm{d}V \end{aligned} \tag{7.65}$$

$$\begin{aligned} \nabla\times\int_V J_M G\mathrm{d}V &= \int_V \nabla\times(J_M G)\mathrm{d}V - \int_V (G\nabla\times J_M + \nabla G\times J_M)\mathrm{d}V \\ &= \int_V J_M\times\nabla' G\mathrm{d}V \end{aligned} \tag{7.66}$$

将式(7.65)及式(7.66)代入式(7.63),得

$$E = -\frac{j}{4\pi\omega\varepsilon}\int_V [(J\cdot\nabla')\nabla' + k^2 J - j\omega\varepsilon J_M\times\nabla']\frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|}\mathrm{d}V \tag{7.67}$$

同理可得

$$H = -\frac{j}{4\pi\omega\mu}\int_V [(J_M\cdot\nabla')\nabla' + k^2 J_M + j\omega\mu J\times\nabla']\frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|}\mathrm{d}V \tag{7.68}$$

上两式是电流分布 J 和磁流分布 J_M 在无界空间中任一点产生的电磁场的表达式。

若电流和磁流分布在一薄层上,则上两式变为

$$E = -\frac{j}{4\pi\omega\varepsilon}\int_S [(J_S\cdot\nabla')\nabla' + k^2 J_S - j\omega\varepsilon J_{MS}\times\nabla']\frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|}\mathrm{d}S \tag{7.69}$$

$$\boldsymbol{H}=-\frac{j}{4\pi\omega\mu}\int_{S}\left[(\boldsymbol{J}_{\mathrm{MS}}\cdot\nabla')\nabla'+k^{2}\boldsymbol{J}_{\mathrm{MS}}+j\omega\mu\boldsymbol{J}_{S}\times\nabla'\right]\frac{\mathrm{e}^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\mathrm{d}S \qquad (7.70)$$

实用的天线无例外地用于远区辐射(或接收),此时 $|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\gg\lambda$,且 $|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\gg\rho$。其中 ρ 为源分布区域的线度。如图 7.29 所示,若设源分布在有限区域中,$\boldsymbol{a}_{r1}$ 是由坐标原点至远区观察点 p 处的单位矢量,显然当 $|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\gg r'$ 时,$\boldsymbol{a}_{r1}'$ 与 $\boldsymbol{a}_{r1}$ 相互平行。于是,由图中的几何关系可知

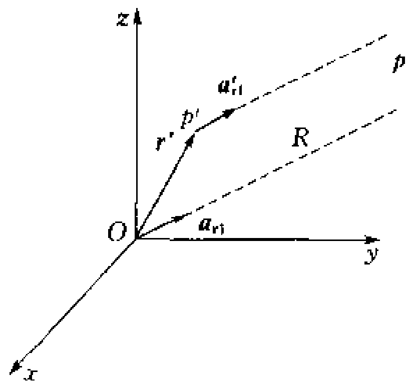


图 7.29　观察点在远区的位置关系

$$|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\approx R-\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{a}_{r1} \qquad (7.71)$$

由于 $|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\gg\lambda$,故 $1/|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|\ll k$,以及

$$\nabla'\frac{\mathrm{e}^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}=\left(jk+\frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\right)\frac{\mathrm{e}^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\boldsymbol{a}_{r1}'\approx jk\frac{\mathrm{e}^{-jkR}\mathrm{e}^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{a}_{r1}}}{R-\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{a}_{r1}}\boldsymbol{a}_{r1}\approx jk\frac{\mathrm{e}^{-jkR}}{R}\mathrm{e}^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{a}_{r1}}\boldsymbol{a}_{r1}$$

于是,式(7.67)中的第一项可近似为

$$(\boldsymbol{J}\cdot\nabla')\nabla'\frac{\mathrm{e}^{-jk|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\approx-k^{2}(\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{a}_{r1})\cdot\boldsymbol{a}_{r1}\frac{\mathrm{e}^{-jkR}}{R}\mathrm{e}^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{a}_{r1}} \qquad (7.72)$$

将上述近似式代入式(7.67),得

$$\boldsymbol{E}\approx-\frac{j\omega\mu}{4\pi R}\mathrm{e}^{-jkR}\int_{V}\left[\boldsymbol{J}-(\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{a}_{r1})\boldsymbol{a}_{r1}+\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}\times\boldsymbol{a}_{r1}\right]\mathrm{e}^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{a}_{r1}}\mathrm{d}V \qquad (7.73)$$

同理,由式(7.68)可近似得到

$$\boldsymbol{H}\approx-\frac{j\omega\varepsilon}{4\pi R}\mathrm{e}^{-jkR}\int_{V}\left[\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}-(\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}\cdot\boldsymbol{a}_{r1})\boldsymbol{a}_{r1}-\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{a}_{r1}\right]\mathrm{e}^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{a}_{r1}}\mathrm{d}V \qquad (7.74)$$

类似地可得薄层上分布的电流和磁流产生的远区辐射场的近似式。

利用式(7.73)的复矢量 $\boldsymbol{E}$ 的表达式可写出其在球坐标系下的分量表达式。因在球坐标系下,$\boldsymbol{a}_{r1}=\boldsymbol{a}_{R}$,且因 $[\boldsymbol{J}-(\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{a}_{r1})\boldsymbol{a}_{r1}]$ 和 $\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}\times\boldsymbol{a}_{r1}$ 均垂直于 $\boldsymbol{a}_{r1}$,故 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{a}_{\theta}E_{\theta}+\boldsymbol{a}_{\varphi}E_{\varphi}$,并注意到 $(\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}\times\boldsymbol{a}_{r1})\cdot\boldsymbol{a}_{\theta}=\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}\cdot(\boldsymbol{a}_{r1}\times\boldsymbol{a}_{\theta})=\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}\cdot\boldsymbol{a}_{\varphi}$,于是,得

$$E_{\theta}=-\frac{j\omega\mu}{4\pi R}\mathrm{e}^{-jkR}\int_{V}\left[\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{a}_{\theta}+\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}\cdot\boldsymbol{a}_{\varphi}\right]\mathrm{e}^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{a}_{R}}\mathrm{d}V \qquad (7.75)$$

$$E_{\varphi}=-\frac{j\omega\mu}{4\pi R}\mathrm{e}^{-jkR}\int_{V}\left[\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{a}_{\varphi}-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\boldsymbol{J}_{\mathrm{M}}\cdot\boldsymbol{a}_{\theta}\right]\mathrm{e}^{jk\boldsymbol{r}'\cdot\boldsymbol{a}_{R}}\mathrm{d}V \qquad (7.76)$$

以上两式可写成为

$$E_{\theta}=-\frac{j\omega\mu}{4\pi R}\mathrm{e}^{-jkR}F_{1}(\theta,\varphi)$$

$$E_{\varphi}=-\frac{j\omega\mu}{4\pi R}\mathrm{e}^{-jkR}F_{2}(\theta,\varphi) \qquad (7.77)$$

式中，

$$F_1(\theta,\varphi)=\int_V\left[\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{a}_\theta+\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\boldsymbol{J}_M\cdot\boldsymbol{a}_\varphi\right]e^{jkr'\cdot a_R}\,dV \tag{7.78a}$$

$$F_2(\theta,\varphi)=\int_V\left[\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{a}_\varphi-\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\boldsymbol{J}_M\cdot\boldsymbol{a}_\theta\right]e^{jkr'\cdot a_R}\,dV \tag{7.78b}$$

均与远区场点 p 处的角度坐标有关的函数，而与 R 无关。

对远区场而言，只要求出电场 $\boldsymbol{E}$，则磁场 $\boldsymbol{H}$ 的表达式可按以下的远区辐射条件得到，即

$$\boldsymbol{a}_R\times\boldsymbol{H}+\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\boldsymbol{E}=0 \tag{7.79}$$

将式(7.73)和式(7.74)代入上式即可得证。此外，利用式(7.74)同样可导出形式和式(7.75)和式(7.76)相似的表达式。

2) 电磁场的积分公式

如前所述，只要空间中的电流密度和磁流密度已知，辐射场即可被求出。但实际往往只知道天线口径面上的电磁场分布，此时就要用到电磁场的积分公式才能求得天线的辐射场。由于电磁场的积分公式证明复杂，这里只提供结果。

对如图7.30所示的封闭区域内任一点 p 处的电磁场分布，可由该区域内的电流、电荷、磁流和磁荷以及封闭曲面上的电场和磁场来确定，其表达式为

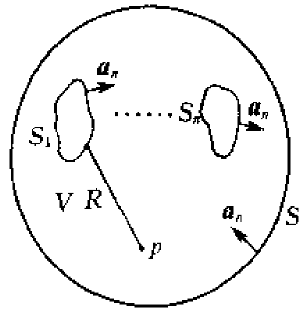


图7.30 封闭区域内的场源

$$\boldsymbol{E}=-\frac{1}{4\pi}\int_V\left(j\omega\mu\psi\boldsymbol{J}+\boldsymbol{J}_M\times\nabla'\psi-\frac{\rho}{\varepsilon}\nabla'\psi\right)dV+\frac{1}{4\pi}\int_{S_1+S_2+\cdots+S_n}[j\omega\mu\psi(\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{H})-(\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{E})\times\nabla'\psi-(\boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{E})\nabla'\psi]dS \tag{7.80}$$

$$\boldsymbol{H}=-\frac{1}{4\pi}\int_V\left(j\omega\varepsilon\psi\boldsymbol{J}_M-\boldsymbol{J}\times\nabla'\psi+\frac{\rho_M}{\mu}\nabla'\psi\right)dV-\frac{1}{4\pi}\int_{S_1+S_2+\cdots+S_n}[j\omega\varepsilon\psi(\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{E})+(\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{H})\times\nabla'\psi+(\boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{H})\nabla'\psi]dS \tag{7.81}$$

式中，$\psi=e^{-jkR}/R$。上两式称为斯特拉顿—朱兰成(Stratton-Chu)公式。若封闭曲面内的电流、电荷、磁流和磁荷均分布在极薄的薄层上，则式(7.80)和式(7.81)分别变为

$$\boldsymbol{E}=-\frac{1}{4\pi}\int_{S'}\left(j\omega\mu\psi\boldsymbol{J}_S+\boldsymbol{J}_{MS}\times\nabla'\psi-\frac{\rho_S}{\varepsilon}\nabla'\psi\right)dS'+\frac{1}{4\pi}\int_{S_1+S_2+\cdots+S_n}[j\omega\mu\psi(\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{H})-(\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{E})\times\nabla'\psi-(\boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{E})\nabla'\psi]dS \tag{7.82}$$

$$\boldsymbol{H}=-\frac{1}{4\pi}\int_{S'}\left(j\omega\varepsilon\psi\boldsymbol{J}_{MS}-\boldsymbol{J}_S\times\nabla'\psi+\frac{\rho_{MS}}{\mu}\nabla'\psi\right)dS'+\frac{1}{4\pi}\int_{S_1+S_2+\cdots+S_n}[j\omega\varepsilon\psi(\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{E})+(\boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{H})\times\nabla'\psi+(\boldsymbol{a}_n\cdot\boldsymbol{H})\nabla'\psi]dS \tag{7.83}$$

式中，S' 代表封闭曲面内的面电流、面电荷、面磁流和面磁荷所分布的薄层面积。

对无限大的区域，可以证明上述表达式同式(7.73)和式(7.74)等的结果完全相同。这说明，就处于无界空间中的源而言，不论用矢量位函数的方法还是用电磁场的积分公式，所

得的结果是一致的。但若只知道封闭曲面上的电磁场而不知道封闭曲面外部的源时，则只能将封闭曲面上的场强的作用等效为曲面上分布的等效的面电流、面电荷、面磁流和面磁荷，采用后者求封闭区域内的电磁场。

7.2.2　等效原理与惠更斯元的辐射

面天线通常由金属面 S_1 和初级辐射器组成，如图 7.31 所示。假设封闭曲面 S 将空间分成为两个区域，其中区域Ⅰ包含源；区域Ⅱ不包含源。设包围天线的封闭面由金属的外表面 S_1 以及金属面的口径面 S_2 共同组成，由于导体外表面 S_1 上的场为零，于是面天线的辐射问题就转化为口径面 S_2 的辐射。由于口径面上存在着口径场 $\boldsymbol{E}_S$ 和 $\boldsymbol{H}_S$，根据惠更斯—菲涅尔(Huigen-Fresnel)原理，将口径面分割成许多面源，这些面元称为惠更斯元(或二次辐射源)。由这些惠更斯元辐射的场的叠加，即得到整个口径面在空间域(区域Ⅱ)中的辐射场(或称次级辐射场)。

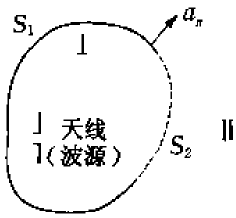


图 7.31　惠更斯等效原理

根据等效原理，口径面 S_2 上的口径场 $\boldsymbol{E}_S$ 和 $\boldsymbol{H}_S$ 可以等效为口径面上的面磁流 $\boldsymbol{J}_{MS}$ 和面电流 $\boldsymbol{J}_S$。工程上，一般近似认为等效源仅分布在面天线的电波的出口处，即非封闭的口径面上，略去实际存在的围绕口径边缘上的电流和电荷的影响(这对口径尺寸远大于波长的面天线，具有足够的精度)。于是，可认为无源区域中的次级辐射场可看成是由口径面 S_2 上的电流和磁流产生的，因此 S 面(也即 S_2 面)上的等效源为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{J}_S &= \boldsymbol{a}_n\times\boldsymbol{H}_S\\ \boldsymbol{J}_{MS} &= \boldsymbol{E}_S\times\boldsymbol{a}_n\end{aligned}\right\}\tag{7.84}$$

可见，要计算无源区域Ⅱ中的场，可用 S_2 面上的电流和磁流来代替 S_2 面所包围的实际源的分布。这样，将口径面分割成许许多多个惠更斯元(大小)$\mathrm{d}S$，如同基本电磁振子是分析线天线辐射的基本辐射单元一样，惠更斯元也是分析面天线辐射的基本辐射单元。

为简化分析，设平面口径面(xOy 面)上的一个惠更斯元 $\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\boldsymbol{a}_z\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，面元上的切向电场和切向磁场分别为 E_y 和 H_x，则由式(7.84)可知，面元上的磁场可等效为沿 y 轴方向放置，电流大小为 $H_x\mathrm{d}x$ 的基本电振子；面元上的电场等效为沿 x 轴方向放置，电流大小为 $E_y\mathrm{d}y$ 的基本磁振子，如图 7.32 所示。它们的电、磁流矩分别为

$$\left.\begin{aligned}I_yl &= (H_x\mathrm{d}x)\mathrm{d}y = H_x\mathrm{d}S\\ I_{Mx}l &= (E_y\mathrm{d}y)\mathrm{d}x = E_y\mathrm{d}S\end{aligned}\right\}\tag{7.85}$$

因此，惠更斯元的辐射场即为相互正交放置的等效基本电、磁振子的辐射场的叠加。利用式(7.69)和式(7.70)的近似形式，可导出沿 y 轴放置的基本电振子的远区辐射场分别为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{E}_e &= -j\frac{\eta I_yl}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-jkR}(\boldsymbol{a}_\theta\cos\theta\sin\varphi+\boldsymbol{a}_\varphi\cos\varphi)\\ \boldsymbol{H}_e &= -j\frac{I_yl}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-jkR}(\boldsymbol{a}_\varphi\cos\theta\sin\varphi-\boldsymbol{a}_\theta\cos\varphi)\end{aligned}\right\}\tag{7.86}$$

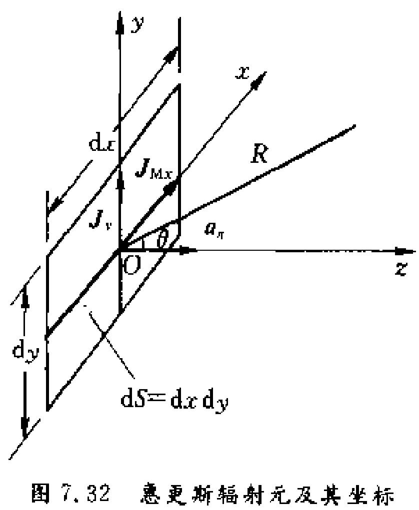


图 7.32　惠更斯辐射元及其坐标

以及沿 x 轴放置的基本磁振子的远区辐射场分别为

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{\mathrm{M}} &= j\,\frac{I_{\mathrm{M}}l}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-jkR}(\boldsymbol{a}_\theta\sin\theta+\boldsymbol{a}_\varphi\cos\theta\cos\varphi) \\ \boldsymbol{H}_{\mathrm{M}} &= -j\,\frac{I_{\mathrm{M}}l}{2\eta\lambda R}\mathrm{e}^{-jkR}(\boldsymbol{a}_\theta\cos\theta\cos\varphi-\boldsymbol{a}_\varphi\sin\varphi) \end{aligned}\right\} \tag{7.87}$$

将式(7.85)代入以上两式,可得惠更斯元的远区辐射电场为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E} = j\,\frac{\eta H_x\mathrm{d}S}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-jkR}\left[\boldsymbol{a}_\theta\sin\varphi\left(\frac{E_y}{\eta H_x}+\cos\theta\right)+\boldsymbol{a}_\varphi\cos\varphi\left(1+\frac{E_y}{\eta H_x}\cos\theta\right)\right] \tag{7.88}$$

对远区辐射场,因 $E_y/H_x=\eta$,故上式简化为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{E} = j\,\frac{E_y\mathrm{d}S}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-jkR}[\boldsymbol{a}_\theta\sin\varphi(1+\cos\theta)+\boldsymbol{a}_\varphi\cos\varphi(1+\cos\theta)] \tag{7.89}$$

这是惠更斯元在球坐标系下远区辐射电场的一般表达式。在研究天线的方向性时,通常只关心两个主平面(即 E 面和 H 面)的情况。

由式(7.89)可得 E 面 ($\varphi=90°$) 和 H 面 ($\varphi=0°$) 的远区辐射电场 $\mathrm{d}E_{\mathrm{E}}$ 和 $\mathrm{d}E_{\mathrm{H}}$ 分别为

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{E}} = j\,\frac{E_y\mathrm{d}S}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-jkR}(1+\cos\theta) \tag{7.90a}$$

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{H}} = j\,\frac{E_y\mathrm{d}S}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-jkR}(1+\cos\theta) \tag{7.90b}$$

这表明,以上两式具有完全相同的形式,故惠更斯元在 E 面和 H 面的远区辐射电场可统一写为

$$\mathrm{d}E = j\,\frac{E_y\mathrm{d}S}{2\lambda R}\mathrm{e}^{-jkR}(1+\cos\theta) \tag{7.91}$$

因此,其归一化方向图函数为

$$|f(\theta)| = \frac{1}{2}\,|1+\cos\theta| \tag{7.92}$$

其 E 面和 H 面的归一化方向图如图 7.33 所示。显然,惠更斯元的最大辐射方向出现在 $\theta=0°$ 方向,即最大辐射方向与面元垂直。

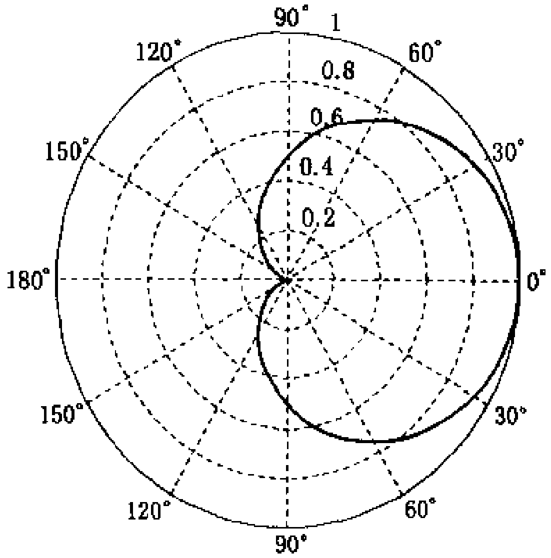


图 7.33　惠更斯辐射元的归一化方向图

7.2.3　平面口径的辐射

实用的面天线(如喇叭天线)其口径面一般均是平面。因此,讨论平面口径的辐射具有代表性。

1) 一般辐射场的表达式

设一任意形状的平面口径位于 xOy 平面内,口径面积为 S,其上的口径场为 E_y,如图 7.34 所示。选取坐标原点到观察点 p 的矢径为 $\boldsymbol{R}$,面元 $\mathrm{d}S$ 到观察点 p 的距离为 r。于是,

将惠更斯元在主平面上的辐射场进行积分，可得到平面口径在远区的两个主平面上的辐射场，即

$$E = j\frac{1}{2\lambda R}(1+\cos\theta)\int_S E_y e^{-jkr}\mathrm{d}S \quad (7.93)$$

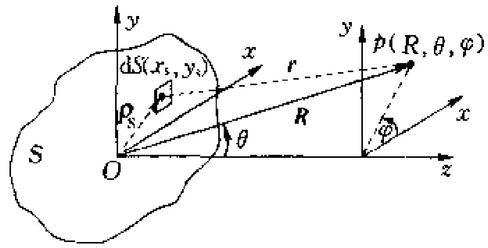


图 7.34　任意形状平面口径的坐标系

式中，在直角坐标系下，$r=[(x-x_S)^2+(y-y_S)^2+(z-z_S)^2]^{1/2}$。当观察点很远时，$\boldsymbol{r}$ 与 $\boldsymbol{R}$ 近似平行，r 可表示为

$$r = R - \boldsymbol{\rho}_S\cdot\boldsymbol{a}_R = R - x_S\sin\theta\cos\varphi - y_S\sin\theta\sin\varphi$$

式中，$\boldsymbol{a}_R$ 为球坐标系下径向坐标方向上的单位矢量。于是，对 E 面（yOz 平面），$\varphi=90°$，$r\approx R-y_S\sin\theta$，则辐射电场为

$$E_E = E_\theta = j\frac{1}{2\lambda R}(1+\cos\theta)e^{-jkR}\int_S E_y(x_S, y_S)e^{jky_S\sin\theta}\mathrm{d}x_S\mathrm{d}y_S \qquad (7.94a)$$

对 H 面（xOz 平面），$\varphi=0°$，$r\approx R-x_S\sin\theta$，则辐射电场为

$$E_H = E_\varphi = j\frac{1}{2\lambda R}(1+\cos\theta)e^{-jkR}\int_S E_y(x_S, y_S)e^{jkx_S\sin\theta}\mathrm{d}x_S\mathrm{d}y_S \qquad (7.94b)$$

根据上式即可分析不同形状的平面口径上各种口径场分布的辐射规律。

对于同相平面口径，其最大辐射方向必发生在 $\theta=0°$ 处，远区最大辐射场强为

$$|E_{\max}| = \left|\frac{1}{\lambda R}\int_S E_y(x_S, y_S)\mathrm{d}x_S\mathrm{d}y_S\right| \qquad (7.95)$$

又因为整个口径面向空间辐射的（平均）功率 P_r 为

$$P_r = \frac{1}{240\pi}\int_S |E_y(x_S, y_S)|^2\mathrm{d}x_S\mathrm{d}y_S \qquad (7.96)$$

将以上两式代入天线的方向性系数的计算公式（上册式(6.32)），得

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|\int_S E_y(x_S, y_S)\mathrm{d}x_S\mathrm{d}y_S\right|^2}{\int_S |E_y(x_S, y_S)|^2\mathrm{d}x_S\mathrm{d}y_S} \qquad (7.97)$$

若定义口径利用系数 ν 为

$$\nu = \frac{\left|\int_S E_y(x_S, y_S)\mathrm{d}x_S\mathrm{d}y_S\right|^2}{S\int_S |E_y(x_S, y_S)|^2\mathrm{d}x_S\mathrm{d}y_S} \qquad (7.98)$$

则式(7.97)可改写为

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}S\nu \qquad (7.99)$$

此式是求得同相平面口径方向性系数的重要公式。可见口径利用系数 ν 反映了口径场分布

的均匀程度,口径场分布越均匀,ν 值越大 ($\nu \leqslant 1$),D 越大(方向性越强)。

2) 同相平面口径的辐射

(1) 矩形口径的辐射

设矩形口径的尺寸为 $D_1 \times D_2$,如图 7.35 所示。利用式(7.94a)和式(7.94b),可得 E 面和 H 面的远区辐射电场分别为

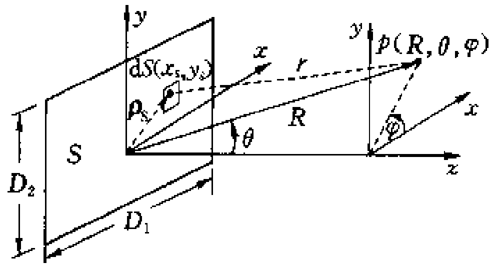


图 7.35 矩形口径的辐射

$$E_E = E_\theta = j\frac{1}{2\lambda R}(1+\cos\theta)e^{-jkR}\int_{-D_1/2}^{D_1/2}dx_s\int_{-D_2/2}^{D_2/2}E_y(x_s, y_s)e^{jky_s\sin\theta}dy_s \quad (7.100a)$$

$$E_H = E_\varphi = j\frac{1}{2\lambda R}(1+\cos\theta)e^{-jkR}\int_{-D_2/2}^{D_2/2}dy_s\int_{-D_1/2}^{D_1/2}E_y(x_s, y_s)e^{jkx_s\sin\theta}dx_s \quad (7.100b)$$

① 口径场均匀分布

若口径场均匀分布,即 $E_y = E_0$,则将式(7.100a)和(7.100b)进行积分,可得 E 面和 H 面的方向图函数分别为

$$|F_E(\theta)| = \left|\frac{\sin\psi_2}{\psi_2}\right|\left|\frac{1+\cos\theta}{2}\right| \quad (7.101)$$

$$|F_H(\theta)| = \left|\frac{\sin\psi_1}{\psi_1}\right|\left|\frac{1+\cos\theta}{2}\right| \quad (7.102)$$

式中,$\psi_2 = (kD_2\sin\theta)/2$, $\psi_1 = (kD_1\sin\theta)/2$。图 7.36 示出了矩形口径场均匀分布且 $D_1 = 3\lambda$, $D_2 = 2\lambda$ 时 E 面和 H 面的方向图。由图可见,H 面方向图的主瓣比 E 面方向图的主瓣要窄,这是因为 H 面的尺寸大于 E 面的尺寸。此外,最大辐射方向在 $\theta = 0°$ 方向上,且当 D_1/λ 和 D_2/λ 都较大时,辐射场的能量主要集中在 z 轴附近较小的 θ 角范围内,因此在分析主瓣特性时,可认为 $(1+\cos\theta)/2 \approx 1$。此时,两个主平面的方向图函数近似为

$$|F_E(\theta)| \approx \left|\frac{\sin\psi_2}{\psi_2}\right| \quad (7.103a)$$

$$|F_H(\theta)| \approx \left|\frac{\sin\psi_1}{\psi_1}\right| \quad (7.103b)$$

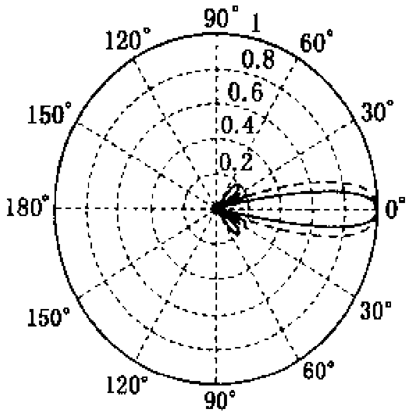


图 7.36 矩形口径场均匀分布的 E 面和 H 面方向图(H 面:——;E 面:……)

于是,令 $\sin(\psi_i)_{0.5}/(\psi_i)_{0.5} = 1/\sqrt{2}(i=1, 2)$,则可通过数值计算或由图 7.37 查相关曲线得 $(\psi_i)_{0.5} = 1.39$(为统一起见,图中 ψ_i 改记为 ψ),即

$$2\sin\theta_{0.5E} = 0.89\frac{\lambda}{D_2}, \quad 2\sin\theta_{0.5H} = 0.89\frac{\lambda}{D_1} \quad (7.104)$$

当口径较大时,半功率波束宽度很小,所以有

$$2\theta_{0.5E} = 51°\frac{\lambda}{D_2}, \; 2\theta_{0.5H} = 51°\frac{\lambda}{D_1} \quad (7.105)$$

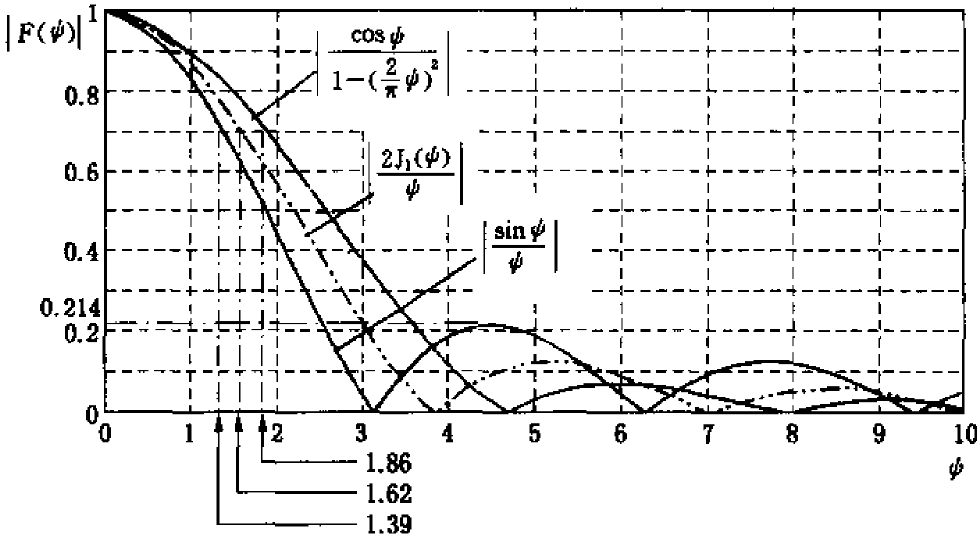


图 7.37　同相平面口径的方向图函数随 ψ 的变化曲线

由图 7.37 可知，E 面和 H 面的第一副瓣的极大值为 0.214，故第一副瓣电平（SLL）为 $20\lg 0.214 = -13.2$ dB。

由式(7.99)可知，口径场均匀分布的矩形口径的方向性系数 $D = 4\pi S/\lambda^2$，其中 $S = D_1 D_2$。

② 口径场沿 x 轴余弦分布

若口径场 E_y 沿 x 轴余弦分布，即

$$E_y = E_0 \cos \frac{\pi x_s}{D_1} \tag{7.106}$$

将上式代入式(7.100)，积分可得两主平面上的方向图函数为

$$|F_E(\theta)| = \left| \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{\sin\psi_1}{\psi_1} \right| \tag{7.107}$$

$$|F_H(\theta)| = \left| \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{\cos\psi_2}{1-\left(\frac{2}{\pi}\psi_2\right)^2} \right| \tag{7.108}$$

当 D_1/λ 和 D_2/λ 较大时，可得 E 面和 H 面的主瓣宽度分别为

$$2\theta_{0.5E} = 51^\circ \frac{\lambda}{D_2},\ 2\theta_{0.5H} = 68^\circ \frac{\lambda}{D_1} (\varphi_2 = 1.86) \tag{7.109}$$

E 面和 H 面的第一副瓣电平分别为 $20\lg 0.214 = -13.2$ dB 以及 $20\lg 0.071 = -23$ dB。此外，利用式(7.98)，可得 $\nu = 0.81$。显然，当口径场振幅沿 x 轴呈余弦分布时，其 H 面（xOz 面）的方向图较均匀振幅同相口径场分布情况要差（即主瓣变宽，口径利用系数及方向性系数均变小），但其副瓣电平却降低。

表 7.1 中列出了矩形口径的辐射特性。

表 7.1 矩形和圆形口径的辐射特性表

口径形状	口径场分布	$2\theta_{0.5}$(rad)	SLL(dB)	ν	方向图函数
矩形	$E_y=E_0$	E 面:$0.89\dfrac{\lambda}{D_2}$	-13.2	1	E 面:$\left\|\dfrac{\sin\psi_1}{\psi_1}\right\|$
		H 面:$0.89\dfrac{\lambda}{D_1}$			H 面:$\left\|\dfrac{\sin\psi_2}{\psi_2}\right\|$
	$E_y=E_0\cos\left(\dfrac{\pi x_s}{a}\right)$	E 面:$0.89\dfrac{\lambda}{D_2}$	-13.2	0.81	E 面:$\left\|\dfrac{\sin\psi_1}{\psi_1}\right\|$
		H 面:$1.18\dfrac{\lambda}{D_1}$	-23.0		H 面:$\left\|\dfrac{\cos\psi_2}{1-\left(\dfrac{2}{\pi}\psi_2\right)^2}\right\|$
圆形	$E_y=E_0\left[1-\left(\dfrac{\rho_s}{a}\right)^2\right]^m$	$m=0$;$1.02\dfrac{\lambda}{2a}$	-17.6	1	$\left\|\dfrac{2J_1(\psi_3)}{\psi_3}\right\|$
		$m=1$;$1.27\dfrac{\lambda}{2a}$	-24.6	0.75	$\left\|\dfrac{8J_2(\psi_3)}{\psi_3^2}\right\|$
		$m=2$;$1.47\dfrac{\lambda}{2a}$	-30.6	0.56	$\left\|\dfrac{48J_3(\psi_3)}{\psi_3^3}\right\|$

(2) 圆形口径的辐射

若口径为一半径为 a 的圆形口径,如图 7.38 所示,在口径面上建立极坐标(ρ_s, φ_s),则面元的直角坐标 $(x_s, y_s)=(\rho_s\cos\varphi_s, \rho_s\sin\varphi_s)$,面元的面积 $dS=\rho_s d\rho_s d\varphi_s$,而 $r=R-\rho_s\sin\theta\cos(\varphi-\varphi_s)$。于是,由式(7.93)可得圆形口径辐射场的一般表达式为

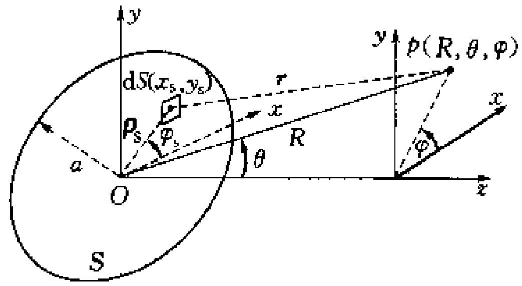


图 7.38 圆形口径的辐射

$$E=j\frac{e^{-jkR}}{\lambda R}\frac{(1+\cos\theta)}{2}\int_S E_s e^{jk\rho_s\sin\theta\cos(\varphi-\varphi_s)}\rho_s d\rho_s d\varphi_s \tag{7.110}$$

若口径场沿 y 轴极化且均匀分布,即 $E_s=E_y=E_0$,代入式(7.110),可得圆形均匀分布口径的辐射场为

$$E=j\frac{e^{-jkR}}{\lambda R}\frac{(1+\cos\theta)}{2}E_0 S\frac{2J_1(\psi_3)}{\psi_3} \tag{7.111}$$

式中,$\psi_3=ka\sin\theta$, $S=\pi a^2$,并利用了以下的贝塞尔函数的表达式:

$$J_0(k\rho_s\sin\theta)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{jk\rho_s\sin\theta\cos(\varphi-\varphi_s)}d\varphi_s$$

$$\int_0^a uJ_0(u)du=aJ_1(a)$$

其中 J_0 及 J_1 分别为第一类零阶和一阶贝塞尔函数。

于是,两主平面的方向图函数为

$$|F_E(\theta)|=|F_H(\theta)|=\left|\frac{1+\cos\theta}{2}\right|\left|\frac{2J_1(\psi_3)}{\psi_3}\right| \tag{7.112}$$

因此，若口径直径 $2a \gg \lambda$，$\cos\theta \approx 1$，令 $|2J_1(\psi_3)/\psi_3| = 1/\sqrt{2}$，并由图 7.37 相关曲线查得 $\psi_3 = 1.62$，则得其主瓣宽度为

$$2\theta_{0.5E} = 2\theta_{0.5H} \approx 1.02\frac{\lambda}{2a}(\text{rad}) \approx 58^\circ\frac{\lambda}{2a} \tag{7.113}$$

同样，其第一副瓣电平为 -17.6 dB，方向性系数 $D = 4\pi S/\lambda^2$。

(3) 口径场振幅呈锥削分布

若圆形口径场沿 y 轴极化且振幅沿半径方向呈锥削分布，即

$$E_y = E_0\left[1 - \left(\frac{\rho_S}{a}\right)^2\right]^m \tag{7.114}$$

式中，指数 m 取任意非负整数，m 反映了口径场振幅分布沿半径锥削的快慢程度，m 值越大，锥削越快，即分布越不均匀。

将式(7.114)代入式(7.110)，即可得到 m 取不同值的情况下两个主平面上的方向图函数(两者具有完全相同的形式)，表 7.1 中列出了 m 取不同值情况下圆形口径的辐射特性。

综合以上对不同口径辐射场的分析，可知同相平面口径的辐射具有以下四个主要特点：(a)同相平面口径的最大辐射出现在口径面的法线方向；(b)当口径的电尺寸一定时，口径场分布越均匀，其口径利用系数越大，方向性系数越大，但副瓣电平越高；(c)在口径场分布规律一定情况下，口径面的电尺寸越大，主瓣越窄，方向性系数越大；(d)口径辐射的副瓣电平以及口径利用系数只取决于口径场的分布，与口径的电尺寸无关。

3) 非同相口径场对辐射方向图的影响

在实际应用中，由于天线制作或安装的技术误差或为了实现电扫描以及得到某些特殊形状的天线波束，面天线的口径场一般并非同相，口径场的相位分布通常按一定的规律分布，如按直线律、平方律、立方律等分布。这里简单分析非同相口径场对辐射方向图的影响。分析时，为简单起见，假设口径形状为矩形，场强的幅度分布均匀且相位沿 x 轴方向变化，沿 y 轴方向仍同相。此时，相位偏移仅影响 H 面的辐射特性而 E 面仍与等幅同相时的相同。

(1) 直线律相位偏移

直线律相位偏移可认为是一束均匀平面电磁波以与平面口径轴线间的夹角为 θ_i 斜入射到口径上面引起的，口径上的等相位面偏转了 θ_i 角，矩形口径上沿 x 轴向有相位偏移，此时口径场可表示为

$$E_y = E_0 e^{-j\frac{2x_S}{D_1}\beta_m} \tag{7.115}$$

式中，$\beta_m = (kD_1\sin\theta_i)/2$，为口径边缘 $(x_S = D_1/2)$ 处的相移量，即口径上的最大相位偏移。于是，将上式代入式(7.94b)可得 H 面的方向图函数为

$$|F_H(\theta)| = \left|\frac{\sin(\psi_1 - \beta_m)}{\psi_1 - \beta_m}\right| \tag{7.116}$$

显然，当口径场的相位沿 x 轴有直线律偏移时，方向图的形状并不发生变化，其最大辐射方向只是由口径面的法线方向向相位滞后方向偏转了角度 $\theta(=\theta_i)$，且 β_m 越大，偏转角 θ 也越大。图 7.39(a)示出了三种不同 β_m 情况下在 $D_1 = 2\lambda$ 时的 H 面方向图。

(2) 平方律相位偏移

平方律相位偏移可认为是一束球面波或柱面波垂直入射到平面口径形成的，此时矩形口径上沿 x 轴方向有平方律相位偏移，且最大相位偏移为 β_m，即

$$E_y = E_0 e^{-j\left(\frac{2x}{D_1}\right)^2 \beta_m} \tag{7.117}$$

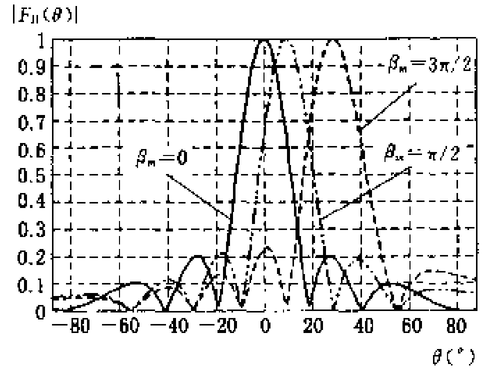
将上式代入式(7.94b)即可得到矩形口径具有平方律相位偏移时的H面方向图函数。由于此方向图函数的表达式较为复杂，不便直接计算，通常采用数值计算方法进行分析。图7.39(b)示出了三种不同 β_m 取值情况在 $D_1 = 2\lambda$ 时的H面方向图。通过此图以及分析可知，平方律相位偏移会使方向图的主瓣展宽、主瓣分裂、零点模糊以及方向性系数下降。因此，在天线设计中应力求避免口径上出现平方律相位偏移。

(3) 立方律相位偏移

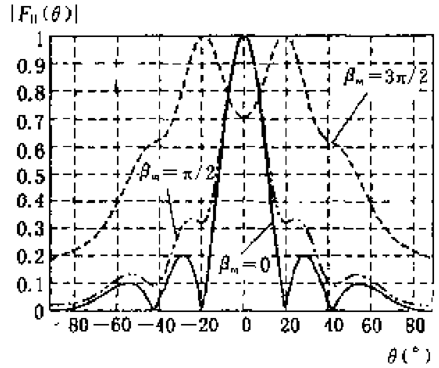
立方律相位偏移是一种反对称相位偏移，此时口径场可表示为

$$E_y = E_0 e^{-j\left(\frac{2x}{D_1}\right)^3 \beta_m} \tag{7.118}$$

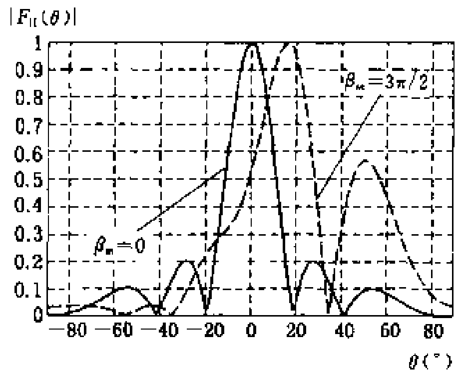
利用式(7.94b)同样可导出其H面的方向图函数，但计算更为复杂。图7.39(c)示出了两种不同 β_m 取值情况在 $D_1 = 2\lambda$ 时的H面方向图。由图可见，立方律相位偏移不仅会引起最大辐射方向的偏移，而且会导致方向图不对称，在主瓣的一侧会产生较大的副瓣，且 β_m 的值越大，导致副瓣的峰值越大，严重时，主瓣与副瓣可以相比拟。因此，这种相位偏移对雷达等导航设备而言极为有害，必须避免。



(a) 直线律相位偏移



(b) 平方律相位偏移



(c) 立方律相位偏移

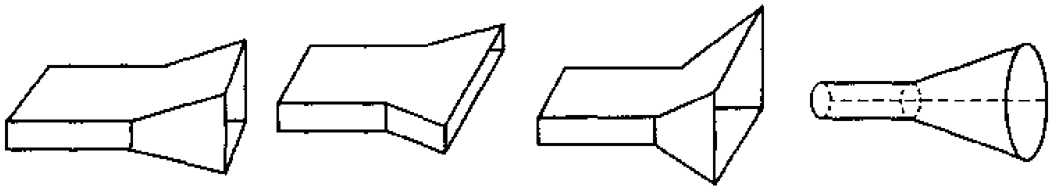
图7.39　直线律、平方律和立方律相位偏移的矩形口径H面方向图

7.2.4　喇叭天线

喇叭天线是最广泛使用的微波天线之一，它的工作原理类似于声学中使用的传声筒。喇叭天线的优点是结构简单、馈电方便、频带较宽、功率容量大以及增益高等。

按形状，常见的喇叭天线可分为矩形喇叭和圆锥喇叭，它们均由逐渐张开的金属波导构成。普通喇叭天线的结构如图7.40所示。逐渐张开的过渡段既可保证波导与空间的良好匹配，又可获得较大的口径，以加强辐射的方向性。当矩形波导的宽边保持平行窄边逐渐张开即得到E面扇形喇叭；当矩形波导的窄边保持平行宽边逐渐张开即得到H面扇形喇叭；当矩形波导的宽边和窄边都逐渐张开即得到角锥形喇叭，如图7.40(a)、(b)、(c)所示。将圆波导逐渐张开则形成如图7.40(d)所示的圆锥形喇叭。除此之外，为提高喇叭天线的性

能往往还采用喇叭天线的改进形式。



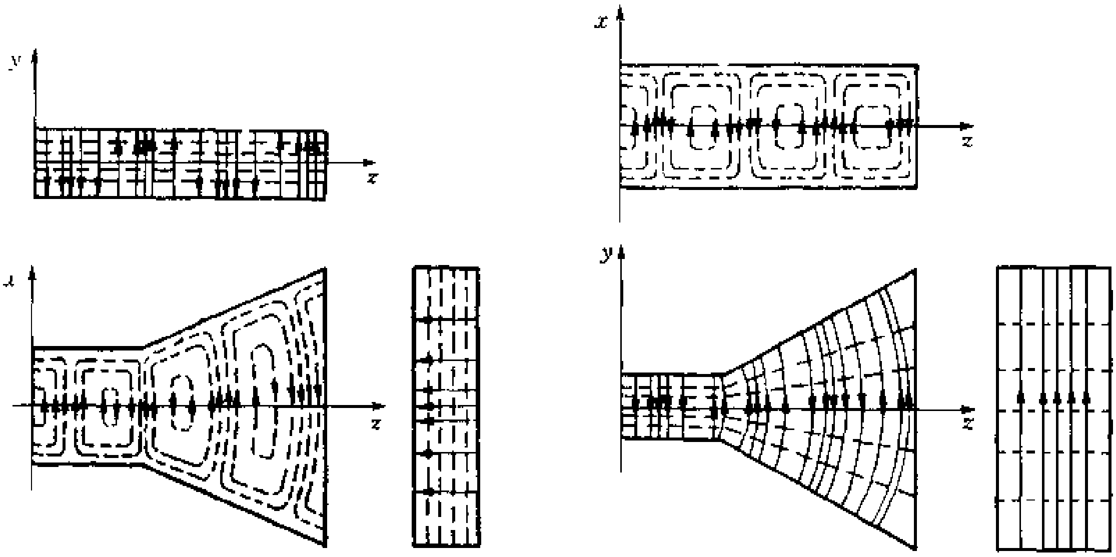
(a) E 面扇形喇叭　(b) H 面扇形喇叭　(c) 角锥形喇叭　(d) 圆锥形喇叭

图 7.40　普通喇叭天线

1) 矩形喇叭天线

(1) 矩形喇叭天线的口径场分布

为了确定喇叭天线的辐射场，应求出喇叭内以及喇叭口面上的场分布。工程上一般采用近似方法计算，即求解喇叭内场时，不考虑外场的影响，并由内场(也即口径场)求解辐射场。扇形喇叭内场的分析方法和矩形波导相似，它是在圆柱坐标系中采用分离变量法求解满足扇形喇叭边界条件的麦克斯韦方程组。分析表明，E 面和 H 面扇形喇叭内导行波的模式与同其相连的波导内的导行波的模式 TE_{10} 相似，只是相应模式的等相位面为圆柱面，E 面和 H 面扇形喇叭的内场结构如图 7.41(a)和(b)所示。角锥形喇叭至今没有严格的分析方法，但可近似认为其内场对应模式的等相位面为球面，角锥形喇叭在 E 面上的场分布与 E 面扇形喇叭分布相同；在 H 面上的场分布与 H 面扇形喇叭分布相同。由于扇形喇叭的等相位面为圆柱面，而角锥形喇叭的等相位面为球面，因此喇叭口径上的场强具有相位差，可按如图 7.42 所示的几何关系求得。其中 D_S 为喇叭的口径宽度，R 为喇叭的长度，2α 为喇叭的张角。



(a) H 面扇形喇叭　(b) E 面扇形喇叭

图 7.41　扇形喇叭的内场结构示意图

(电力线：-　；磁力线：------)

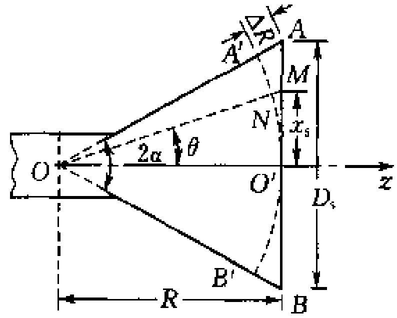


图 7.42　喇叭口径处的相位计算

选取坐标系如图 7.42 所示，喇叭口面与 z 轴垂直，令

喇叭口径中心线上点 O' 处场的相位等于零，则在柱面波的等相位面 $A'O'B'$ 上场的相位也为零，但在距离口径中心为 x_s 的 M 点上，场的相位 φ_x 为

$$\varphi_x = \frac{2\pi}{\lambda}MN = \frac{2\pi}{\lambda}(\sqrt{R^2+x_s^2}-R) = \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{1}{2}\frac{x_s^2}{R}-\frac{1}{8}\frac{x_s^4}{R^3}+\cdots\right)$$

一般喇叭的口径宽度 D_S 远小于喇叭长度 R，即 $x_s \ll R$，此时 $\tan\theta \approx \theta \approx x_s/R$，$\sqrt{R^2+x_s^2}-R \approx x_s^2/2R$，于是

$$\varphi_x \approx \frac{\pi}{\lambda}\frac{x_s^2}{R} \tag{7.119a}$$

显然，最大相位滞后发生在喇叭口径的边缘上，即 $x_s = D_s/2$ 处，故有

$$\varphi_{max} \approx \frac{\pi}{\lambda}\frac{D_s^2}{4R} \tag{7.119b}$$

可见，柱面波或球面波传播至喇叭口径上会形成平方律相位偏移。

当矩形波导中只传输 TE_{10} 模时，分析表明，对 H 面扇形喇叭，其口面场沿 y 轴方向呈均匀振幅同相分布，沿 x 轴方向呈余弦振幅平方律相位分布，即

$$E_S = E_y = E_0\cos\left(\frac{\pi x_S}{D_{SH}}\right)e^{-j\frac{\pi x_S^2}{\lambda R_H}} \tag{7.120}$$

对 E 面扇形喇叭，其口径场沿 x 轴方向呈余弦振幅同相分布，沿 y 轴方向呈均匀振幅平方律相位分布，即

$$E_S = E_y = E_0\cos\left(\frac{\pi x_S}{D_{SE}}\right)e^{-j\frac{\pi y_S^2}{\lambda R_E}} \tag{7.121}$$

对角锥形喇叭，结构尺寸如图 7.43 所示，其口径场可近似表示为

$$E_S = E_y = E_0\cos\left(\frac{\pi x_S}{D_{SH}}\right)e^{-j\frac{\pi}{\lambda}\left(\frac{x_S^2}{R_H}+\frac{y_S^2}{R_E}\right)} \tag{7.122}$$

通常将 $R_E \neq R_H$ 时的角锥形喇叭称为楔形角锥喇叭；$R_E = R_H$ 时的角锥形喇叭称为尖顶角锥喇叭。

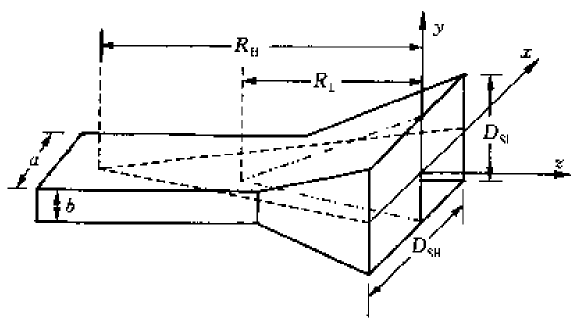


图 7.43　角锥形喇叭的结构尺寸及其坐标

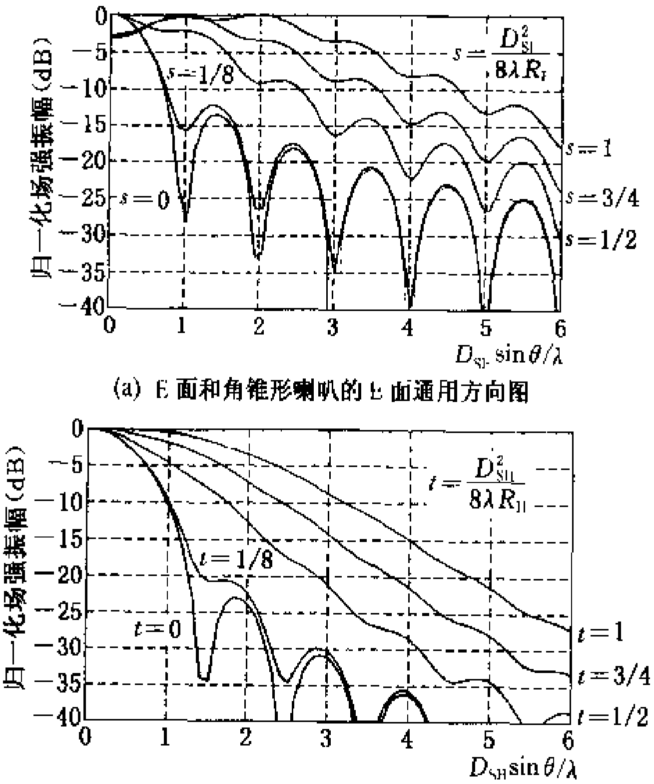
(2) 矩形喇叭的辐射特性

① 方向图与方向性系数

利用 E 面和 H 面以及角锥形喇叭的口径场的表达式，代入式(7.100a)和式(7.100b)即可得到其 E 面和 H 面辐射场的表达式。尽管写出 E 面和 H 面辐射场的表达式较为困难，但却可借助计算机或计算机软件求出其数值结果或画出两主平面的方向图。图 7.44(a)和(b)分别示出了 E 面、H 面扇形喇叭以及角锥形喇叭的 E 面和 H 面通用方向图，图中的参数 s、t 反映了喇叭口径的 E 面、H 面相位的偏移程度。由图可见，参数 s、t 越大，相位偏移越严重，方向图的零点消失，主瓣变宽，甚至 $\theta = 0°$ 方向不再是最大辐射方向，呈现马鞍形。此外，比较这两组曲线不难看出，在相同的相位偏移条件下，E 面方向图的畸变更大，这是因为 H 面的口径场幅度按余弦分布，在口径边缘的幅度较小，故影响也较小。

喇叭天线的方向性系数也可根据式(7.97)进行数值计算得到。图 7.45(a)和(b)分别

示出了 E 面、H 面扇形喇叭的方向性系数随 D_{SE}/λ、D_{SH}/λ 变化的曲线。由图可见，在一定的 $R_E/\lambda(R_H/\lambda)$ 的情况下，方向性系数开始随喇叭口面电尺寸 $D_{SE}/\lambda(D_{SH}/\lambda)$ 增大而增大，达到最大值后又逐渐减小。这是因为随着喇叭口径尺寸的增加，喇叭口面上的相位差减小，最后达到同相场分布的极限值，此时最大的方向性系数为



(a) E 面和角锥形喇叭的 E 面通用方向图

(b) H面和角锥形喇叭的 H 面通用方向图

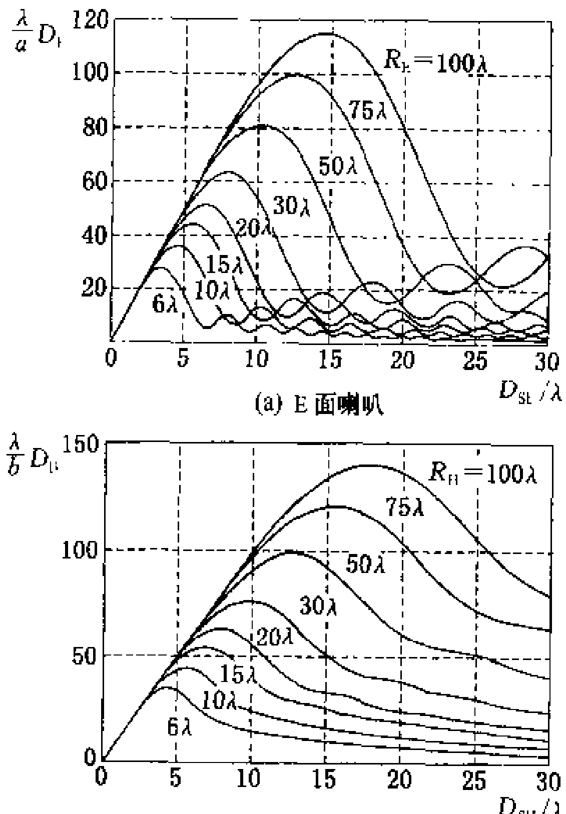
图 7.41　E 面、H 面扇形喇叭以及角锥形喇叭的 E 面和 H 面通用方向图

$$D_{\max} \approx 0.81\frac{4\pi S}{\lambda^2} \quad (7.123)$$

此表达式也是余弦幅度同相的矩形口径的方向性系数。此外，在喇叭电长度 R/λ 一定的条件下，当口径尺寸由小到大变化时，方向性系数随着增大，但当口径尺寸增大到超过某一定值后，继续增大口径尺寸，方向性系数反而减小。这是因为随着喇叭口径尺寸的增大，口径上按平方律变化的相移也增大，故出现了一个最大值。这表明扇形喇叭存在最佳喇叭尺寸(R_E，$(D_{SE})_{opt}$)，(R_H，$(D_{SH})_{opt}$)，对应此尺寸，可以得到最大的方向性系数。此时达到的最大的方向性系数均为上述 $D_{\max}$ 的 80%，对应的口面相移量为

$$(\beta_E)_{\max} = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta R_H = \frac{\pi}{2}$$

$$(\beta_H)_{\max} = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta R_E = \frac{3\pi}{4}$$



(a) E 面喇叭

(b) H 面喇叭

图 7.45　E 面和 H 面扇形喇叭的方向性系数的变化曲线

② 最佳尺寸与电参数

综上所述，为了获得扇形喇叭的较好方向图，工程上通常规定 $(\beta_E)_{\max} \leqslant \pi/2$，$(\beta_H)_{\max} \leqslant 3\pi/4$，可得以下的最佳尺寸：

$$(D_{SE})_{opt} \leqslant \sqrt{2\lambda R_E} \quad (7.124a)$$

$$(D_{SH})_{opt} \leqslant \sqrt{3\lambda R_H} \quad (7.124b)$$

满足最佳尺寸的喇叭称为最佳喇叭，此时最佳 E 面扇形喇叭的 E 面主瓣宽度为

$$2\theta_{0.5E} = 0.94\frac{\lambda}{D_{SE}} \quad \text{rad}$$

而 H 面主瓣宽度仍如表 7.1 所示，即 $1.18\lambda/D_{SH}$ rad。最佳 H 面扇形喇叭的 H 面主瓣宽度为

$$2\theta_{0.5H} = 1.36\,\frac{\lambda}{D_{SH}} \quad \text{rad}$$

而 E 面主瓣宽度仍如表 7.1 所示，即 $0.89\lambda/D_{SE}$ rad。

最佳扇形喇叭的口径利用系数 $\nu = 0.64$，所以其 E 面和 H 面的方向性系数为

$$D_E = D_H = 0.64\,\frac{4\pi S}{\lambda^2} \tag{7.125}$$

角锥形喇叭的最佳尺寸就是其 E 面扇形和 H 面扇形均取得最佳尺寸，其口径利用系数 $\nu = 0.51$，故方向性系数为

$$D_E = D_H = 0.51\,\frac{4\pi S}{\lambda^2} \tag{7.126}$$

在最佳条件下，角锥形喇叭的主瓣宽度可按下列经验公式计算：

$$2\theta_{0.5E} \approx 54^\circ\,\frac{\lambda}{D_{SE}} \tag{7.127a}$$

$$2\theta_{0.5H} \approx 78^\circ\,\frac{\lambda}{D_{SH}} \tag{7.127b}$$

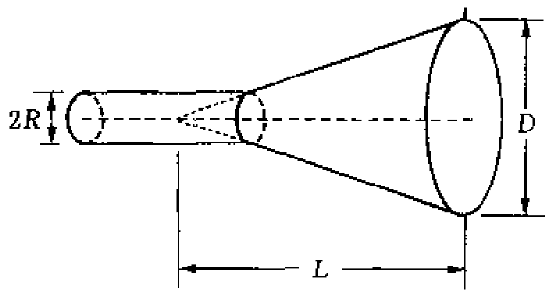
设计角锥形喇叭时，还应考虑喇叭与波导的颈部尺寸的配合，即 $R_E = R_H = R$，从而由几何关系得到以下的关系式：

$$\frac{R_H}{R_E} = \frac{1-\dfrac{b}{D_{SE}}}{1-\dfrac{a}{D_{SH}}} \tag{7.128}$$

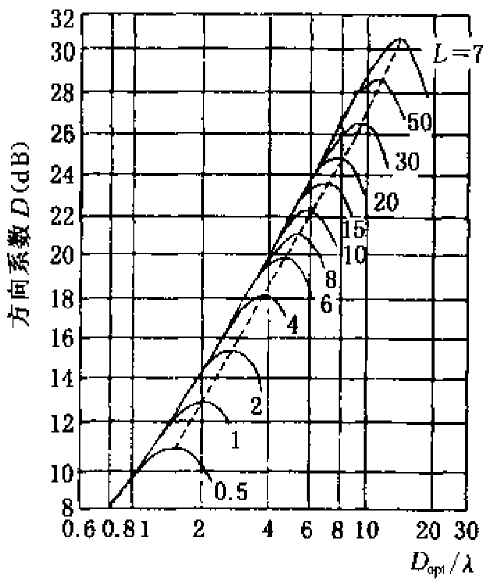
式中，a、b 分别为矩形波导宽、窄边的尺寸。这样，根据式(7.126)和最佳尺寸条件(7.124)以及上式，即可设计角锥形喇叭天线的尺寸。

2) 圆锥喇叭

圆锥喇叭的结构如图 7.46(a)所示，其中喇叭的长度为 L，口径的直径为 D。若圆波导中的导行波为 TE_{11} 模，则口径场的振幅分布与圆波导中的 TE_{11} 模相同，但口径场的相位按平方律沿径向变化。与矩形喇叭不同，圆锥喇叭的分析需在球坐标系下进行，且分析过程较为复杂，这里不作介绍。



(a) 结构尺寸



(b) 方向性系数的关系曲线

图 7.46　圆锥喇叭的结构及其方向性系数的变化曲线

图 7.46(b)示出了不同轴向长度的圆锥喇叭的方向性系数与口径最佳直径间的关系曲线。显然，圆锥喇叭也存在最佳尺寸。

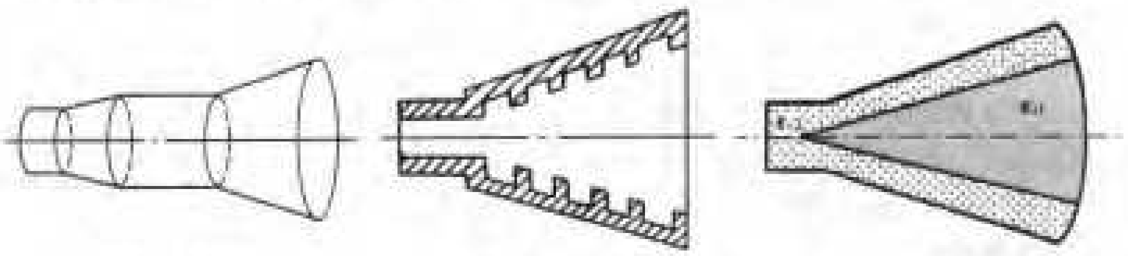
在小张角的条件下，最佳圆锥喇叭的主瓣宽度与方向性系数可按以下公式近似计算：

$$
\left.\begin{aligned}
2\theta_{0.5H} &= 70^\circ \frac{\lambda}{D_{opt}} \\
2\theta_{0.5E} &= 60^\circ \frac{\lambda}{D_{opt}} \\
D &= 0.51\left(\frac{\pi D_{opt}}{\lambda}\right)^2
\end{aligned}\right\} \qquad (7.129)
$$

式中，$D_{opt} = \sqrt{3\lambda R}$，为最佳口径直径。

3）馈源喇叭

喇叭天线在工程上有两种主要用途，一种是用作独立天线，这种喇叭称为独立喇叭；另一种是用作反射面天线的馈源，这种喇叭也称为馈源喇叭。独立喇叭通常是单模喇叭，由于这种喇叭的口径场分布不对称，因此两主平面的方向图也不对称，因而不适宜做旋转对称的辐射方向图（称为"等化"方向图）的反射面天线的馈源。通常要求反射面天线的馈源的辐射方向图具有频带宽、等化好、交叉极化低、副瓣电平低以及驻波比低等优点，因此需要对普通的喇叭天线进行改进，目前工程上较常见的是如图 7.47(a) 所示的变张角多模喇叭和图 7.47(b) 所示的波纹喇叭。其中，变张角多模喇叭是沿着喇叭在一处或几处作张角跳变，使其激励出所需的高次模式，适当控制张角跳变处口径截面的尺寸、张角的大小以及喇叭的长度，能够在喇叭的口径上获得所需的各模式的模比和相位差，使这些模式的合成场具有近似旋转对称的特性。波纹喇叭通常是在圆锥喇叭的内壁表面上对称地开有一系列深为 $\lambda/4$ 的沟槽，这些沟槽对纵向流动的面电流呈现很大的阻抗，从而使纵向的面电流密度大大减小。根据全电流连续性原理可知，纵向面电流的减小必然使内壁表面附近的法向位移电流密度减小，从而使喇叭口径上边壁附近的法向电场分量减弱，即使得 E 面的场分布也变为由口径中心向边缘下降，最终使 E 面方向图与 H 面方向图对称。



(a) 变张角多模喇叭　　(b) 多模波纹喇叭　　(c) 混合模介质加载圆锥喇叭

图 7.47　馈源喇叭

多模喇叭由于其主模和高次模的传播速度不同，因而工作频带较窄；波纹喇叭尽管具有优良的辐射特性且频带很宽，但加工却比较困难，重量也较重。因此，工程上也采用一种混合模介质加载的圆锥喇叭，它是由填充两种介质的金属壁的圆锥喇叭组成，其内层中心填充介质的介电常数高于外层介质套的介电常数，适当控制介质套的厚度和长度可得到所需的模比以及相位，从而在较宽的工作频带内获得旋转对称和低副瓣的辐射特性。

7.2.5　旋转抛物面天线

旋转抛物面天线是应用最广泛的一种面天线，它由馈源（又称初级辐射器或照射器）和反射面（又称次级辐射器）组成。旋转抛物面天线的次级辐射器由形状为旋转抛物面的导体

表面或导线栅格网构成，而馈源则是放置在抛物面焦点上的具有弱方向性的振子天线或喇叭天线等。初级辐射器的作用是将高频电流或导波能量变成辐射的电磁能量并投射向旋转抛物面，而旋转抛物面则把照射器投射过来的球面波沿抛物面的轴线方向反射出去，从而获得很强的方向性。

1）抛物面天线的构成原理

旋转抛物面天线的结构如图7.48所示。在直角坐标系中，取抛物面的顶点为坐标原点，ψ_0 为旋转抛物面的半张角，焦距 OF 与 z 轴重合，则 yOz 面上的抛物线方程为

$$y^2 = 4fz \tag{7.130}$$

式中，$f = OF$，为焦距。于是，此抛物线绕 z 轴旋转而成的旋转抛物面方程为

$$x^2 + y^2 = 4fz \tag{7.131}$$

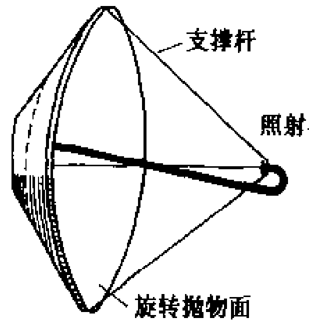


图7.48　旋转抛物面天线的结构示意图

为分析、设计旋转抛物面天线的方便，抛物线方程也常采用原点位于焦点 F 的极坐标来表示，如图7.49(a)所示。抛物线上动点 $p(\rho, \psi)$ 满足的极坐标方程为

$$\rho = \frac{2f}{1+\cos\psi} = f\sec^2\left(\frac{\psi}{2}\right) \tag{7.132}$$

于是，由式(7.132)及图中的几何关系，可得

$$\frac{f}{D_0} = 4\cot\left(\frac{\psi_0}{2}\right) \tag{7.133}$$

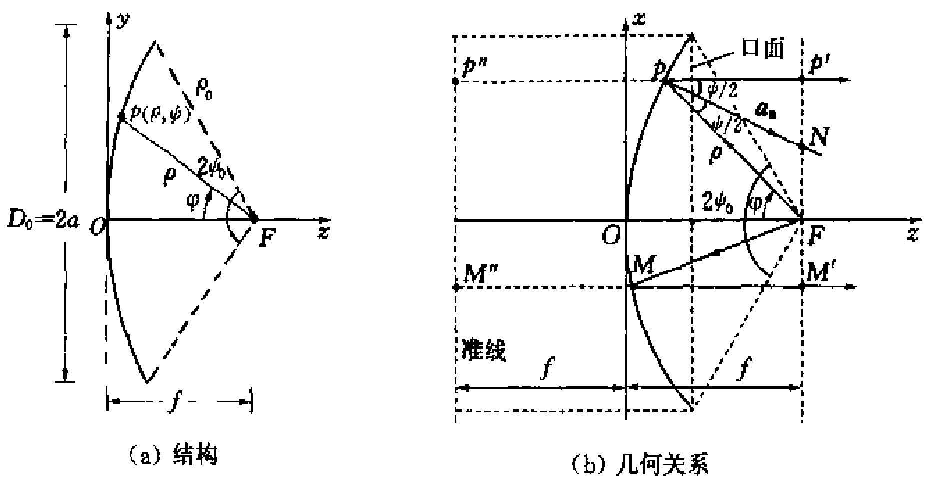


图7.49　抛物面天线的结构及其几何关系

这表明，抛物面的形状可用焦距与直径比或口径张角的大小来表征。对实际应用中的抛物面天线，$f/D_0 = (0.25 \sim 0.5)$。通常将 $\psi_0 < 90°$，$\psi_0 = 90°$ 和 $\psi_0 > 90°$ 的抛物面分别称为长焦距、中焦距和短焦距抛物面。长焦距抛物面天线的电性能较好，但天线的纵向尺寸较长，使机械机构复杂。

抛物面天线具有两个基本的特性：①由焦点发出的电波(射线)经旋转抛物面反射

后，其反射波（射线）均与抛物面轴线平行，$\angle FpN = \angle Npp' = \psi/2$，即 $pp' \mathbin{/\!/} OF$，如图 7.49(b)所示；②由焦点 F 发出的射线经抛物面反射后所有射线的行程相等，即 $Fpp' = FMM'$。这一特性可根据抛物线上任意点到焦点的距离等于该点到准线的距离得到。这表明，从位于焦点处的馈源辐射出的球面波经抛物面反射后变成为平行于 OF（即 z 轴）的平面波。

2）抛物面天线的口径场

分析抛物面天线的辐射场常用口径场法和感应电流法。口径场法首先根据几何光学原理求出口径平面上的场，然后再利用矢量磁位计算远区辐射场；感应电流法先根据几何光学原理求出馈源所辐射的电磁场在反射面上激励的电流分布，然后由面电流分布求出抛物面天线的辐射场。这两种方法对求解近轴区域的辐射场没有明显的差异，但口径场法没有考虑轴向（z 向）电流产生的场，因此对计算副瓣不如感应电流法精确。为简单起见，这里采用口径场法分析。

计算口径场分布时需作以下假设：①馈源的相位中心处于抛物面的焦点，且辐射理想的球面波；②抛物面的焦距大于一个波长，即反射面处于馈源的远区，且对馈源的影响可忽略；③服从几何光学的反射定律（严格地讲，反射定律仅适用于无限大的理想导电平面）。

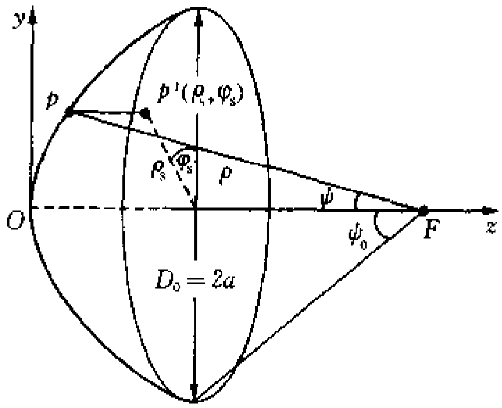


图 7.50　抛物面天线口径场的几何关系

由于抛物面是旋转对称的，因此口径场是一同相口径面。设馈源的（平均）辐射功率为 P_r，方向性系数为 $D_f(\psi, \varphi)$，则如图 7.50 所示的抛物面上点 p 处的场强（幅度）为

$$|E_i(\psi, \varphi)| = \frac{\sqrt{60P_r D_f(\psi, \varphi)}}{\rho} \tag{7.134}$$

因反射波是平面波，故由 p 点反射至口径上点 p' 处的场强应相等，即

$$|E_S(r, \varphi)| = |E_i(\psi, \varphi)| = \frac{\sqrt{60P_r D_{f\max}}}{\rho}|f(\psi, \varphi)| \tag{7.135}$$

式中，$D_{f\max} = D_f(0, \varphi)$；$|f(\psi, \varphi)|$ 是馈源的归一化方向图函数。将式(7.132)代入式(7.135)，得

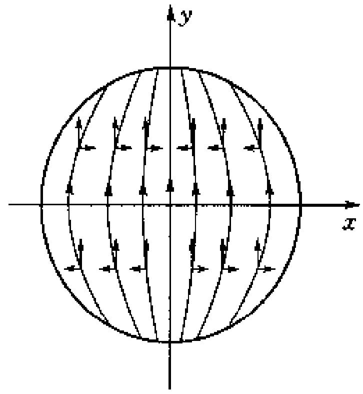
$$E_S(r, \varphi)| = \frac{\sqrt{60P_r D_{f\max}}}{2f}|(1 + \cos\psi) f(\psi, \varphi)| \tag{7.136}$$

上式即为抛物面天线口径上电场分布的表达式。可见，即使馈源是无方向性的（即 $f(\psi, \varphi) = 1$），口径上的场分布也是方向角 ψ 的函数，口径场在口径中心最大，朝边缘方向逐渐减小。于是，口径边缘与口径中心处的相对场强为

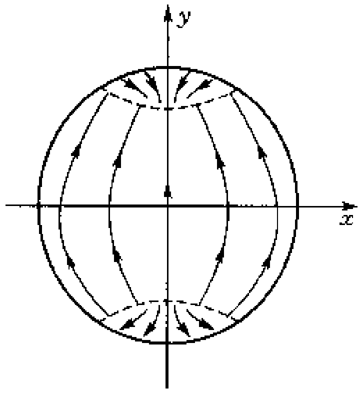
$$\frac{|E_S(a, \psi_0)|}{|E_0|} = \left| f(\psi_0, \varphi)\frac{(1 + \cos\psi_0)}{2}\right| \tag{7.137}$$

由于实际馈源的辐射有方向性，且 $|f(\psi,\ \varphi)|$ 一般随 ψ 增大而减小，而上式中 $\cos^2(\psi_0/2)$ 也表明由于入射到抛物面边缘的射线长于入射到中心的射线，也会导致边缘场扩散，使得边缘场较中心场幅度下降。因此，口径场的大小是由中心沿径向作递减分布，越靠近口径边缘越弱，但口径面上各点场的相位仍相同。

若馈源辐射电场的极化方向沿 y 轴，则口径上电场的极化(即电力线)如图 7.51(a)所示。通常在长焦距情况下，口径场的 E_y 分量远大于 E_x 分量，故 E_y 为主极化分量，而 x 向分量 E_x 称为交叉极化分量。由于对称关系，口径场的主极化分量 E_y 在四个象限内都具有相同的方向，交叉极化分量 E_x 在四个象限的对称位置上大小相等、方向相反，因此在两个主平面上的贡献为零，而在其他平面内交叉极化的影响则必须考虑。对短焦距抛物面天线，口径面上的电场极化如图 7.51(b)所示。此时口径上还会出现反向场区域，它们将在最大辐射方向起抵消主极化场的作用。这些区域为有害区，实际应用中一般不采用短焦距抛物面天线就是这个原因。



(a) 长焦距情况



(b) 短焦距情况

图 7.51　抛物面天线的口径场分布(极化)

3) 抛物面天线的辐射场

将前面导出的抛物面天线的口径场分布代入圆形同相口径辐射场的积分表达式(7.110)，并考虑图 7.50 中的几何关系，可得到抛物面天线在 E 面 ($\varphi=0°$) 和 H 面($\varphi=90°$) 的辐射场分别为

$$E_{\mathrm{E}}(\theta)=j\,\frac{\mathrm{e}^{-jkR}}{2\lambda R}(1+\cos\theta)\int_0^a\int_0^{2\pi}\frac{\sqrt{60P_r D_{\mathrm{fmax}}}}{\rho}f(\psi,\ \varphi_s)\mathrm{e}^{jk\rho_s\sin\theta\cos\varphi_s}\rho_s\mathrm{d}\rho_s\mathrm{d}\varphi_s$$

$$=C(1+\cos\theta)\int_0^{\psi_0}\int_0^{2\pi}f(\psi,\ \varphi_s)\tan\left(\frac{\psi}{2}\right)\mathrm{e}^{j2kf\tan(\psi/2)\sin\theta\cos\varphi_s}\mathrm{d}\psi\mathrm{d}\varphi_s \tag{7.138}$$

$$E_{\mathrm{H}}(\theta)=j\,\frac{\mathrm{e}^{-jkR}}{2\lambda R}(1+\cos\theta)\int_0^a\int_0^{2\pi}\frac{\sqrt{60P_r D_{\mathrm{fmax}}}}{\rho}f(\psi,\ \varphi_s)\mathrm{e}^{jk\rho_s\sin\theta\sin\varphi_s}\rho_s\mathrm{d}\rho_s\mathrm{d}\varphi_s$$

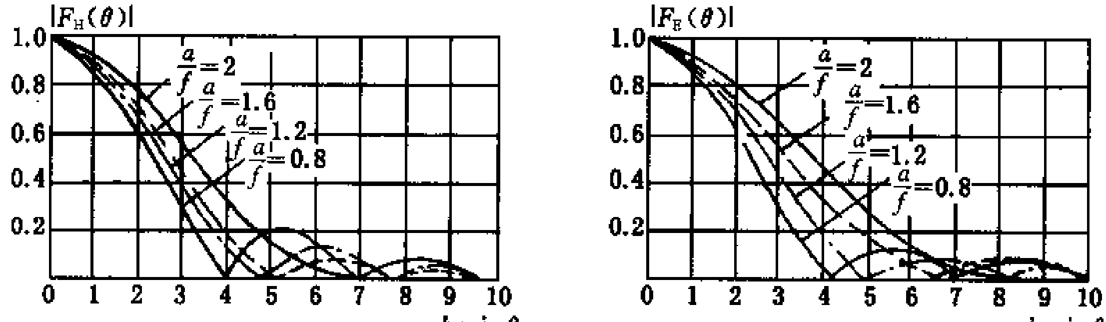
$$=C(1+\cos\theta)\int_0^{\psi_0}\int_0^{2\pi}f(\psi,\ \varphi_s)\tan\left(\frac{\psi}{2}\right)\mathrm{e}^{j2kf\tan(\psi/2)\sin\theta\sin\varphi_s}\mathrm{d}\psi\mathrm{d}\varphi_s \tag{7.139}$$

式中，C 与角度坐标无关；$\rho_s=\sqrt{x_s^2+y_s^2}=\rho_s\sin\psi=2f\tan(\psi/2)$；$\mathrm{d}\rho_s=f\sec^2(\psi/2)\mathrm{d}\psi=\rho_s\mathrm{d}\psi$。由于上式中面元的方向图函数 $|1+\cos\theta|$ 远比口径的方向图函数变化缓慢，因此抛物面天线的方向图函数可近似用口径的方向图函数表示。于是，E 面和 H 面的归一化方向图函数分别为

$$|F_{\mathrm{E}}(\theta)|=\left|\int_0^{\psi_0}\int_0^{2\pi}f(\psi,\ \varphi_s)\tan\left(\frac{\psi}{2}\right)\mathrm{e}^{j2kf\tan(\psi/2)\sin\theta\cos\varphi_s}\mathrm{d}\psi\mathrm{d}\varphi_s\right| \tag{7.140}$$

$$|F_{\mathrm{H}}(\theta)|=\left|\int_0^{\psi_0}\int_0^{2\pi}f(\psi,\ \varphi_s)\tan\left(\frac{\psi}{2}\right)\mathrm{e}^{j2kf\tan(\psi/2)\sin\theta\sin\varphi_s}\mathrm{d}\psi\mathrm{d}\varphi_s\right| \tag{7.141}$$

可见，若给定抛物面的张角 ψ_0 及馈源的方向图函数，利用数值积分的方法即可画出抛物面天线的方向图。图 7.52 示出了沿 y 轴放置带圆盘反射器的振子作为馈源的抛物面天线在不同 a/f 情况下 E 面和 H 面的方向图。由图可见，H 面方向图比 E 面方向图尖锐，因为馈源在 E 面上的方向性较强，对抛物面 E 面的照射不如 H 面均匀，故抛物面的 H 面的方向性反而强于 E 面的方向性。此外，不同的 a/f 值引起的方向图的不同是由于口径场幅度分布不同所致。显然 a/f 小时，口径场分布均匀，因而主瓣较窄，但副瓣增大。当然，抛物面边缘电流的绕射、馈源的反射、交叉极化等都会影响副瓣电平。



(a) H 面方向图　　　　(b) E 面方向图

图 7.52　抛物面天线在不同(a/f)情况下的 E 面和 H 面方向图

4）抛物面天线的方向性系数和增益

抛物面天线的方向性系数可按定义式(7.99)计算，即

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} S\nu$$

式中，$S = \pi a^2 = 4\pi f^2 \tan^2(\psi_0/2)$，$\nu$ 为口径利用系数。若假设馈源的方向图函数是对称的，则由式(7.135)可得口径场为

$$E_S = \frac{\sqrt{60 P_r D_{\text{fmax}}}}{\rho} \mid f(\psi) \mid$$

于是，ν 为

$$\nu = 2\cot^2\left(\frac{\psi_0}{2}\right) \frac{\left| \int_0^{\psi_0} \mid f(\psi) \mid \tan\left(\frac{\psi}{2}\right) \mathrm{d}\psi \right|^2}{\int_0^{\psi_0} \mid f(\psi) \mid^2 \sin\psi \mathrm{d}\psi} \tag{7.142}$$

在抛物面天线中，天线口径截获的辐射功率 P_{rs} 只是馈源辐射功率 P_r 的一部分，其余的辐射功率都漏失到自由空间中。为此，定义口径截获系数为

$$\nu_1 = \frac{P_{rs}}{P_r} = \frac{\int_0^{\psi_0} \mid f(\psi) \mid^2 \sin\psi \mathrm{d}\psi}{\int_0^{\pi} \mid f(\psi) \mid^2 \sin\psi \mathrm{d}\psi} \tag{7.143}$$

于是，抛物面天线的方向性系数的表达式可由其定义式导出，即

$$D = \frac{R^2 \mid E_{\max} \mid^2}{60 P_{rs}} = \frac{R^2 \mid E_{\max} \mid^2}{60 P_r} \nu_1 = \frac{4\pi S}{\lambda^2} \nu\nu_1 = \frac{4\pi S}{\lambda^2} g \tag{7.144}$$

式中，$g = \nu\nu_1 \leqslant 1$，称为方向性系数因子。因为在微波波段，抛物面天线几乎不存在损耗，故天线效率 $\eta_A \approx 1$，所以天线增益 $G \approx D$，因此又称 g 为增益因子，此时

$$G = D\eta_A = \frac{4\pi S}{\lambda^2}g = \frac{4\pi S}{\lambda^2}\cot^2\left(\frac{\psi_0}{2}\right)\sqrt{D_{fmax}}\left|\int_0^{\psi_0} |f(\psi)| \tan\left(\frac{\psi}{2}\right)d\psi\right|^2 \quad (7.145)$$

可见，g 为抛物面天线张角的函数，但由于口径利用系数 ν 和口径截获系数 ν_1 是两个相互矛盾的因素，因此对一定的馈源方向性图函数，必对应着一个最佳的张角 ψ_{opt}，此时 g 最大，即方向性系数最大。在一般情况下，馈源的方向图函数可表示为

$$|f(\psi)| = \begin{cases} |\cos^{n/2}\psi|, & 0 \leqslant \psi \leqslant \frac{\pi}{2} \\ 0, & \psi > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (7.146)$$

图 7.53 示出了 g 与 ψ_0 的关系曲线。由图可见，n 不同，最佳张角也不同，n 越大即照射器的方向图越尖锐，则最佳张角越小，但所能达到的最大的 g 值几乎与 n 无关。这是因为 ψ_0 较小时，照射均匀，使场强分布均匀，但漏失能量却较大；当 ψ_0 较大时，漏失能量虽小，但照射器的不均匀性却较大，所以，有一个最佳张角 ψ_{opt}，对应的 a/f 也有一个最佳值。尽管最佳张角与馈源方向性有关，但同最佳张角对应的口径边缘场的幅度却比中心的低(10～11)dB，此时增益因子近似为 $g \approx 0.83$。实际上，由于制造公差、安装误差、馈源的副瓣以及支架的遮挡等因素，增益因子比理想值要小，通常 g 可近似为(0.5～0.6)。

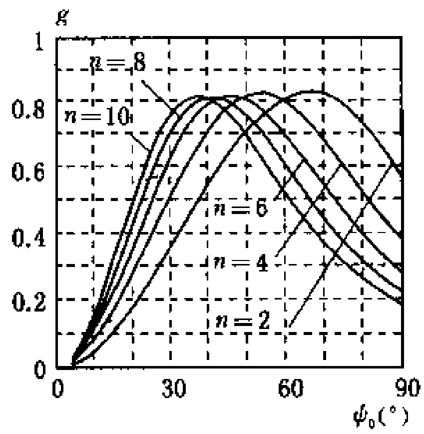


图 7.53 增益因子随口径张角的关系曲线

5) 抛物面天线的馈源(照射器)

馈源是抛物面天线必不可少的组成部分，馈源的电性能和结构对抛物面天线的性能优劣起决定因素。为使抛物面天线具有良好的性能，通常对馈源有以下基本要求：①馈源应有确定的相位中心且处于抛物面的焦点处，从而使口径上的场具有同相位分布；②馈源方向图的形状应尽量符合最佳照射，同时副瓣及后瓣应尽量小，以使增益尽可能高，副瓣电平尽可能低；③馈源的体积应尽可能小，以减小其对抛物面口径的遮挡；④馈源应具有一定的工作带宽以及足够的功率容量。

抛物面天线的照射器的型式很多，所有的弱方向性天线如振子天线、喇叭天线、螺旋天线、对数周期天线和后面将要介绍的隙缝天线以及微带天线等，均可用作抛物面天线的照射器。照射器型式的选取通常取决于天线所采用的波段及其工作特性。在米波以及分米波波段，通常采用由同轴线馈电的照射器，为使方向图具有单向性，往往采用无源振子型或圆盘型反射器。为了保证振子馈电的对称性，必须采用平衡变换器，且馈线与照射器之间采用 $\lambda/4$ 阻抗变换器进行匹配，如图 7.54(a)所示。在厘米波波段，可采用波导馈电的振子照射器，如图 7.54(b)所示。其中振子垂直配置在金属片上，金属片平行于馈电波导的宽边插入 TE_{10} 模波导内，靠近波导口的振子稍短于 $\lambda/4$，与它相距($\lambda/4$～$\lambda/3$)处的振子稍长于 $\lambda/2$，以

保证单向辐射。波导口制成楔形,以减弱波导口对照射器的影响,调节金属片的插入深度和振子尺寸可以调整激励和匹配。在厘米波波段的高端以及毫米波波段,应用较多的则是前面已经述及的多模喇叭或波纹喇叭等。

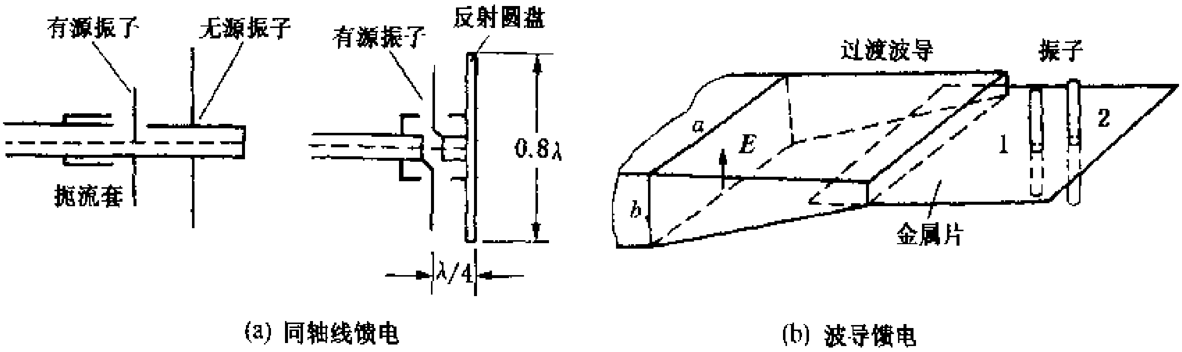


图 7.54 同轴线及波导馈电的振子照射器

6) 馈源偏焦的影响及其应用

在正常情况下,抛物面天线馈源的相位中心应与抛物面的焦点重合。但由于设计以及安装等原因,馈源的相位中心则不与抛物面的焦点重合,这就是抛物面天线的偏焦现象。对普通的抛物面天线,偏焦会使天线的性能下降。若馈源沿垂直于抛物面轴线的方向偏离焦点,即产生横向偏焦;若馈源沿抛物面的轴线方向偏离焦点,即产生纵向偏焦。对横向偏焦,若偏焦不大,可近似认为是线性偏移,即等相位面倾斜,从而使主瓣的最大辐射方向发生倾斜;对纵向偏焦,此时抛物面天线已得不到同相的口径场,而形成近似平方律相位偏移,即口径面上发生旋转对称的相位偏移,从而使方向图的主瓣变宽。

在实际应用中,偏焦也可以被利用。有时需要天线的波瓣偏离抛物面的轴向作上、下或左、右摆动,或使波瓣绕抛物面的轴线作圆锥运动,从而使波瓣在小角度范围内扫描以达到搜索目标的目的。这样,若利用传动装置使馈源沿垂直于抛物面的轴线方向移动,即可实现波瓣的宽角度扫描;若在抛物面天线的焦点附近放置多个馈源,则可形成多波束,用来发现和跟踪多个目标;若馈源以横向偏焦方式绕抛物面的轴线旋转,则天线的最大辐射方向就会在空间产生圆锥式扫描,从而扩大搜索空间。此外,还可利用纵向偏焦使方向图变宽、正焦时使方向图变窄的特点,实现一部雷达同时兼作搜索与跟踪两种用途。

7.2.6 双反射面天线

双反射面天线是由主反射面(简称主面或主镜)、副反射面(简称副面或副镜)和馈源组成。在这种天线中,主面是旋转抛物面,副面是双曲面或椭球面。副面为双曲面的天线称为卡塞格伦(Cassegrain)天线(简称卡式天线),副面为椭球面的天线称为格利高利(Gregorian)天线。由于卡式天线轴向尺寸紧凑,易于配置馈源,因此应用广泛。

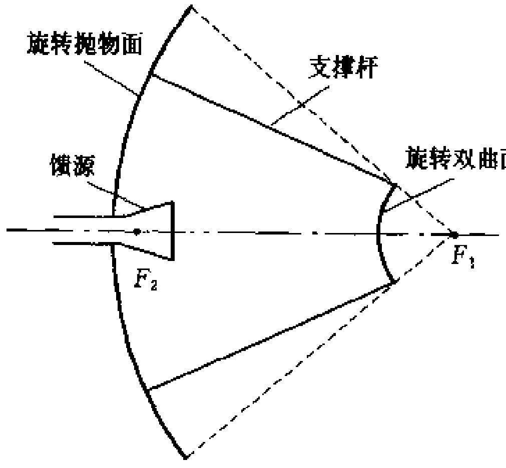


图 7.55 标准卡式天线的结构示意图

1) 卡塞格伦天线

图 7.55 示出了标准卡式天线的结构示意

图。其中副面由与其相连的 2～4 根支撑杆固定在主面上；双曲面的一个(凹面所对的)焦点 F_1 与抛物面的焦点相重合；另外一个(凸面所对的)焦点与馈源的相位中心 F_2 相重合；抛物面的焦轴通过 F_2 点和双曲面的顶点，并与抛物面口径、馈源口径的轴线相重合；主、副面的形状呈轴对称；副面通常位于馈源的远区。卡式天线的工作原理可借助图 7.56(a)扼要地说明：由馈源发出的球面波经副面反射后变成另一球面波(它等效于从抛物面的焦点发出的球面波)，此波经抛物面反射后被转变成抛物面口径上的平面波。因此，卡式天线和抛物面天线一样，具有汇聚馈源辐射的波的作用。

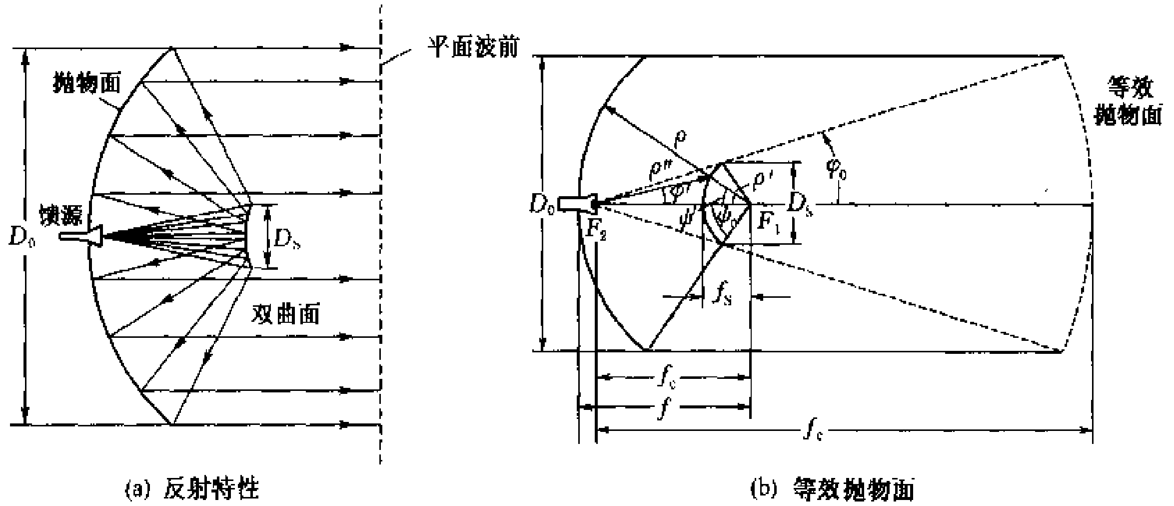


图 7.56　标准卡式天线

在图 7.56(b)所示的卡式天线的几何图形中，抛物面天线有三个参数：D_0、f 和 ψ_0，而双曲面有四个参数：D_S、f_c、f_S 以及 φ_0。各种参数间满足以下关系：

$$\frac{1}{\tan\psi_0}+\frac{1}{\tan\varphi_0}=\frac{2f_c}{D_S} \tag{7.147a}$$

$$\tan\left(\frac{\psi_0}{2}\right)=\frac{D_0}{4f} \tag{7.147b}$$

$$1-\frac{\sin\left(\dfrac{\psi_0-\varphi_0}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{\psi_0+\varphi_0}{2}\right)}=\frac{2f_S}{f_c} \tag{7.147c}$$

根据抛物面天线的电指标和结构要求，选定四个参数，其他三个参数即可根据上式确定。当主、副面的焦距与直径比满足下式：

$$\frac{f}{D_0}=\frac{f_S}{D_S} \tag{7.148}$$

时，卡式天线的效率最高。

尽管卡式天线也可采用口径场法和感应电流法分析，但副面的存在使分析变得更加困难。因此，通常采用等效馈源法或等效抛物面法分析，这两种方法均以几何光学为基础。图 7.56(b)示出了卡式天线的直径为 D_0、焦距为 f_e 的等效抛物面。卡式天线和等效抛物面天线的几何参数间满足以下关系：

$$\frac{f_c}{f}=\frac{\tan\left(\frac{\psi_0}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\varphi_0}{2}\right)}=\frac{e+1}{e-1}-\frac{f_e}{f_S}-1=m \tag{7.149}$$

式中，$e=\sin\left(\frac{\psi+\varphi}{2}\right)/\sin\left(\frac{\psi-\varphi}{2}\right)=\sin\left(\frac{\psi_0+\varphi_0}{2}\right)/\sin\left(\frac{\psi_0-\varphi_0}{2}\right)$，为双曲线的离心率；$m$ 称为卡式天线的放大率。显然，m 取决于双曲面的形状。当离心率接近于 1 时，即双曲面的曲率半径越小，其顶点与两焦点间的距离之差越大，ψ_0 和 φ_0 相差越大，m 就越大。

从图 7.56(b)可看出，在馈源不变的情况下，卡式天线可以用一个旋转抛物面天线来等效，焦距为 f_c 的等效抛物面的口径与主面相同，从而由馈源发出的射线经副面、主面反射后的汇聚情况和经等效抛物面反射后的汇聚情况完全相同。这样，卡式天线的电参数的计算问题就简化为一个等效抛物面天线的计算问题。

卡式天线的副面、馈源和支杆对卡式天线的口径要产生遮挡，它将引起增益下降，副瓣电平上升。其中增益的损失可近似由口径面积与遮挡面积的比值来确定；对副瓣电平的影响可通过假定主面口径上无遮挡区的场与原场分布相同，有遮挡区的场由原场和遮挡效应引起的幅度相同相位相反的场的叠加来近似分析，其中假设被遮挡的能量全部由遮挡体所吸收。图 7.57 是仅由口径为 D_b 的遮挡体引起的口径场分布情况。通过适当地调整副面、馈源的尺寸以及它们之间的距离，可将口径遮挡减至最小。为了实现最小遮挡，应使副面直径等于馈源的口径直径，即

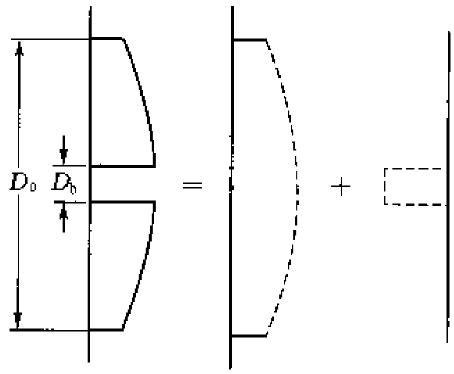


图 7.57　副面引起的有效口径分布

$$D_S=D_{b\min}=\sqrt{\frac{2}{\Lambda}f\lambda} \tag{7.150}$$

式中，Λ 是馈源口径的有效直径与其遮挡直径之比，通常 Λ 稍小于 1。

卡式天线的增益仍可表示为

$$G\approx D=\frac{4\pi S}{\lambda^2}g=g\left(\frac{\pi D_0}{\lambda}\right)^2 \tag{7.151}$$

式中，D_0 为主面的直径；增益因子 g(也为卡式天线的总效率 η) $=\eta=\eta_a\eta_{ss}\eta_{sm}\eta_b\eta_x\eta_p\eta_{od}\eta_{sd}$，其中 η_a 为口径的利用效率，η_{ss} 为主面的漏失效率，η_{sm} 为副面的漏失效率，η_b 为副面和支杆的遮挡效率，η_x 为交叉极化效率，η_p 为相位误差效率，η_{od} 为主面轮廓误差效率，η_{sd} 为馈源系统的偏差效率。

应指出，卡式天线的副面尺寸不仅由产生最小遮挡来确定，而且还须考虑副面的散射效应。当副面直径与波长相比不是很大时，其漏失较大，这将导致增益下降和噪声增加，因此副面的直径也不能太小。事实上，若在馈源和副面之间加置如图 7.58 所示的圆锥型介质结构，可以减小这种漏失，其效率可提高 10%左右。

与前馈的抛物面天线相比，卡式天线的主要优点是：有两个反射面，几何参数多，便于按

照不同的需要灵活设计；结构紧凑，馈电方便，因照射器被置于抛物面的顶点附近，便于调整其位置，且馈线短，损耗小；作为卫星通信以及电视转播的天线使用时，因从照射器辐射出来，经副面边缘漏出去的电波是射向低噪声的天空而不像抛物面天线那样射向地面，因而降低了大地反射噪声；由于照射器对着的是双曲面，双曲面把馈源辐射的能量散开了，这样在双反射面系统中返回馈源的能量比单反射面天线要少，从而减少了馈源的失配；接收机可置于主面的背面，减少了衰减和噪声；交叉极化分量较小和适用于双频段工作以及其效率比相同口径的抛物面天线要高 10%左右。但卡式天线也存在副面引起的口径遮挡大于相同口径的抛物面天线以及对增益小于 40 dB 的场合不大适用等缺点。

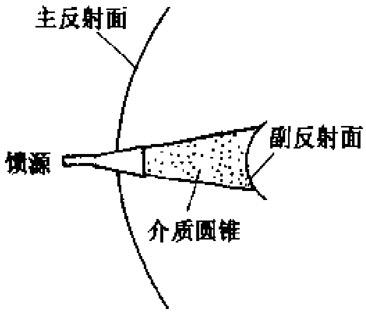
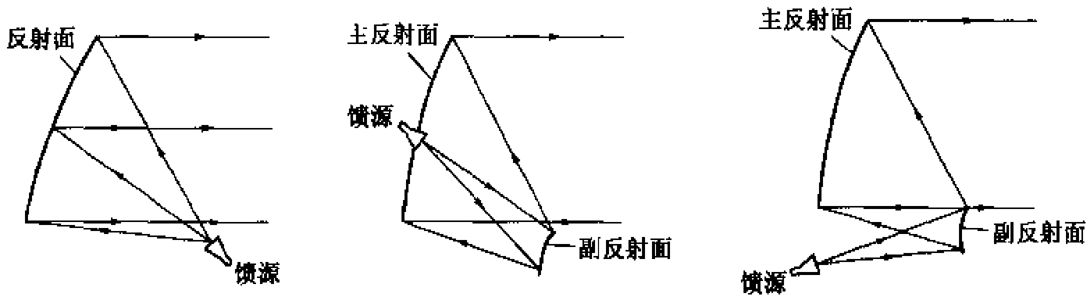


图 7.58　馈源和副面间加置介质圆锥结构的卡式天线

2) 偏照式反射面天线

图 7.59 为偏照式抛物面天线和偏照式卡式天线的结构示意图。它们的焦距或位于反射面的边缘或处于其边缘之外，理论和测量结果都已证实这种结构的性能优于非偏照式天线。其主要优点为：①基本上消除了口径遮挡，既减小了与其他邻近天线间的相互干扰，又可以利用线极化或圆极化天线作为馈源以实现多波束工作；②减小了支杆遮挡引起的散射，使增益损失较小，并降低了副瓣电平和交叉极化电平，这对要求副瓣电平低和交叉极化间隔离度高的场合较为有利；③初级馈源和反射面间的高度隔离，使馈源的驻波比不再受到反射面的影响；④对给定的天线结构刚度，可采用较大的焦径比(f/D_0)，这种结构的辐射口径相应较大，在多单元馈源应用中，这将导致各单元馈源间的互耦下降。当然，偏照式反射面天线也有缺点，如用线极化馈源照射反射面时，由于结构的不对称而使交叉极化分量增大等。



(a) 偏照式抛物面天线　(b) 一次偏照式卡式天线　(c) 二次偏照式卡式天线

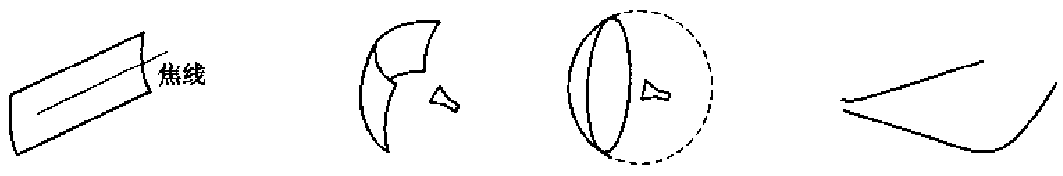
图 7.59　偏照式抛物面天线和偏照式卡式天线的结构示意图

3) 其他类型的反射面天线

标准的卡式天线和抛物面天线由于口径场的均匀照射和能量漏失之间存在着矛盾，因此限制了天线效率的提高。工程中，往往通过改变卡式天线副面的形状来达到控制辐射方向图的幅度分布，这种天线称为成形(改进型)卡式天线。已经证实，采用成形的反射面系统可以实现任意口径辐射场的幅度和相位分布。通常先将副面在其顶点附近修正为稍微凸起，以获得线性均匀的口径场幅度分布；然后再将主面稍作修正来校正因副面修正引起的相位误差。此外，若配以具有良好轴对称性能的多模喇叭或波纹喇叭，则可使成形卡式天线的口径效率、副瓣电平等得到很大程度的提高。

图 7.60 示出了其他几种反射面天线。其中柱形抛物面天线的柱形抛物面是由抛物线

沿着它所在平面的垂线方向移动而形成，而焦点移动则形成天线的焦线，用沿焦线放置的线状馈源进行馈电，可在纵横两个平面上形成宽度相差很大的波束；对环形抛物面天线和球形抛物面天线，在配置旋转馈源的情况下可产生波束扫描，在配置多单元馈源的情况下可产生多波束；喇叭反射面天线则具有噪声低和副瓣低的特点。当然，还有其他更多型式的反射面天线，读者可参阅有关文献。



(a) 柱形抛物面天线 (b) 环形反射面天线 (c) 球形反射面天线 (d) 喇叭抛物面天线

图 7.60 其他几种类型的反射面天线

7.2.7 隙缝天线

最基本的隙缝天线是在金属波导或空腔上开有槽缝面构成的天线。最常用的波导隙缝天线是在 TE_{10} 模矩形波导的宽壁或窄壁上开的槽缝所构成的，如图 7.61 所示。其中与波导轴线平行的缝称为纵缝，有宽壁纵缝和窄壁纵缝两种，如图中的 b、d 缝；与波导轴线垂直的缝称为横缝，仅开在宽壁上，如图中的 a 缝。上述隙缝均切断波导内壁表面上的电流线，故称为有辐射缝；在波导宽壁中心处开的纵缝以及在窄壁上开的横缝（如图中的 g、f 缝），因不切断波导内壁表面上的电流线，故称为无辐射缝。对有辐射缝，因槽缝切断了电流线，在隙缝上将激发位移电流（即槽缝口径面上的切向电场），因而缝就受到激励并向空间辐射电磁能量。隙缝辐射的大小取决于它在波导壁上的位置，若要获得最强辐射，则必须使槽缝横截电流密度最大处，即沿磁场强度最强处的磁场方向开缝。

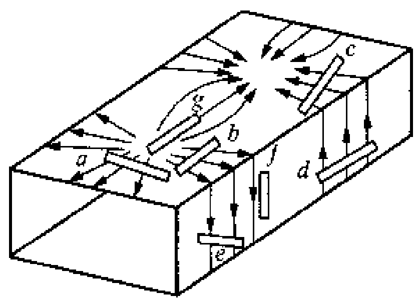


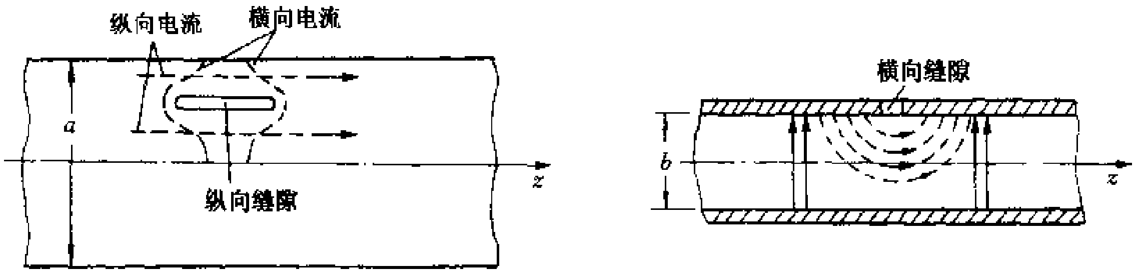
图 7.61 TE_{10} 模矩形波导内壁表面的电流分布及其隙缝位置示意图

应指出，在有限尺寸的导电面上开缝，不能利用本书上册第 6.1 节中理想隙缝的辐射场的表达式，即电磁对偶性原理不再适用，这是因为有限尺寸的导电面引起电波绕射会使隙缝天线的特性发生变化。严格求解隙缝的辐射场需采用几何绕射理论或数值分析方法。

波导壁面上所开的隙缝会对波导内导波的传输带来影响，它不仅会使波导中传输的能量通过隙缝辐射到空间中，还会引起波导内等效负载的变化而引起波导内导波的传输特性的变化。由于 TE_{10} 模矩形波导可等效为均匀传输线，因此，根据波导中隙缝处电流和电场的变化，就可将隙缝等效为均匀双导线中的并联导纳或串联阻抗，从而建立起各种波导隙缝的等效电路。

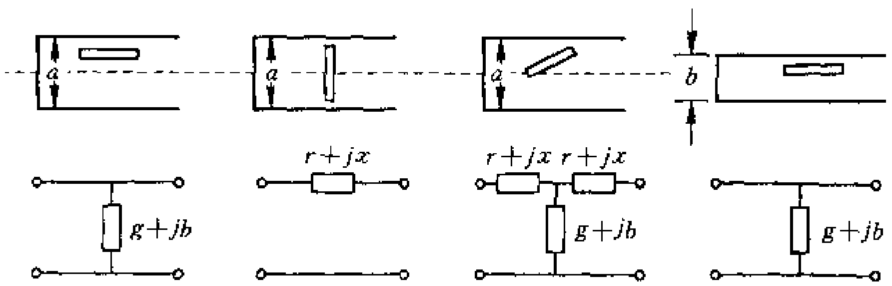
对如图 7.62(a)所示的矩形波导宽壁上的纵缝，由于它切割了横向电流线，因此除一部分以位移电流形式连续外，另一部分电流在纵缝的两端分流，分流电流在纵缝的两端方向相反，从而在纵缝的两端引起横向电流的突变，这相当于在等效均匀双导线上并联一等效导纳，等效电路如图 7.63(a)所示。对如图 7.62(b)所示的宽壁上开的横缝，因缝切割了纵向电流，使得缝的两侧因位移电流产生的电场方向相反，因而与波导中 TE_{10} 模的电场分量 E_y

叠加后,使电场强度在缝的两端发生突变,即对应的等效电压发生突变,这相当于在等效双导线上串联一等效阻抗,等效电路如图 7.63(b)所示。对其他两种方式开的隙缝,其等效电路如图 7.63(c)、(d)所示。



(a) 横缝附近的电场分布　　(b) 纵缝附近的电流分布

图 7.62　矩形波导宽壁上纵缝附近的电流和横缝附近的电场分布



(a) 宽壁上的纵缝　(b) 宽壁上的横缝　(c) 宽壁上的斜缝　(d) 窄壁上的纵缝

图 7.63　矩形波导壁上四种典型隙缝的等效电路

实验表明,当波导壁上的隙缝长度处于谐振长度(即隙缝长为 $\lambda/2$)时,隙缝的等效阻抗或导纳近似为纯电阻或纯电导。图 7.64 示出了三种典型的谐振隙缝的位置参数,它们的归一化电导或归一化电阻分别为

$$g_{r1}=2.09\,\frac{a\lambda_g}{b\lambda}\sin^2\left(\frac{\pi x_1}{a}\right)\cos^2\left(\frac{\pi\lambda}{2\lambda_g}\right) \tag{7.152}$$

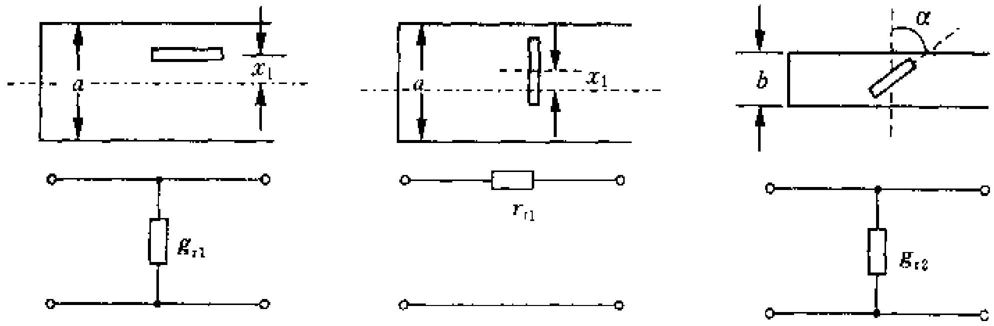
$$r_{r1}=0.523\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^3\frac{\lambda^2}{ab}\cos^2\left(\frac{\pi x_1}{a}\right)\cos^2\left(\frac{\pi\lambda}{4a}\right) \tag{7.153}$$

$$g_{r2}=0.131\,\frac{\lambda_g\lambda^3}{a^3b}\left[\frac{\sin\alpha\cos\left(\dfrac{\pi\lambda}{2\lambda_g}\sin\alpha\right)}{1-\left(\dfrac{\lambda}{\lambda_g}\sin\alpha\right)^2}\right] \tag{7.154}$$

式中,a、b 分别为矩形波导的宽、窄边尺寸;λ_g 为 TE_{10} 模的波导波长;x_1 为隙缝中心到波导对称轴的垂直距离。

与其他基本天线单元(如对称振子等)一样,单一隙缝的方向性也很弱。为了增强隙缝天线的方向性,可在波导壁上开一系列隙缝,从而构成隙缝天线阵。

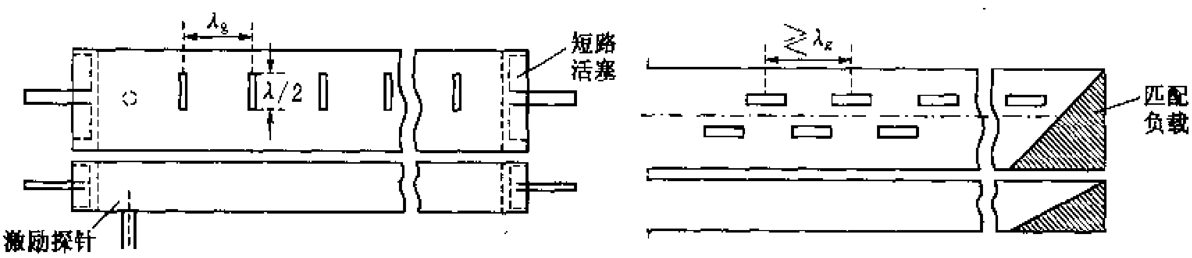
隙缝天线阵有谐振式和非谐振式两类。谐振式隙缝天线阵的结构特点是:相邻隙缝间有 $\lambda_g/2$ 的距离,即各隙缝同相激励,隙缝长为 $\lambda/2$,且波导两端用短路活塞短路,采用探针激励。图 7.65(a)示出了横向隙缝的谐振式天线阵,此天线阵的最大辐射方向与天线阵的轴线(即波导轴线)垂直,会出现栅瓣,增益较低,故较少采用。非谐振式隙缝天线阵的结构特



(a) 宽壁上的纵缝　　　(b) 宽壁上的横缝　　　(c) 窄壁上的斜缝

图 7.64　三种谐振隙缝的等效电路

点是：波导终端接匹配负载，相邻隙缝间不再是 $\lambda_g/2$ 或 λ_g 的距离，即各隙缝是非同相激励。图 7.65(b)示出了纵向隙缝的非谐振式天线阵，此天线阵的最大辐射方向偏离天线阵轴线方向一个角度，此角度的大小取决于天线的工作频率以及相邻隙缝间的距离。此天线的优点是工作频带较宽，缺点是效率较低。



(a) 横向隙缝的谐振式天线阵　　　(b) 纵向隙缝的非谐振式天线阵

图 7.65　谐振式和非谐振式天线阵

波导隙缝天线具有结构简单，轻巧，方向图易于控制等特点，因此，在船用导航雷达中应用广泛。此外，由于这种天线空气阻力小，因此在机载雷达中也常被采用。

7.2.8　微带天线

微带天线是一类平面印刷电路天线，它包括微带贴片天线、微带隙缝天线以及其他型式的平面天线。微带天线及其阵列在军用和民用方面都有着重要的应用前景，已广泛地应用于 100 MHz～100 GHz 的宽广频段上的卫星通信、雷达、遥感、制导武器、移动通信以及航空航天等系统或设备中。

微带天线具有体积小、重量轻、剖面低、能与飞行器载体共形；制作成本低，易于批量生产；能方便地与馈电网络和有、无源器件集成为组件；能得到单方向的宽瓣方向图以及最大辐射方向处于平面的法线方向；易于实现线极化和圆极化，容易实现双频段、多频段等多功能工作状态等主要优点。当然，微带天线也存在频带较窄、损耗大、功率容量小、增益不高以及受表面波的影响较大等缺点。

下面以矩形贴片天线为例，简单介绍微带天线的分析，并扼要介绍微带天线阵。

1) 矩形微带贴片天线

微带贴片天线的分析方法大致可以分为三类，即最早出现、最简单、较实用的传输线模型法；更严格、更实用的空腔模型法；精度最高、编程计算最复杂、使用范围较广的各种数值

分析方法(如矩量法、时域有限差分法以及有限元法等)。

矩形微带贴片天线是在背敷金属化层(接地板)的介质基片的上表面,用沉积方法形成矩形导体薄层而构成的辐射单元,如图 7.66 所示。其中基片的介电常数为 ε,厚度为 h;矩形贴片的宽度为 W,长 $l=\lambda_g/2$,而 λ_g 为微带线的波导波长。矩形微带贴片天线通常利用微带线或同轴探针进行馈电,使矩形贴片与接地板之间激起高频电磁场,再通过贴片四周与接地板之间的隙缝向外辐射。矩形微带贴片天线可以近似看成是一段长度接近于半个介质内波长的低特性阻抗的微带线,其终端 ($y=l$) 处呈现开路,形成电压波腹,而另一开路端 ($y=0$) 处也呈现电压波腹。所以,当天线激励主模时,垂直于微带馈线的两开路端的电场均可分解为相对于接地板的垂直分量和水平分量,如图 7.67(a)所示。其中两垂直分量方向相反,水平分量方向相同,因而在垂直于接地板方向,两水平电场分量所产生的远区辐射场同相叠加,而两垂直电场分量所产生的远区辐射场反相相消。因此,矩形微带贴片天线相当于相距为 $\lambda_g/2$ 的两个相互平行的隙缝天线所构成的辐射系统,如图 7.67(b)所示。显然,矩形微带贴片天线的辐射可等效为两个隙缝组成的等幅同相二元阵列。

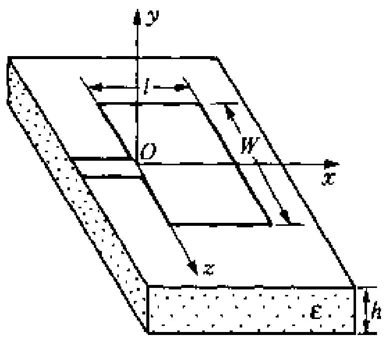
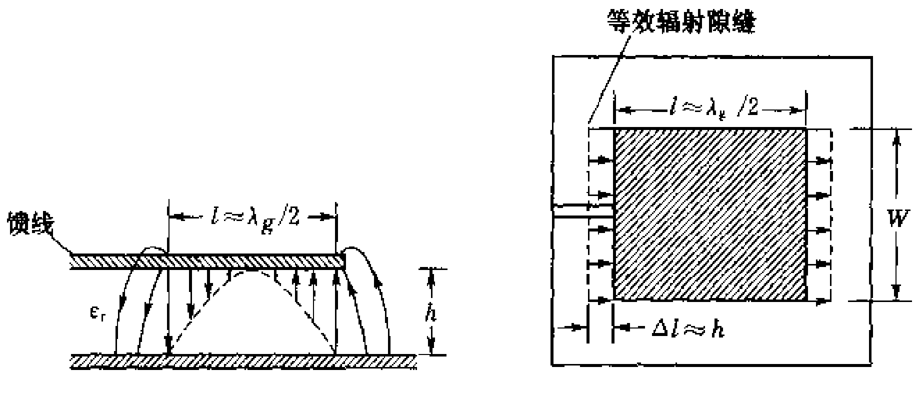


图 7.66 矩形微带贴片天线的结构及其坐标



(a) 场分布侧视图　　(b) 等效辐射隙缝

图 7.67 矩形微带贴片天线的场分布及其等效辐射隙缝

图 7.68 示出了分析单隙缝辐射的坐标系。为定量计算单隙缝的辐射,假设电场的水平分量从端部边缘延伸一个等于介质板厚度 h 的长度,并假设宽度为 h 的隙缝上的电场均匀分布,即 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{a}_x E_0$。根据等效原理,隙缝口径上电场 $\boldsymbol{E}$ 所对应的等效磁流密度为 $\boldsymbol{J}'_{MS}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{a}_n=E_0\boldsymbol{a}_z$。考虑到接地板的影响,由镜像法可知,总的等效磁流密度应为 $\boldsymbol{J}_{MS}=2E_0\boldsymbol{a}_z$。于是,对辐射场点 $p(R,\theta,\varphi)$,等效磁流产生的矢量电位为

$$\mathbf{A}_M=\frac{\varepsilon_0}{4\pi}\int_S\frac{\boldsymbol{J}_{MS}\mathrm{e}^{-jkr}}{r}\mathrm{d}S \qquad (7.155)$$

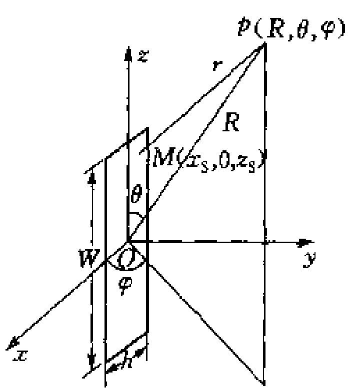


图 7.68 单隙缝辐射场计算采用的坐标

式中,S 为单隙缝的面积。由于 $\boldsymbol{J}_{MS}$ 仅有 z 向分量,故上式变为

$$A_{Mz} = \frac{\varepsilon_0}{4\pi}\int_S \frac{2E_0 e^{-jkr}}{r} dS \tag{7.156}$$

式中，$r = [(x-x_S)^2 + y^2 + (z-z_S)^2]^{1/2}$，并考虑到 $x_S \ll R$，$z_S \ll R$，利用二项式级数展开式，近似可得

$$r \approx R - (x_S \sin\theta\cos\varphi + z_S\cos\theta) \tag{7.157}$$

将式(7.157)代入式(7.156)，并考虑远区场点，$1/r \approx 1/R$，于是有

$$\boldsymbol{A}_M = -\boldsymbol{a}_z \frac{\varepsilon_0}{4\pi R}\int_{-h/2}^{h/2}\int_{-W/2}^{W/2} 2E_0 e^{-jk(R - x_S\sin\theta\cos\varphi - z_S\cos\theta)} dz_S dx_S$$

积分可得

$$\boldsymbol{A}_M = -\boldsymbol{a}_z \frac{U\varepsilon_0}{\pi R} \frac{\sin(kh\sin\theta\cos\varphi)}{kh\sin\theta\cos\varphi} \frac{\sin\left(\frac{1}{2}kW\cos\theta\right)}{k\cos\theta} e^{-jkR} \tag{7.158}$$

式中，$U = E_0 h$，为隙缝的外加电压。

于是，将式(7.158)代入本书上册式(2.91)，远区辐射的电场 $\boldsymbol{E}$ 为

$$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{a}_\varphi j \frac{U}{\pi R} \frac{\sin(kh\sin\theta\cos\varphi)}{kh\sin\theta\cos\varphi} \frac{\sin\left(\frac{1}{2}kW\cos\theta\right)}{\cos\theta} \sin\theta e^{-jkR} \tag{7.159}$$

再计入 $x = l$ 处另一隙缝的作用，则有

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{a}_\varphi j \frac{2U}{\pi R} \frac{\sin(kh\sin\theta\cos\varphi)}{kh\sin\theta\cos\varphi} \frac{\sin\left(\frac{1}{2}kW\cos\theta\right)}{\cos\theta} \sin\theta F_a e^{-jkR} \tag{7.160}$$

式中，$F_a = 2\cos\left(\frac{1}{2}kl\sin\theta\cos\varphi\right)$，而 $|F_a|$ 为等幅同相二元阵的阵因子。

考虑到 $kh \ll 1$，故矩形微带贴片天线的归一化方向图函数为

$$|f(\theta, \varphi)| = \left|\frac{\sin\left(\frac{1}{2}kW\cos\theta\right)}{\frac{1}{2}kW\cos\theta} \sin\theta\cos\left(\frac{1}{2}kl\sin\theta\cos\varphi\right)\right| \tag{7.161}$$

对 H 面（$\varphi = 90°$，yOz 面），有

$$|f_H(\theta)| = \left|\frac{\sin\left(\frac{1}{2}kW\cos\theta\right)}{\frac{1}{2}kW\cos\theta}\sin\theta\right|$$

对 E 面（$\theta = 90°$，xOy 面），有

$$|f_E(\varphi)| = \left|\cos\left(\frac{1}{2}kl\sin\varphi\right)\right|$$

图 7.69 示出了一矩形微带贴片天线的归一化 E 面和 H 面方向图。在频率不高的 L 和 S 波段，实测的结果与图中的理论结果很接近。

矩形微带贴片天线的方向性系数可按定义式计算，当 $W/\lambda \ll 1$ 时，矩形微带贴片天线的方向性系数 $D \approx 3\times 2 = 6$，其中因子3是单隙缝的方向性系数；当 $W/\lambda \gg 1$ 时，$D \approx 8\,W/\lambda$。计算表明，h 增加会使 D 增大，而 ε_r 增加则使 D 减小。

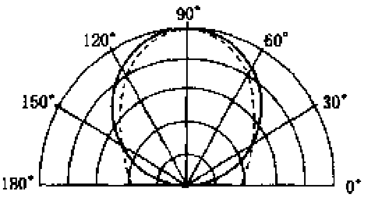


图7.69　矩形微带贴片天线单元的归一化E面和H面方向图
(E面：……；H面：——)

对隙缝的辐射电导，可按辐射电阻的定义式求出，即

$$G_r = \frac{2P_r}{U^2} = \frac{1}{\pi\eta}\int_0^{\pi} \frac{\sin^2\left(\dfrac{\pi W}{\lambda}\cos\theta\right)}{\cos^2\theta}\sin^3\theta \mathrm{d}\theta \tag{7.162}$$

对上式进行数值积分即可求得辐射电导。当 $W/\lambda \ll 1$ 时，辐射电导可近似为

$$G_r \approx \frac{1}{90}\left(\frac{W}{\lambda}\right)^2 \tag{7.163}$$

当 $W/\lambda \gg 1$ 时，辐射电导可近似为

$$G_r \approx \frac{1}{120}\frac{W}{\lambda} \tag{7.164}$$

矩形微带贴片天线的输入导纳可按图7.70所示的等效传输线模型法得到的等效电路进行计算。其中每一条隙缝等效为并联的导纳 $(G+jB)$，它们被长为 l、宽为 W 的低特性阻抗微带线隔开。设低特性阻抗微带线的特性导纳为 Y_c，则矩形微带贴片天线的输入导纳为

$$Y_{in} = (G+jB) + Y_c\frac{G+j(B+Y_c\tan\beta l)}{Y_c+j(G+jB)\tan\beta l} \tag{7.165}$$

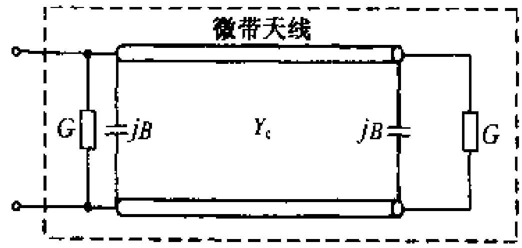


图7.70　矩形微带天线的等效电路

式中，$\beta = 2\pi/\lambda_g = 2\pi\sqrt{\varepsilon_{re}}/\lambda$，而 ε_{re} 为微带线的等效介电常数。当辐射隙缝处于谐振状态时，其输入导纳为

$$Y_{in} = 2G_r \tag{7.166}$$

当 $W \approx \lambda/2$ 时，每个辐射隙缝的输入阻抗约为240 Ω，这样，并联后得到的矩形微带天线的输入阻抗约为120 Ω。显然，若用通常特性阻抗为50 Ω的微带线馈电，则需在微带线与贴片天线的馈电端接入阻抗变换器。矩形贴片天线也多用同轴探针馈电，即将同轴线外导体与接地板相连，而内导体穿过介质基片与微带天线的接地板相接。

微带贴片天线的几何形状除了矩形以外，还有圆形、圆环形、椭圆形、三角形以及多边形等，对于这些几何形状的微带贴片天线的分析，目前主要采用空腔模型法或数值方法进行分析。

2) 微带天线阵列

微带天线可以构成阵列以提高方向性。最为常用的微带阵列是贴片形阵列，它可以采用串联或并联的馈电方式。在并联馈电的阵列中，各阵元都独立馈电，大都采用并合式功率

分配网络。图 7.71 示出了采用并合式馈电网络的 4×4 单元微带贴片天线的结构示意图。其中,该阵列天线的介质基片的相对介电常数 $\epsilon_r = 2.2$,厚度为 0.77 mm,其中心工作频率为 6.14 GHz。经测试,该天线的副瓣电平低于 −25 dB,增益为 17.2 dB,效率是 81%。若按比例缩小尺寸,在 0.12 mm 厚的同样材料介质基片上则可制作 38.4 GHz 的 32×32 单元阵列天线,其增益为 30.4 dB,效率是 19%。有关微带天线及其阵列的详细分析,读者可参考有关文献。

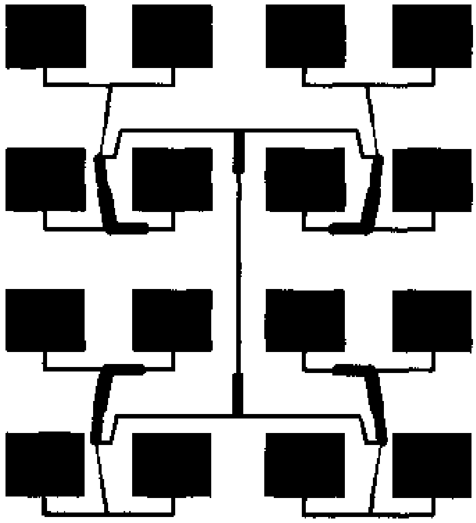


图 7.71　4×4 单元微带贴片天线

习　　题

7-1　天线与馈线之间的连接有何基本要求?

7-2　简述 $\lambda/2$ U 形管平衡器的工作原理。

7-3　如何提高直立振子天线的效率?

7-4　一直立振子天线的高度 $h = 10$ m,当工作波长 $\lambda = 300$ m 时,求它的有效高度以及归于波腹电流的辐射电阻。

7-5　有一架设于地面上方的水平振子天线,其工作波长 $\lambda = 40$ m。若要在垂直于天线的平面内获得最大辐射仰角为 30°,则该天线应架设多高?

7-6　已知一水平对称振子天线的臂长 $h = 20$ m,架设高度 $H = 8$ m,试计算它的工作频率范围以及最大辐射仰角的范围。

7-7　简述轴向模螺旋天线产生圆极化辐射的工作原理。

7-8　一匝数为 N,直径为 d 和螺距为 h 的法向模螺旋天线,若 d 和 h 均远小于 λ/N 且该天线辐射圆极化波。

求:① 增益和方向性系数;

② 辐射电阻。

7-9　对如图 7.72 所示的三元引向天线,假设无源振子 B 和 C 处的感应电场可利用有源振子 A 的远区辐射电场进行计算,试定性分析无源振子 B 及 C 分别作为反射器及引向器时其长度应分别长于或短于有源振子 A 的长度。

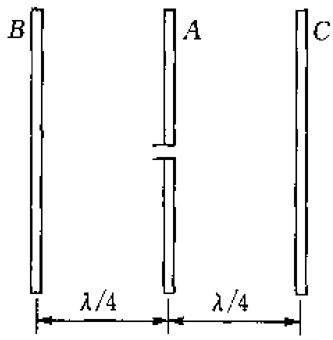


图 7.72　题 7-9 附图

7-10　证明式(7.42)。

7-11　为什么引向天线的有源振子常采用折合振子?

7-12　一个七元的引向天线的反射器与有源振子的间距为 0.15λ,各引向器以及与有源振子间等间距排列,间距为 0.2λ。试估算其方向性系数和主瓣宽度。

7-13　简述等角螺旋天线和阿基米德螺旋天线的非频变工作原理。

7-14　简述对数周期天线的宽频带工作原理。

7-15 增大矩形口面的电尺寸 D_1/λ 和 D_2/λ,是否一定能增强方向性?为什么?

7-16 有一位于 xOy 平面内尺寸为 $a\times b$ 的矩形口径,口径内的电场为振幅余弦同相分布:

$\boldsymbol{E}_S=\boldsymbol{a}_y E_0\cos\left(\frac{\pi x_S}{a}\right)$, $|x_S|\leqslant\frac{a}{2}$。

求:① xOz 平面的方向图函数;

② 主瓣宽度;

③ 第一副瓣电平。

7-17 已知一振幅均匀、相位相同的矩形口径尺寸为 $D_1=4\lambda$、$D_2=3\lambda$,求出H面的主瓣宽度以及第一副瓣的位置和副瓣电平。

7-18 有一位于 xOy 平面的正方形口径,工作波长为3 cm,E面主瓣宽度 $2\theta_{0.5E}=10°$,口径场分布为 $E_S=E_0\left(\frac{\pi x_S^2}{a}\right)$,求天线的增益和H面的主瓣宽度。

7-19 试按最佳设计方案设计E面和H面扇形标准喇叭。已知增益 $G=20$ dB,工作波长 $\lambda=3.2$ cm。

① 确定 D_{SE}、D_{SH} 以及喇叭长度;

② 求出 $2\theta_{0.5E}$、$2\theta_{0.5H}$。

7-20 已知最佳角锥喇叭的口面尺寸 $D_{SE}=26$ cm,$D_{SH}=18$ cm,中心频率为10 GHz,试求:① 两主平面内的主瓣宽度;

② 两主平面内的喇叭长度;

③ 方向性系数。

7-21 试定性解释为什么余弦振幅平方律相位口径分布的辐射方向性强于均匀振幅平方律相位口径分布的情况。

7-22 证明抛物面天线的口径利用系数 $\nu\leqslant 1$。

7-23 试定性说明旋转抛物面天线口径张角的变化对天线增益的影响。

7-24 已知一旋转抛物面天线的口面直径 $D=30$ m,中心频率为20 GHz,口径利用系数为0.9,口径截获系数为0.75,求该天线的增益。

7-25 试证明:长焦距抛物面天线的辐射特性优于短焦距抛物面天线。

7-26 已知一旋转抛物面天线的口面直径 $D=3$ m,焦径比 $f/D=0.6$,

① 求抛物面的半张角 ψ_0;

② 若馈源的方向图函数 $|f(\psi)|=\cos^2\psi$,求口径利用系数 ν、口径截获系数 ν_1 以及增益因子 g。

7-27 设旋转抛物面天线的馈源的功率方向图函数为

$$|F_f(\psi)|^2=\begin{cases}D_0\sec^2\left(\frac{\psi}{2}\right), & 0°\leqslant\psi\leqslant 90°\\ 0, & \psi>90°\end{cases}$$

抛物面直径 $D=150$ cm,工作波长 $\lambda=3$ cm。若使抛物面口径上场的振幅按口径边缘为中心处的 $1/\sqrt{2}$ 分布。

求:① 焦径比;

② 口径利用系数;

③ 增益。

7-28　有一卡塞格伦天线，其主面焦距为 2 m，若选用副面的离心率 $e=2.4$，求等效抛物面的焦距。

7-29　卡塞格伦天线与旋转抛物面天线相比，有哪些主要优点？

7-30　证明式(7.147)中的三式。

7-31　证明式(7.149)中卡式天线放大率的表达式，即

$$m=\frac{\tan(\psi/2)}{\tan(\varphi/2)}=\frac{\tan(\psi_0/2)}{\tan(\varphi_0/2)}$$

7-32　简述波导隙缝天线的辐射机理。

7-33　为什么矩形贴片天线有辐射边和非辐射边之分？

7-34　证明式(7.159)。

参考文献

1 黄宏嘉. 微波原理(Ⅰ、Ⅱ). 北京:科学出版社,1964
2 李嗣范. 微波元件的原理与设计. 北京:人民邮电出版社,1982
3 顾瑞龙,沈民谊等. 微波技术与天线. 北京:国防工业出版社,1980
4 赵姚同,周希朗. 微波技术与天线. 南京:东南大学出版社,1995
5 廖承恩. 微波技术基础. 北京:国防工业出版社,1984
6 顾茂章,张克潜. 微波技术. 北京:清华大学出版社,1989
7 吴明英,毛秀华. 微波技术. 西安:西北电讯工程学院出版社,1985
8 贺瑞霞等. 微波技术基础. 北京:人民邮电出版社,1988
9 沈致远. 微波技术. 北京:国防工业出版社,1980
10 姚德淼,毛均杰. 微波技术基础. 北京:电子工业出版社,1989
11 阎润卿,李英惠. 微波技术基础. 北京:北京理工大学出版社,1997
12 水启刚. 微波技术. 北京:国防工业出版社,1986
13 宁平治,闵德芬. 微波信息传输技术. 上海:上海科学技术出版社,1985
14 马守全. 微波技术基础. 北京:中国广播电视出版社,1986
15 陈孟尧. 电磁场与微波技术. 北京:高等教育出版社,1989
16 孙道礼. 微波技术. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1989
17 R. E. Collin 著;吕继尧译. 微波工程基础. 北京:人民邮电出版社,1981
18 李宗谦,余京兆. 微波技术. 西安:西安交通大学出版社,1990
19 吴万春,梁昌洪. 微波网络及其应用. 北京:国防工业出版社,1980
20 杨铨让. 毫米波传输线. 北京:电子工业出版社,1986
21 黎滨洪,周希朗. 毫米波技术及其应用. 上海:上海交通大学出版社,1990
22 郑钧著;赵姚同,黎滨洪译. 电磁场与波. 上海:上海交通大学出版社,1984
23 杨恩耀,杜加聪. 天线. 北京:电子工业出版社,1984
24 周朝栋,王元坤,周明. 线天线理论与工程. 西安:西安电子科技大学出版社,1985
25 胡树豪. 实用射频技术. 北京:电子工业出版社,2004
26 刘学观,郭辉萍. 微波技术与天线. 西安:西安电子科技大学出版社,2001
27 刘铮,张建华,黄冶. 天线与电波传播. 西安:西安电子科技大学出版社,2003
28 周希朗. 电磁场理论与微波技术基础(上册)——电磁场理论基础. 南京:东南大学出版社,2004
29 R. S. Elliot. Antenna Theory and Design. Prentice-Hill, Inc., 1981
30 Richard C. Johnson, Henry Jasik. Antenna Engineering Handbook(2nd ed). McGraw-Hill, Inc., 1984

31 Simon Rao, John R. Whinnery and Theodore Van Duzer. Fields and waves in communication electronics. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1965

32 Omp. Gandhi. Microwave Engineering and Applications. New York: Pergamon Press, 1981

33 R. Chatterjee. Elements of Microwave Engineering. New Delhi: Affiliated East-West Press PVT Ltd., 1986

34 T. C. Edwards. Foundations for Microstrip Circuit Design. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1975

35 Gupta K. C., Garg Ramesh and Bahl I. J. Microstrip Lines and Slotlines. Dedham: Artech House, Inc., 1979

36 Samuel Y. Liao. Microwave Devices and Circuits. New Jersey: Prentice-Hall, 1980

37 Jeffrey frey. Microwave Integrated Circuits. Dedham: Artech House, Inc., 1975

38 Kenneth J. Button. Infrared and millimeter waves, Vol. 413. New York: Academic Press, Inc.

39 D. M. Pozar. Microwave Engineering. Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1992

40 P. Bhartia and I. J. Bahl. Millimeter Wave Engineering and Applications. New York: John Wiley &Sons, Inc., 1984

41 W. L. Stutzman and G. A. Thiele. Antenna Theory and Design. John Wiley & Sons, Inc., 1981